



УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ

ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА



ЈЕДНОНИТНИ И ВИШЕНИТНИ АЛГОРИТАМ ЗА ПРОРАЧУН ТОКОВА СНАГА ИНТЕГРИСАНИХ ПРЕНОСНО-ДИСТРИБУТИВНО- РЕЗИДЕНЦИЈАЛНИХ МРЕЖА

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Ментор:
Проф. др Милан Видаковић
Проф. др Никола Војновић

Кандидат:
Саша Тошић

Нови Сад, 2026 године

КЉУЧНА ДОКУМЕНТАЦИЈСКА ИНФОРМАЦИЈА¹

Врста рада:	Докторска дисертација
Име и презиме аутора:	Саша Тошић
Ментор (титула, име, презиме, звање, институција):	др Милан Видаковић, редовни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду др Никола Војновић, ванредни професор, Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду
Наслов рада:	Једнонитни и вишенитни алгоритам за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа
Језик и писмо рада:	Српски (ћирилица)
Физички опис рада:	Унети број: Страница: 130 Поглавља: 10 Референци: 99 Табела: 19 Слика: 44 Графикона: 0 Прилога: 0
Научна област:	Електротехничко и рачунарско инжењерство
Ужа научна област (научна дисциплина):	Примењене рачунарске науке и информатика
Кључне речи / предметна одредница:	интегрисана преносно-дистрибутивно-резиденцијална мрежа, конкурентно програмирање, токови снага, енергетски ресурси, обновљиви извори енергије
Апстракт на језику рада:	Убрзани развој обновљивих извора енергије значајно је повећао међусобну зависност између електроенергетских мрежа свих напонских нивоа, што је довело до двосмерних токова снага између преносних и дистрибутивних мрежа чиме је произашла потреба за анализом интегрисане преносно-дистрибутивне (ИПД) мреже. Интерконективност додатно је појачана спрезањем електроенергетских, гасних, топлотних и водоводних мрежа, како на националном, тако и на регионалном нивоу. Такође, инкорпорацијом соларних панела, ветрогенератора и система за складиште енергије у резиденцијалним објектима, указала се потреба за интеграцијом резиденцијалне мреже у свеобухватни (интегрисани) модел, назван интегрисана преносно-дистрибутивно-резиденцијална (ИПДР) мрежа. Основни циљ дисертације јесте развој општег модела и процедуре

¹ Аутор докторске дисертације потписао је и приложио следеће Обрасце:

5б – Изјава о ауторству;

5в – Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада и дозвола за објављивање личних података;

5г – Изјава о коришћењу.

Ове Изјаве се чувају у институцији у штампаном и електронском облику и не кориче се са радом.

	<p>за ефикасан прорачун токова снага ИПД/ИПДР мрежа. Ове мреже су врло великих димензија. Општи модел обухвата моделе трофазних преносних и вишефазних дистрибутивних мрежа, као и прецизне управљачке стратегије како традиционалних енергетских ресурса тако и енергетских ресурса који су на мрежу прикључени преко уређаја енергетске електронике. Предложени модел решен је новом једнонитном процедуром за прорачун токова снага, која инкорпорира нове моделе електроенергетских елемената и развијен алгоритам за интегрисане прорачуне токова снага у различитим доменима. Прорачуни су додатно убрзани применом конкурентног програмирања, употребом већег броја нити (вишенитни приступ). Анализе на малој ИПД мрежи су показале да су једнонитни и вишенитни алгоритми (1,5–4) односно (2–5) пута бржи у поређењу са репрезентативним процедурама из литературе. Са повећањем величине мреже, ефикасност предложене вишенитне процедуре постаје израженија у односу на једнонитну процедуру (до 2,39 пута).</p>
Датум прихватања теме од стране надлежног већа:	29.01.2026.
Датум одбране: (Попуњава накнадно институција)	
Чланови комисије: (титула, име, презиме, звање, институција)	<p>Председник: др Милан Рапаић, редовни професор, Факултет техничких наука, Нови Сад Члан: др Горан Сладић, редовни професор, Факултет техничких наука, Нови Сад Члан: др Драган Ћетенковић, ванредни професор, Факултет техничких наука, Чачак Члан: др Јована Видаковић, ванредни професор, Природно математички факултет, Нови Сад Ментори: др Милан Видаковић, редовни професор, Факултет техничких наука, Нови Сад др Никола Војновић, ванредни професор, Факултет техничких наука, Нови Сад</p>
Напомена:	

**UNIVERSITY OF NOVI SAD
FACULTY OF TECHNICAL SCIENCES**

KEY WORD DOCUMENTATION²

Document type:	Doctoral dissertation
Author:	Saša Tošić
Supervisor (title, first name, last name, position, institution)	PhD, Milan Vidaković, full professor, Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad PhD, Nikola Vojnović, associate professor, Faculty of Technical Sciences, University of Novi Sad
Thesis title in English:	Single and multi-threaded power flow algorithm for integrated transmission-distribution-residential networks
Language and script:	Serbian (Cyrillic)
Physical description:	Number of: Pages: 130 Chapters: 10 References: 99 Tables: 19 Illustrations: 44 Graphs: 0 Appendices: 0
Scientific field:	Electrical and computer engineering
Scientific subfield (scientific discipline):	Applied Computer Science and Informatics
Subject, Key words:	integrated transmission–distribution–residential network, concurrent programming, power flow, energy resources, renewable energy sources
Abstract in English:	The rapid development of renewable sources has significantly increased interdependencies between electricity networks of all voltage levels, leading to bidirectional flows between transmission and distribution networks, and requiring analysis of Integrated Transmission-Distribution (ITD) network. The interconnectivity is further amplified by additional coupling with electricity, gas, heat and hydrogen networks, on both national and regional levels. Moreover, installation of solar, wind and storage on customers' premises has indicated that residential networks need to be included in the overall integrated model, called Integrated Transmission-Distribution-Residential (ITDR) network. The main goal of this dissertation is to develop a general model of the ITD/ITDR networks and to solve the power-flow problem on large-scale networks in an efficient way. The general model includes three-phase

² The author of the doctoral dissertation has signed the following Statements:

56 – Statement on the authorship,

5B – Statement that the printed and e-version of the doctoral dissertation are identical and authorization to use personal data,

5Г – Copyright statement.

The paper and e-versions of Statements are held at the institution and are not included into the printed thesis.

	transmission and multi-phase distribution models, as well as accurate control strategies for traditional and electronically coupled electricity resources. The proposed model is solved via novel single-threaded power flow procedure, which incorporates new network elements' models and the developed algorithm for integrated power flow calculations in different domains. The calculations were further accelerated through the application of concurrent programming, utilizing multiple threads (a multithreaded approach). Analyses on a small-scale ITD network have shown that single- and multi-threaded approaches are, respectively, (1.5–4) and (2–5) times faster compared to the state-of-the-art procedures. As network size increases, the efficiency of the proposed multi-threaded procedure becomes more pronounced compared to the single-threaded one (up to 2.39 times).
Date of endorsement by the scientific board:	29.01.2026.
Date of defence: (Filled in by the institution)	
Thesis defence board: (title, first name, last name, position, institution)	Chair: dr Milan Rapačić, Full Professor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad Member: PhD dr Goran Sladić, Full Professor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad Member: PhD, Dragan Četenović, Associate Professor, Faculty of Technical Sciences, Čačak Member: PhD, Jovana Vidaković, Associate Professor, Faculty of Sciences, Novi Sad Mentor: PhD, Milan Vidaković, Full Professor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad PhD, Nikola Vojnović, Associate Professor, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad
Note:	

САДРЖАЈ

1	Увод.....	1
1.1	Мотивација	1
1.2	Преглед литературе.....	2
1.3	Недостаци у истраживањима	3
1.4	Доприноси.....	4
2	Елементи математике.....	7
2.1	Основне дефиниције и појмови	7
2.2	Системи линеарних једначина	9
2.2.1	Гаусов метод елиминације.....	9
2.2.2	Матрични метод.....	11
2.2.3	Метод детерминанти	12
2.2.4	LU факторизација	12
2.2.4.1	Дулитлов метод за LU факторизацију	13
2.2.5	Ретке матрице.....	14
2.3	Системи нелинеарних једначина	15
2.3.1	Њутн-Рафсонов поступак за решавање једне нелинеарне једначине.....	15
2.3.2	Њутн-Рафсонов поступак за решавање система нелинеарних једначина...	17
2.3.3	Гаусов поступак за решавање нелинеарне једначине са једном променљивом	19
2.3.4	Гаус-Зајделов поступак система нелинеарних једначина више променљивих	20
3	Електрична кола	23
3.1	Кирхофови закони.....	23
3.1.1	Основне дефиниције.....	23
3.1.2	Први Кирхофов закон.....	26
3.1.3	Други Кирхофов закон	27
3.1.4	Примена Кирхофових закона за моделовање једне класе електричних кола	28
3.1.4.1	Примена Кирхофових закона на једноставним електричним колима	28
3.2	Метод независних напона	33
3.2.1	Основне дефиниције и тврђења	33
3.2.2	Примена метода независних напона за моделовање електричних кола	34
4	Прорачун токова снага.....	39
4.1	Прорачуни токова снага у симетричним режимима.....	39
4.1.1	Прорачун токова снага у симетричним режимима преносних мрежа	39

4.1.2	Примена Њутн-Рафсоновог поступка.....	44
4.1.3	Прорачун токова снага у симетричним режимима дистрибутивних мрежа	49
4.1.4	Примена поступка сумирања струја и корекција напона	54
4.2	Прорачуни токова снага у несиметричним режимима.....	57
4.2.1	Прорачун токова снага у несиметричним режимима преносних мрежа	57
4.2.2	Прорачун токова снага у несиметричним режимима дистрибутивних мрежа	61
4.2.2.1	Прорачун токова снага слабоупетљаних дистрибутивних мрежа ...	67
5	Прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа.....	71
5.1	Модел енергетских ресурса	71
5.1.1	Модел енергетских ресурса у преносним мрежама	71
5.1.2	Модел енергетских ресурса у дистрибутивним мрежама	73
5.2	Модел токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа.....	74
5.2.1	Модел токова снага преносних мрежа	75
5.2.1.1	Комерцијални софтвер за ретке линеарне системе	78
5.2.2	Модел токова снага дистрибутивних мрежа.....	78
5.2.2.1	Зависност конвергенције метода сумирања струја и корекција напона од броја петљи.....	80
6	Интегрисана једнонитна и вишенитна метода за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа.....	81
6.1	Једнонитни прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно- резиденцијалних мрежа	81
6.2	Вишенитни прорачун токова снага за интегрисаних преносно-дистрибутивно- резиденцијалних мрежа	82
7	Реализација софтвера за прорачун токова снага у електроенергетским системима ..	85
7.1	Улоге у електроенергетским мрежама приликом прорачуна токова снага.....	85
7.1.1	Основне компоненте електроенергетских система.....	86
7.1.2	Потрошач.....	86
7.1.3	Снабдевач	86
7.1.4	Дефинисање улога у електроенергетском систему у софтверу за прорачун токова снага.....	87
7.2	Дефинисање типова мрежа у електроенергетском систему	88
7.2.1	Упетљане мреже	88
7.2.2	Радијалне мреже	88

7.2.3	Дефинисање типова електроенергетских мрежа у софтверу за прорачун токова снага.....	89
7.3	Дефинисање компоненти и класа у софтверу за прорачун токова сага.....	89
7.3.1	Класа EESConsumer.....	90
7.3.2	Класа EESDistribution.....	90
7.3.3	Класа EESTransmission.....	90
7.3.4	Класа EES.....	91
7.3.5	Класа EESConfig.....	92
7.3.6	Остале класе у систему.....	92
7.4	Дијаграм основних класа и интерфејса.....	93
7.5	Имплементација прорачуна токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиданцијалних мрежа.....	94
7.6	Паралелизација алгоритма прорачуна токова снага.....	96
7.6.1	Класа EESThreadPool.....	97
7.6.2	Паралелизација извршавања унутар класа EESConsumerCollection и EESDistributionCollection.....	97
7.6.3	Пакетна паралелизација прорачуна снага.....	101
7.6.4	Хијерархијска паралелизација прорачуна снага.....	102
8	Резултати.....	105
8.1	Утицај радних услова и управљачких стратегија на решење и перформансе Њутн-Рафсонове процедуре.....	105
8.1.1	Утицај на резултате прорачуна токова снага.....	105
8.1.1.1	Случај 1.....	106
8.1.1.2	Случај 2.....	107
8.1.1.3	Случај 3.....	107
8.1.2	Утицај на број итерација.....	108
8.1.2.1	Случај 4.....	108
8.1.2.2	Случај 5.....	108
8.2	Утицај кратких водова на број итерација.....	109
8.3	Тестирање интегрисано преносно-дистрибутивне процедуре на различитим конфигурацијама дистрибутивних мрежа.....	110
8.3.1	Случај 6.....	110
8.3.2	Случај 7.....	110
8.3.3	Случај 8.....	110
8.3.4	Случај 9.....	111
8.3.5	Случај 10.....	111
8.3.6	Случај 11.....	111
8.4	Утицај броја петљи на број итерација алгоритма сумирања струја и корекција напона.....	112

8.5	Поређење са репрезентативним процедурама за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивних мрежа	112
8.6	Валидација модела на малој интегрисаној преносно-дистрибутивно-резиденцијалној тест мрежи.....	113
8.6.1	Случај 12.....	114
8.6.2	Случај 13.....	115
8.6.3	Случај 14.....	116
8.7	Перформансе процедуре за прорачун токова снага ИПДРМ примењене на великим системима	116
9	Дискусија резултата	119
9.1	Робусност предложене методологије.....	119
9.2	Ограничења предложене методологије.....	120
10	Закључак	121
	Литература.....	123
	Биографија	131

СРПСКЕ СКРАЋЕНИЦЕ

ЕЕС	Електр енергетски систем
ДМС	Дистрибутивни менаџмент системи
ЕМС	Електроенергетски менаџмент системи
ПМ	Преносна мрежа
ДМ	Дистрибутивна мрежа
ДГ	Дистрибуирани генератор
ИПД	Интегрисана преносно-дистрибутивна
СН	Средњенапонски ниво
НН	Нисконапонски нивои
ИПДР	Интегрисана преносно-дистрибутивно-резиденцијална
ДРМ	Дистрибутивно-резиденцијална мрежа
ЕР	Енергетски ресурс
ЕРЕЕ	Енергетски ресурс заснован на енергетској електроници
ДАДС	Метод контурних струја
ССКН	Сумирање струја и корекција напона
ДЕР	Дистрибуирани енергетски ресурс
ПД	Преносно-дистрибутивни
МНРФ	модификован Њутн-Рафсонов метод
Z_{BUS}	Инверзна матрица матрице адмитанси
РМ	Резиденцијална мрежа
ДГЕЕ	Дистрибуирани генератор заснован на енергетској електроници
КС	Капацитивна спрега
ВБ	Велика Британија
ЕВ	Електрична возила
КС	Капацитивна спрега
СТП	Струја у тачки прекида
ИС	Индуктивна спрега
КОМ	Компензациона

ЕНГЛЕСКЕ СКРАЋЕНИЦЕ

ENTSO-E	European Network of Transmission System Operators for Electricity
CPU	Central Processing Unit
GPU	Graphics Processing Unit
MKL	Math Kernel Library
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers
SVC	Static Var Compensator
FACTS	Flexible AC Transmission System

1 Увод

Прорачуни токова снага у устаљеним режимима спадају у основне прорачуне у дистрибутивним и електроенергетским менаџмент системима (ДМС и ЕМС). На основу резултата токова снага ослања се велики број других прорачуна као што су естимација стања, прорачун режима с кратким спојевима, итд. За ефикасан надзор електроенергетског система (ЕЕС), или његовог дела, захтева се да резултати прорачуна токова снага буду доступни у реалном времену како би се могле доносити правовремене одлуке. Да би се постављени захтеви испунили, неопходно је развити робусне и ефикасне процедуре прорачуна токова снага уз употребу конкурентних техника које доприносе ефикасности ових процедура.

Када се разматрају електроенергетске мреже, оне се састоје од подсистема преноса, дистрибуције и резиденцијалног дела. Међу наведеним подсистемима постоје разлике у погледу: (1) структуре, (2) димензија, односно броју чворова у подсистему; (3) односа R/X водова с голим проводницима и кабловима; (4) односа редова величина које владају (напонски нивои снага преноса/дистрибуције, дужина водова), итд. Наведене разлике највише утичу на избор процедура за прорачун токова снага. Преносне мреже имају упетљану структуру и модели токова снага који су оријентисани на чворове представљају добар избор. Електрична кола ових мрежа се моделују применом метода независних напона чворова. Са друге стране, дистрибутивне и резиденцијалне мреже јесу слабоупетљане или имају радијалну структуру. Такође, оне јесу великих димензија, што доводи до избора модела који су оријентисани на гране. Електрична кола дистрибутивних и резиденцијалних мрежа се моделују директном применом Кирхофовим законом.

Заједничка особина модела токова снага преносних и дистрибутивних мрежа јесте да су нелинеарни. Односно, процедуре прорачуна јесу итеративне. Поступци прорачуна започињу почетним погађањем решења (задавање почетне апроксимације решења) и у току сваке итерације се долази до корекције текуће апроксимације решења. Резултати процедура прорачуна токова снага јесу вредности комплексних напона свих чворова разматраних мрежа. Скуп свих напона чворова представљају стање сваког система. Режим целокупне мреже може се реконструисати ако је познато стање система. Односно, може се израчунати било која режимска величина од интереса (струје редних и оточних грана, токови снага грана или снаге активних и реактивних губитака). Због тога, као што је речено, прорачун токова снага јесте основни прорачун ДМС и ЕМС.

1.1 Мотивација

Традиционално управљање и контрола електроенергетских мрежа реализује се у оквиру одвојених контролних центара преносне (ПМ) и дистрибутивне мреже (ДМ) опремљених софтверским системима који укључују прорачуне токова снага. Повећан број дистрибуираних генератора (ДГ) и брзи развој технологија паметних мрежа довели су до двосмерних (бидирекционих) токова између ПМ и ДМ, што захтева моделовање и анализу интегрисаних преносно-дистрибутивних (ИПД) мрежа [1–11].

У ДМ, на средњенапонским нивоима (СН) и резиденцијалним нисконапонским нивоима (НН), утицај ДГ, фотонапонских система, електричних возила и топлотних пумпи се између осталог анализира прорачуном токова снага [12-15]. Интеграција НН мрежа потрошача са ИПД мрежама резултује формирањем интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних (ИПДР) мрежа. Такође, ИПДР мреже могу бити повезане са другим енергетским мрежама као што су гасне, топлотне и водоводне, што је недавно истражено у [16–20]. Узимајући све чињенице у обзир, међусобни утицај различитих мрежа већи је него икада раније.

Мотивација за развој ИПД/ИПДР мрежа је вишеструка:

- 1) Статичка анализа безбедности ИПД мрежа: на пример, националне студије у Великој Британији разматрају ПМ и ДМ, док се анализе паневропске „ENTSO-E” мреже спроводе на свим ПМ са „важним” деловима ДМ.
- 2) Динамичка анализа безбедности ИПД мрежа: на пример, осцилације ниске фреквенције (међуобласти) у мрежним подручјима удаљеним од локације поремећаја; прорачун токова снага представља основу алата за временску симулацију.
- 3) Ангажованост производних јединца са ограничењима у ИПД мрежама: (оптимални) прорачуни токови снага су саставни блок мешовитог – целобројног проблема (нпр. истражено у [21]).
- 4) Техно-економски аспекти управљања енергијом у савременим ЕЕС (нпр. [22]) и мулти-енергетским системима (нпр. истражено у [23]).
- 5) Маргиналне цене оперативних трошкова ИПД мрежа и дистрибутивно-резиденцијалних (ДР) мрежа у скоро реалном времену, где је флексибилно одређивање цена једна од својстава ДР мрежа (нпр. истражено у [24]).
- 6) С обзиром на могућности савременог рачунарства заснованог на облаку, предвиђа се да ће у блиској будућности бити могућа централизована контрола целокупне ИПДР мреже.

У овом раду развијен је модел ИПД/ИПДР мрежа. Прва фаза представља моделовање свих битних компоненти мреже, укључујући и нове управљачке стратегије традиционалних енергетских ресурса (ЕР) и ЕР који су на мрежу прикључени преко уређаја енергетске електронике (ЕРЕЕ). За ПМ и ДМ коришћени су различити домени, што је резултовало применом различитих решења за прорачун токова снага ПМ и ДМ унутар ИПД/ИПДР мрежа. Једнонитни приступ је прво коришћен за прорачун токова снага ИПД/ИПДР мрежа, затим је даље развијен и вишенитни метод који значајно смањује време извршења прорачуна.

1.2 Преглед литературе

Анализе токова снага ИПД мрежа рађене су коришћењем различитих приступа [1-8]. У [1], пофазни модел (директног редоследа) ПМ интегрисан је са трофазним моделом ДМ. Аутори из [2] су предложили интегрисан прорачун токова снага, у коме се уводе нове променљиве стања које су негативно утицале на процес прорачуна и конвергенције метода. У [3], предложена је процедура за прорачун токова снага ИПД мрежа заснована на аритметичким интервалима. Референца [4] уводи процедуру „master-slave“ (господар-слуга), где је општи проблем прорачуна подељен у прорачун токова снага ПМ и низ подпроблема прорачуна токова снага више ДМ. У [6] комбиновани преносно-дистрибутивни (ПД) прорачуни изведени су применом Њутн-Рафсоновог поступка на

мањим мрежама на једном рачунару, као и коришћењем Гаус-Зајделовог метода на великим мрежама коришћењем више рачунара. Уједињени и „master-slave“ приступи предложени су у [8] за два типа мрежа:

- 1) Хибридне мреже, где су ПМ моделоване коришћењем пофазног модела у домену симетричних компоненти, док су ДМ моделоване у фазном домену.
- 2) Хомогене мреже, где су ПМ и ДМ моделоване у фазном домену.

Главни закључци јесу следећи:

- 1) Уједињени метод је ефикаснији од метода „master-slave“ [4];
- 2) Процедура за прорачун токова снага хибридних мрежа ефикаснија је од процедуре за прорачун токова снага хомогених мрежа [8].

Процедуре за прорачун токова снага засноване на Њутн-Рафсоновом методу нису се показале ефикасним за ДМ великих димензија [25]. Разлози за то јесу вишеструки:

- 1) ДМ имају радијалну или слабоупетљану структуру, димензије су много веће од ПМ.
- 2) Водови СН и НН дистрибутивних мрежа имају однос R/X много већи него у ПМ.
- 3) Неуравнотежена потрошња и вишефазне секције водова у ДМ [25, 26].

Из наведених разлога предложено је неколико робусних метода за прорачун токова снага ДМ [26-30]. Развијене процедуре засноване су на: методу контурних струја (ДАДС) [26], имплицитној Z_{BUS} методи [28-30], модификованом Њутн-Рафсоновом методу (МНРФ) [31] или методи сумирања струја и корекције напона (ССКН) [32, 33]. У комерцијалним софтверским пакетима методе ССКН се преферирају [32, 33] иако имају одређене недостатке, као што је повећан број итерација у случају велике потрошње или великог броја петљи у мрежи.

У последњих неколико година развијено је неколико конкурентних приступа како би се убрзали прорачуни токова снага великих ИПД мрежа [34-40]. Међутим, у њиховој реализацији констатовани су одређени проблеми као што су:

- 1) Уска грла у комуникацији CPU-GPU чиме се смањује брзина за веће мреже [36].
- 2) Нумеричка нестабилност приликом LU факторизације [38].
- 3) Неуравнотежени режими мрежа захтевају више једначина и варијабли, уз ризик дивергенције [39].

Упоредни преглед литературе дат је у табели 1.2.1.

1.3 Недостаци у истраживањима

У прегледу литературе из дела 1.4 идентификовани су следећи недостаци у истраживањима:

- 1) Када се прорачун токова снага ИПД мрежа решава у целини, захтевају се додатне трансформације и поједностављења мреже. Када се мреже решавају одвојено, потребне су додатне целокупне итеративне шеме.
- 2) Развијене процедуре за прорачун токова снага ИПД мрежа не укључују управљачке стратегије традиционалних EP и EPЕЕ у несиметричним режимима [41-72].
- 3) НН мреже, укључујући објекте потрошача у РМ, нису узете у обзир при прорачуну токова снага ИПД мрежа, што постаје неопходно због бидирекционих токова снага изазваних различитим изворима енергије [72,73].

- 4) Могућности имплементације конкурентног и паралелног програмирања за прорачун токова снага у раној су фази и неопходно је више истраживања да би се добиле квалитетне методе и процедуре за прорачун токова снага.

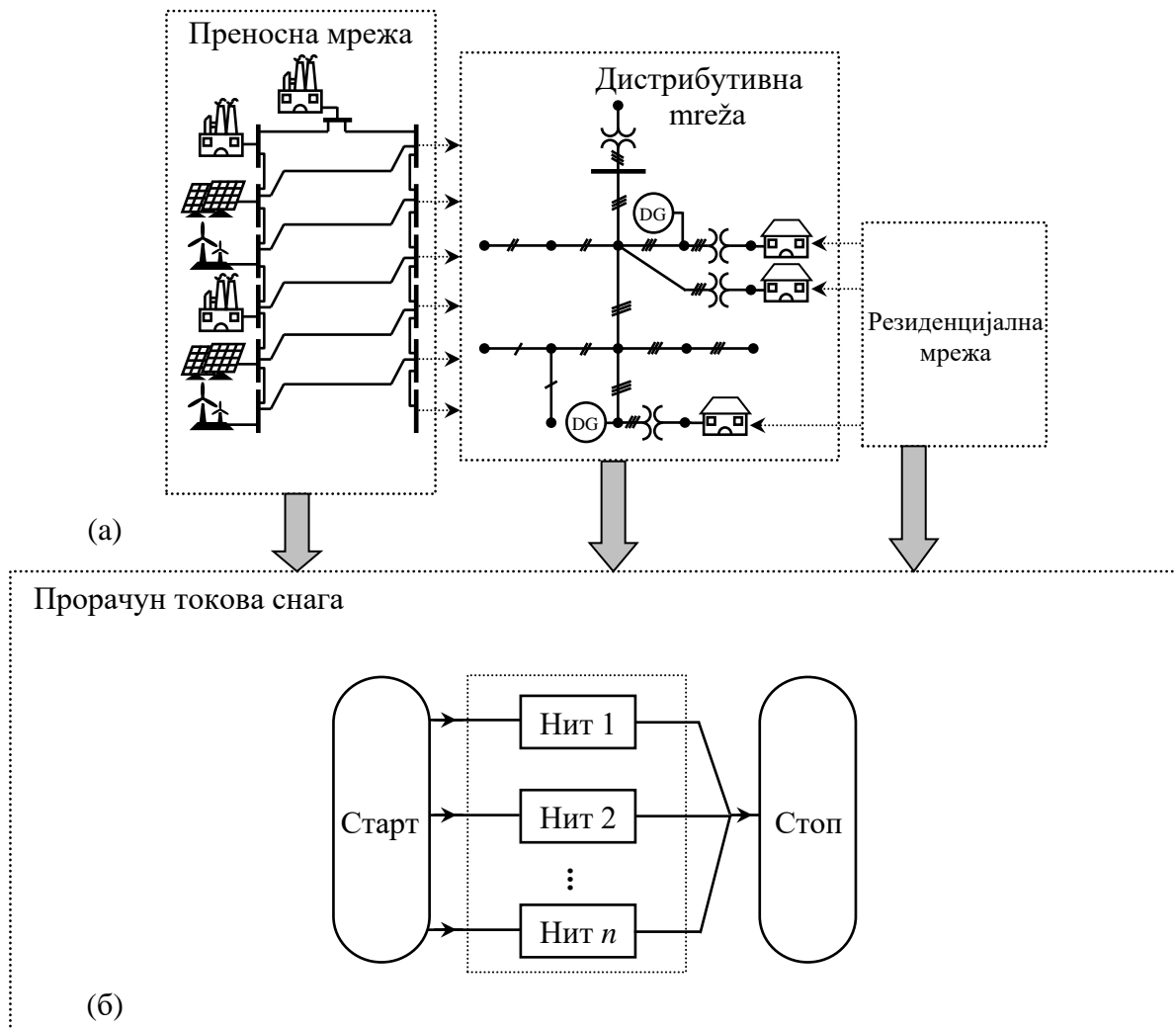
Табела 1.2.1. Упоредни преглед литературе

Литература	Метод	Мрежа	ДЕР са новим управљачким стратегијама	Вишени метод
[1-4], [8]	Њутн-Њутн	ИПД	НЕ	НЕ
[6]	Њутн-Њутн	ИПД	НЕ	ДА
[9]	Њутн-ССКН	ИПД	НЕ	НЕ
[26]	ДАДС	ДМ	НЕ	НЕ
[28]	Z_{BUS}	ДМ	НЕ	НЕ
[30]	Z_{BUS}	ДМ или ПМ	ДА	НЕ
[29]	Z_{BUS}	ДМ	ДА	НЕ
[31]	МЊРФ	ДМ	НЕ	НЕ
[32]	ССКН	ДМ	НЕ	НЕ
[33]	ССКН	ДМ	ДА	ДА
[34]	Њутн	ДМ или ПМ	ДА	ДА
[35-40]	Њутн	ДМ	НЕ	ДА

1.4 Доприноси

У циљу отклањања идентификованих недостатака (део 1.3), у овој дисертацији предложена је нова процедура за прорачун токова снага примењена на развијеном моделу ИПД/ИПДР мрежа. Развијени модел инкорпорира и напредне управљачке стратегије ЕРЕЕ. Доприноси у раду јесу следећи:

- 1) Развијена је нова методологија за прорачун токова снага ИПД мрежа. Трофазни модели ПМ и вишефазни модели ДМ комбиновани су за прорачун токова снага ИПД мрежа.
- 2) Технички напредне управљачке стратегије традиционалних ЕР и ЕРЕЕ су уведене у моделе за прорачун токова снага ИПД мрежа.
- 3) ИПД мреже су проширене НН мрежама и повезане са резиденцијалним мрежама (РМ), формирајући ИПДР мрежу – слика 1.4.1а.
- 4) Развијено је једнонитно решење за прорачун токова снага за ИПДР мрежа. Ово решење је предложено тако да може бити употребљено за вишени метод.
- 5) Вишени метод решења модела токова снага за ИПДР мрежа развијено је у циљу убрзања прорачуна – слика 1.4.1б.



Слика 1.4.1. а) Предложена ИПДР мрежа; б) Предложена вишенитна процедура

Остатак дисертације организован је у складу са њеним главним доприносима. Глава 2 дефинише основне математичке појмове и методе за прорачун токова снага ПМ и ДМ. Прво су обрађени линеарни па затим нелинеарни системи алгебарских једначина. У глави 3 изложени су основни појмови везани за електрична кола. Детаљно су разматрани струјни и напонски Кирхофови закони као и метод независних напона. Њутн-Рафсонова и метода ССКН детаљно су изложени у глави. Прво је дата формулација модела и процедура за прорачун токова снага у симетричним режимима, затим су изложени модели и процедуре за прорачун токова снага у несиметричним режимима ПМ и ДМ. Глава 5 уводи моделе и управљачке стратегије ЕР и ЕРЕЕ. Такође, у овој глави изложен је модел токова снага ИПД/ИПДР мрежа. Једнонитна и вишенитна процедура за прорачун токова снага предложена је у глави 6, док су у глави 7 дати су детаљи везани за конкурентну имплементацију токова снага ИПДР мрежа. У глави 8 истражене су перформансе предложених процедура за прорачун токова снага ПМ, ДМ, ИПД/ИПДР мрежа. Дискусија резултата изложена је у глави 9, док је закључак дат у глави 10.

2 Елементи математике

У овој глави, обрађени су методи за решавање система линеарних и нелинеарних једначина. Ови методи се користе у прорачунима токова снага у ЕЕС. Начин употребе метода су детаљно обрађени у глави 5. Такође, обрађене су и технике ретких матрица које се користе да би се убрзао прорачун представљених метода. Изложена материја је у потпуној сагласности са [74,75].

2.1 Основне дефиниције и појмови

У овом делу дате су дефиниције основних математичких појмова који су коришћени у даљим излагањима.

Дефиниција 2.1: Линеарна једначина једне променљиве x јесте једначина облика $ax = b$, при чему вредност a називамо коефицијентом, а вредност b слободним чланом једначине.

Дефиниција 2.2: Решење линеарне једначине са једном непознатом је сваки број x_0 за који важи да је $ax_0 = b$.

Приликом решавања линеарне једначине са једном променљивом, једначина може да се преведе у облик $x = b/a$, при чему се добија јединствено решење једначине за све случајеве, осим за случај када је $a = 0$. Тада једначина има облик $0x = b$. У овом случају једначина нема решења, ако важи релација $b \neq 0$, односно, има бесконачно решења када важи релација $b = 0$.

Дефиниција 2.3: Линеарна једначина више променљивих x_1, x_2, \dots, x_n јесте једначина облика $a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n = b$, при чему вредности $a_i, i = 1, 2, \dots, n$ представљају коефицијенте линеарне једначине. Коефицијент b представља слободни члан.

Облик једначине дат у дефиницији 2.3 може се записати и у матричном облику $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$, при чему је \mathbf{A} вектор облика $[a_1 \ a_2 \ \dots \ a_n]$, а \mathbf{X} вектор колона променљивих облика $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$.

У случају када је $n = 2$, добија се једначина са две непознате облика $ax + by = c$, који се назива имплицитни облик једначине праве. У случају када је $b \neq 0$, овај облик могуће је превести у облик $by = -ax + c$, односно $y = -a/b \cdot x + c/b$. Заменом $a_1 = -a/b$ и $b_1 = c/b$, добија се експлицитни облик једначине $y = a_1x + b_1$. Овај облик назива се и линеарна функција једначине праве у равни, зато што сви уређени парови (x, y) ове једначине формирају праву у равни.

Дефиниција 2.4: Под системом линеарних једначина више променљивих x_1, x_2, \dots, x_n подразумева се систем једначина облика $\mathbf{A}_i\mathbf{X}^T = \mathbf{b}_i, i = 1, 2, \dots, m$, при чему је \mathbf{A}_i вектор $[a_{i1} \ a_{i2} \ \dots \ a_{in}]$, \mathbf{X} вектор променљивих $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$, а \mathbf{b}_i слободни чланови.

Систем линеарних једначина (дефиниција 2.4) могуће је написати у каноничној или матричној форми. Канонична форма система који се састоји од m једначина са n непознатих може се представити на следећи начин:

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2, \\
a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3, \\
&\vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m.
\end{aligned}
\tag{2.1.1}$$

Претходни систем може се написати у следећој матричној форми:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_m \end{bmatrix},
\tag{2.1.2}$$

односно, сажетије:

$$\mathbf{AX} = \mathbf{b},
\tag{2.1.3}$$

при чему је са \mathbf{A} означена матрица коефицијената (a_{ij} , за $i = 1, 2, \dots, m$ и $j = 1, 2, \dots, n$), \mathbf{X} представља вектор непознатих величина $[x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$, док \mathbf{b} јесте вектор слободних чланова $[b_1 \ b_2 \ \dots \ b_m]$.

Уколико важи $b_i = 0$, $i = 1, 2, \dots, m$, тада се систем назива хомогени систем линеарних једначина.

Дефиниција 2.5: Решење система једначина $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ јесте сваки вектор \mathbf{X}_0 облика $[x_1^0 \ x_2^0 \ \dots \ x_n^0]$ за који важи да је $\mathbf{AX}_0 = \mathbf{b}$.

Дефиниција 2.6: Систем линеарних једначина $\mathbf{AX} = \mathbf{b}$ јесте сагласан (могућ, конзистентан) уколико поседује барем једно решење. Систем који нема ниједно решење, назива се противречан (несагласан, немогућ, неконзистентан).

Сваки хомоген систем линеарних једначина увек има тривијално решење облика $[0 \ 0 \ \dots \ 0]$.

Дефиниција 2.7: Два система линеарних једначина су еквивалентна, ако и само ако је свако решење првог система уједно и решење другог система и обрнуто, ако је свако решење другог система уједно и решење првог система.

Дефиниција 2.8: Елементарне трансформације система линеарних једначина јесу следеће трансформације тог система:

- 1) Међусобна замена било које две једначине.
- 2) Множење било које једначине бројем различитим од нуле.
- 3) Додавање једне једначине помножене било којим бројем некој другој једначини.

Применом датих елементарних трансформација на неки систем, добија се еквивалентан систем једначина.

Теорема 2.1: Вршењем коначног броја елементарних трансформација над неким системом, добија се еквивалентан систем оригиналном систему линеарних једначина [74].

Дефиниција 2.9. Нелинеарна једначина једне променљиве x јесте једначина облика $f(x) = b$, при чему функција $f(x)$ није линеарна функција једне променљиве x .

Примери нелинеарних једначина могу бити различити, а најчешће коришћен облик јесте квадратна једначина имплицитног облика:

$$a_1x^2 + b_1x + c_1 = 0, \quad (2.1.4)$$

при чему је тада $f(x) = a_1x^2 + b_1x$, а $b = -c_1$.

Дефиниција 2.10. Нелинеарна једначина више променљивих x_1, x_2, \dots, x_n јесте једначина облика $f(x_1, x_2, \dots, x_n) = b$, при чему функција $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ није линеарна функција по променљивим x_1, x_2, \dots, x_n .

Дефиниција 2.11. Систем нелинеарних једначина више променљивих x_1, x_2, \dots, x_n јесте систем једначина облика $f_i(X) = b_i$, при чему бар нека од функција $f_i(x_1, x_2, \dots, x_n)$ није линеарна функција по променљивим x_1, x_2, \dots, x_n .

2.2 Системи линеарних једначина

У претходном делу, дефинисан је појам решења линеарне једначине, као и решења система линеарних једначина. У овом делу, биће дата метода за решавање система линеарних једначина који се користити у овој дисертацији.

2.2.1 Гаусов метод елиминације

Гаусов метод елиминације (Гаусова редукција) представља поступак којим се у сваком кораку применом елементарних трансформација елиминише по једна непозната из одређеног броја линеарних једначина.

Нека је дат систем од m линеарних једначина са n непознатих у свом каноничном облику [релација (2.1.1)]. Почетна претпоставка јесте $a_{11} \neq 0$. Уколико није, применом елементарних трансформација, тј. заменом две једначине, може се добити облик система у којем важи ово правило. Ако се прва једначина множи редом са бројевима $-a_{i1}/a_{11}$ и сабира са једначинама $i, i = 2, 3, \dots, m$. добија се следећи еквивалентан систем линеарних једначина:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ (a_{22} - \frac{a_{21}}{a_{11}}a_{12})x_2 + (a_{23} - \frac{a_{21}}{a_{11}}a_{13})x_3 + \dots + (a_{2n} - \frac{a_{21}}{a_{11}}a_{1n})x_n &= b_2 - \frac{a_{21}}{a_{11}}b_1, \\ (a_{32} - \frac{a_{31}}{a_{11}}a_{12})x_2 + (a_{33} - \frac{a_{31}}{a_{11}}a_{13})x_3 + \dots + (a_{3n} - \frac{a_{31}}{a_{11}}a_{1n})x_n &= b_3 - \frac{a_{31}}{a_{11}}b_1, \\ &\vdots \\ (a_{m2} - \frac{a_{m1}}{a_{11}}a_{12})x_2 + (a_{m3} - \frac{a_{m1}}{a_{11}}a_{13})x_3 + \dots + (a_{mn} - \frac{a_{m1}}{a_{11}}a_{1n})x_n &= b_m - \frac{a_{m1}}{a_{11}}b_1. \end{aligned} \quad (2.2.1.1)$$

На овај начин, сви коефицијенти испред непознате x_1 , осим у првој једначини биће једнаки 0. Претходни систем линеарних једначина може се записати у следећој форми:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2^1, \\ a_{32}x_2 + a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3^1, \\ &\vdots \\ a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m^1. \end{aligned} \quad (2.2.1.2)$$

Односно, у матричној форми претходни систем гласи:

$$\mathbf{A}^1 \mathbf{X} = \mathbf{b}^1, \quad (2.2.1.3)$$

при чему матрицу \mathbf{A}^1 чине коефицијенти уз променљиве x_i , $i = 2, 3, \dots, n$, док \mathbf{b}^1 представља вектор слободних коефицијената са десне стране једнакости релације (2.2.1.2).

Уколико је неки од коефицијената $a_{i2}^1 \neq 0$, $i = 2, 3, \dots, m$, поступак се наставља. Претпоставимо да је $a_{22}^1 \neq 0$. Тада је у следећем кораку, другу једначину релације (2.2.1.2) могуће помножити са коефицијентом $-a_{i2}^1/a_{22}^1$ и додати свим једначинама за $i = 3, 4, \dots, m$. Сви коефицијенти уз x_2 , осим у прве две једначине ће постати 0. После овог корака добија се еквивалентан систем једначина следећег облика:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2^1, \\ a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3^2, \\ &\vdots \\ a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n &= b_m^2. \end{aligned} \quad (2.2.1.4)$$

Понављајући описани поступак, могуће је добити један од 3 врсте система:

1. Противречан систем у којем неке од једначина имају облик $0 = z$, при чему је вредност z различита од 0.
2. Трапезасти систем облика:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2^1, \\ a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3^2, \\ &\vdots \\ a_{mm}^{m-1}x_m + \dots + a_{mn}^{m-1}x_n &= b_m^{m-1}, \end{aligned} \quad (2.2.1.5)$$

при чему a_{mm}^{m-1} је различито од 0. Овакав систем нема јединствено решење и има укупно $n - m$ степена слободе.

3. Троугаони систем облика:

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1, \\ a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2^1, \\ a_{33}x_3 + \dots + a_{3n}x_n &= b_3^2, \\ &\vdots \\ a_{mn}^{m-1}x_{mn} &= b_m^{m-1}, \end{aligned} \quad (2.2.1.6)$$

односно:

$$\begin{aligned}
 u_{11}x_1 + u_{12}x_2 + u_{13}x_3 + \dots + u_{1n}x_n &= g_1, \\
 u_{22}x_2 + u_{23}x_3 + \dots + u_{2n}x_n &= g_2, \\
 u_{33}x_3 + \dots + u_{3n}x_n &= g_3, \\
 &\vdots \\
 u_{nn}x_n &= g_n,
 \end{aligned}
 \tag{2.2.1.7}$$

при чему је $u_{ii} \neq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$ и важи $n = m$. Дати систем могуће је написати у следећој матричној форми:

$$\begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & \dots & u_{1n} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & \dots & u_{2n} \\ 0 & 0 & u_{33} & \dots & u_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & u_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_n \end{bmatrix},
 \tag{2.2.1.8}$$

односно:

$$\mathbf{UX} = \mathbf{g}.
 \tag{2.2.1.9}$$

Матрица \mathbf{U} представља горњу тругаону матрицу са елементима u_{ij} , $i, j = 1, 2, \dots, n$, при чему важи $i \leq j$. \mathbf{g} представља вектор слободних коефицијаната $[g_1 \ g_2 \ \dots \ g_n]$.

Систем (2.2.1.9) има јединствено решење и могуће га је добити израчунавањем кренувши од последње једначине и заменом добијених вредности у претходној једначини. Решење последње једначине јесте очигледно и гласи $x_n = g_n/u_{nn}$. Његовом заменом у једначини $u_{n-1,n-1}x_{n-1} + u_{n-1,n}x_n = g_{n-1}$ добија се једначина $u_{n-1,n-1}x_{n-1} + u_{n-1,n}g_n/u_{nn} = g_{n-1}$, одакле се може израчунати вредност $x_{n-1} = (g_{n-1} - u_{n-1,n}g_n/u_{nn})/u_{n-1,n-1}$.

Понављајући даље поступак на аналоган начин добијају се све вредности непознатих величина x_i , $i = 1, 2, \dots, n$. Односно, овим поступком добија се решење почетног система линеарних једначина (2.1.1) из дела 2.1.

2.2.2 Матрични метод

Нека је дат сагласан систем линеарних једначина у матричном облику [релација (2.1.3), део 2.1]. Тада, множењем релације (2.1.3) са леве стране матрицом \mathbf{A}^{-1} , тј. инверзном матрицом матрице \mathbf{A} , добијамо:

$$\mathbf{A}^{-1}\mathbf{AX} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b},
 \tag{2.2.2.1}$$

односно:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}.
 \tag{2.2.2.2}$$

Решење X посматраног система једначина може се тада добити прорачуном инверзне матрице A , односно A^{-1} , и њеним множењем са вектором b .

2.2.3 Метод детерминанти

Нека је дат систем који се састоји од m линеарних једначина са m непознатих (параграф 2.2.1). Нека је са D означена детерминанта матрице A , а са D_i детерминанта матрице A_i која се добија из матрице A заменом i -те колоне матрице A вектором b . Тада:

- 1) Уколико је детерминанта D једнака 0, а нека од детерминанти D_i различита од 0, тада је систем немогућ. Односно, систем нема решење.
- 2) Уколико је детерминанта D једнака 0, и свака од детерминанти D_i једнака такође 0, тада је систем неодређен. Односно, има бесконачно решења.
- 3) Уколико је детерминанта D различита од 0, систем има јединствено решење облика:

$$x_i = \frac{D_i}{D}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (2.2.3.1)$$

2.2.4 LU факторизација

LU факторизација, односно LU декомпозиција, представља разлагање квадратне матрице A као производ две матрице $A = LU$, при чему матрица L јесте *доња троугаона матрица*, док матрица U представља *горњу троугаону матрицу*. Под доњом троугаоном матрицом подразумева се матрица која изнад главне дијагонале има све елементе једнаке нули. Под горњом троугаоном матрицом подразумева се матрица која има све елементе испод главне дијагонале једнаке нули. На пример, у случају да матрица A има димензију (4×4) , тада производ $A = LU$ има следећи облик:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & 0 & 0 & 0 \\ l_{21} & l_{22} & 0 & 0 \\ l_{31} & l_{32} & l_{33} & 0 \\ l_{41} & l_{42} & l_{43} & l_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{11} & u_{12} & u_{13} & u_{14} \\ 0 & u_{22} & u_{23} & u_{24} \\ 0 & 0 & u_{33} & u_{34} \\ 0 & 0 & 0 & u_{44} \end{bmatrix}. \quad (2.2.4.1)$$

LU факторизација може се применити у решавању система линеарних једначина [релација (2.1.3), део 2.1], односно $LUX = b$. Уколико се производ UX замени са Y , тада се добија облик $LY = b$. Након решавања новог система једначина и добијања решења за вредност Y , прелази се на решавање система $UX = Y$. У последњем кораку добија се решење система линеарних једначина [релација (2.1.3), део 2.1]. Решавање два система једначина која су настала као резултат LU факторизације, аналогно је решавању система једначина Гаусовим методом елиминације, након добијања троугаоног облика система једначина (параграф 2.2.1).

Решавање система једначина $AX = b$ могуће је само ако систем јесте сагласан, односно, ако систем има јединствено решење. Међутим, разлагање матрице A у оваквим системима није јединствено и постоји велики број матрица L и U таквих да је $A = LU$. На пример, ако се дефинише $L_1 = L * k, U_1 = U * 1/k, k \neq 0$ добијају се две нове матрице L_1 и U_1 , које такође чине LU факторизацију матрице A . Да би се добило јединствено решење, неопходно је поставити неке додатне услове за матрице L и U , као на пример да су сви елементи на дијагонали матрице L или матрице U једнаки јединици.

доња троугаона матрица, то је и матрица L доња троугаона матрица. Матрица A^{n-1} јесте горња троугаона матрица пошто је добијена елиминацијом свих елемената испод главне дијагонале. Из овог следи да је и матрица U горња троугаона матрица.

2.2.5 Ретке матрице

Приликом прорачуна токова снага у електроенергетским системима, често се користе линеарни системи једначина великих димензија, што подразумева велик број једначина и непознатих величина. Матрице адмитанси, поред тога што су великих димензија, имају особину реткости што подразумева мали број ненултих елемената. На пример, нека су дате матрице A и B које нису ретке и нека ове матрице имају димензије $n \times n$. Тада за множење овакве две матрице је потребно извршити n^3 множења и сабирања. Уколико је пак матрицу потребно помножити са вектором X димензије $n \times 1$, тада је број множења и сабирања једнак n^2 .

Укупан број множења и сабирања може се значајно смањити у случају да матрице и вектори садрже велик број нула. На пример, нека су дате матрица A и вектор X и нека се њиховим множењем добија вектор b :

$$AX = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \\ 0 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{bmatrix} = b. \quad (2.2.5.1)$$

Вредности $b_i, i = 1, \dots, 4$ се израчунавају на следећи начин:

$$\begin{aligned} b_1 &= 0 * 0 + 2 * 4 + 3 * 0 + 0 * 6, \\ b_2 &= 0 * 0 + 0 * 4 + 2 * 0 + 1 * 6, \\ b_3 &= 5 * 0 + 0 * 4 + 0 * 0 + 0 * 6, \\ b_4 &= 2 * 0 + 3 * 4 + 0 * 0 + 0 * 6. \end{aligned} \quad (2.2.5.2)$$

Уколико се из ових релација избаце сви сабирци чији је бар један чинилац 0, тада је за четири релације (2.2.5.2) потребно укупно три множења, за разлику од шеснаест колико би иначе било потребно ако нема нултих чинилаца.

Да би се смањио број множења и тиме убрзао процес прорачуна (као што је демонстрирано у претходном примеру), неопходно је користити ретке матрице. Под ретком матрицом се подразумева свака матрица у којој је већина елемената 0. (У литератури се под ретком матрицом подразумева да је број нула елемената приближно једнак броју врста или колона). У тим случајевима, није неопходно памтити нулте елементе у реткој матрици, нити множити елементе са вредношћу 0 [релација (2.2.5.2)].

За меморисање ретке матрице, не користи се стандардан начин памћења матрице који подразумева памћење свих њених елемената. Постоје различити начини који подразумевају коришћење посебних структура података. Неки од начина за меморисање ретких матрица јесу следећи:

- 1) Речник кључева: користи се стандардна структура речника („dictionary“), која за кључеве користи уређени пар (врста, колона), док се за вредност податка користи вредност поља матрице.

- 2) Листа листи: свака врста матрице представљена је као једна листа која садржи само ненула елементе. Односно, њихове индексе колоне и вредности поља, док се матрица представља као листа индекса врста, при чему свака врста садржи свој редни број и листу елемената у тој врсти.
- 3) Листа координата: представља листу у којој сваки члан листе представља један елемент матрице, а представљен је као уређена тројка која садржи индекс врсте и колоне, као и вредност ненулног елемента.
- 4) Компресована ретка врста: представља матрицу преко три низа **V**, **COL** и **ROW**, од чега низ **V** садржи све вредности ненула елемената матрице. Низ **COL** садржи индексе колоне у којима се налазе ти елементи. Низ **ROW** садржи индексе у низовима **V** и **COL** одакле почињу елементи у датој врсти.
- 5) Компресована ретка колоне: аналогна је компресованој реткој врсти, али су замењене врсте и колоне у дефиницији помоћних низова.

2.3 Системи нелинеарних једначина

Решавање система линеарних једначина дато је у делу 2.2. Међутим, у електроенергетици су модели нелинеарни који подразумевају системе нелинеарних једначина. Овакве системе немогуће је решити директно (егзактно). Уместо њиховог тачног решења користе се итеративни поступци (математички методи) који дају њихово приближно решење, као и процену грешке за добијено решење. Уколико је процењена грешка довољно мала, односно, уколико су задовољени критеријуми конвергенције решење се сматра прихватљивим. У том случају каже се да је поступак конвергирао. Најчешће се за границу дозвољене грешке, односно критеријум конвергенције узимају вредности 10^{-6} , или чак 10^{-9} .

У остатку овог дела дати су Њутн-Рафсонов и Гаус-Зајделов поступак, који се најчешће користе у електроенергетици, а који су коришћени и у овој дисертацији.

2.3.1 Њутн-Рафсонов поступак за решавање једне нелинеарне једначине

Њутн-Рафсонов поступак један је од најчешће коришћених поступака за решавање нелинеарних система једначина. Оригинално верзију поступка дефинисао је Исак Њутн, међутим у облику у којем се данас користи дефинисао га је Џозеф Рафсон.

Разматра се следећа нелинеарна једначина са једном непознатом величином:

$$b = f(x), \quad (2.3.1.1)$$

где $f(x)$ представља нелинеарну функцију једне променљиве. Уколико је ова функција монотона и бесконачно диференцијабилна у околини тачке x_0 , тада је ту функцију могуће развити у Тејлоров ред у околини (базне) тачке x_0 , на следећи начин:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \Delta x^0 + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 f(x)}{\partial x^2} \Big|_{x=x_0} \Delta x^0 + \dots, \quad (2.3.1.2)$$

при чему је са Δx^0 означено одступање аргумента x од базне тачке x_0 :

$$\Delta x^0 = x - x_0. \quad (2.3.1.3)$$

Оригинална функција може да се апроксимира линеарном функцијом $f^1(x)$ добијеном задржавајући прва два члана Тејлоровог развоја функције, односно:

$$f^1(x) = f(x_0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \Delta x^0. \quad (2.3.1.4)$$

Ако је вредност функције $f^1(x)$ у траженој тачки x_0 једнака некој вредности b , добија се следећа релација:

$$b = f(x_0) + \frac{1}{1!} \frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0} \Delta x^0. \quad (2.3.1.5)$$

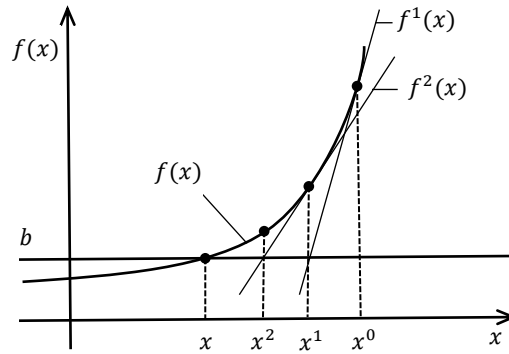
Решавајући линеаризовану једначину (2.3.1.5) по непознатој Δx^0 могуће је добити вредност x^1 на следећи начин:

$$\begin{aligned} \Delta x^0 &= \frac{b - f(x_0)}{\frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=x_0}}, \\ x^1 &= \Delta x^0 + x^0. \end{aligned} \quad (2.3.1.6)$$

Овако добијена вредност променљиве x^1 не представља решење почетне нелинеарне једначине (2.3.1.1) већ само њене апроксимације дефинисане релацијом (2.3.1.5). Добијена вредност x^1 сматра се за апроксимацијом решења релације (2.3.1.1) и користи се за следећу итерацију поступка. Поступак се итеративно понавља све док се не задовољи критеријум конвергенције, односно, све док се не добије решење које је довољно близу коначном решењу. На овај начин добија се низ апроксимација решења $x^0, x^1, x^2, \dots, x^n$, при чему се решење из n -те итерације (x^n) узима за довољно тачно решење почетне нелинеарне једначине $f(x) = b$. Итеративни поступак, дефинисан је тада следећом релацијом:

$$\begin{aligned} \Delta x^h &= \frac{b - f(x^h)}{\frac{\partial f(x)}{\partial x} \Big|_{x=x^h}}, \\ x^{h+1} &= \Delta x^h + x^h, \end{aligned} \quad (2.3.1.7)$$

при чему је са h означен редни број итерације. Линеаризована функција $f^1(x)$ [релација (2.3.1.4)] представља једначину тангенте на оригиналну (нелинеарну) функцију $f(x)$ у тачки са координатом $[x^0, f(x^0)]$ (слика 2.3.1.1). Место пресека тангенте $f^1(x)$ и праве $y = b$ пројектовано на осу x представља нову апроксимацију решења x^1 . Понављајући овај корак, може се приближити решењу које је довољно близу у зависности од критеријума конвергенције. Цео поступак графички је приказан на слици 2.3.1.1.



Слика 2.3.1.1. Нутн-Рафсонов поступак

Критеријуми за прекид итеративног поступка (критеријум конвергенције) јесу следећи:

- 1) Разлика две узастопне апроксимације решења морају бити мање од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно мора бити испуњен следећи услов:
 $|x^{h+1} - x^h| < \varepsilon_x$.
- 2) Разлика слободног члана и вредности функције мора бити мања од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно мора бити испуњен следећи услов: $|f(x^{h+1}) - b| < \varepsilon_f$.

Уколико су ови услови задовољени, тада се последња апроксимација x^{h+1} узима за решење нелинеарне једначине. Као што је већ речено, за вредности ε_x и ε_f узимају се релативно мале вредности реда величине 10^{-6} или мање.

2.3.2 Нутн-Рафсонов поступак за решавање система нелинеарних једначина

У овом параграфу биће изложен Нутн-Рафсонов поступак за решавање система нелинеарних једначина. Овај математички метод је фундамент за решавање преносног дела модела интегрисане преносно-дистрибутивно-резиденцијалне мреже.

Посматра се систем који се састоји од n нелинеарних једначина следећег облика:

$$\begin{aligned}
 f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_1, \\
 f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_2, \\
 &\vdots \\
 f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= b_n,
 \end{aligned}
 \tag{2.3.2.1}$$

при чему су x_1, x_2, \dots, x_n непознате величине, f_1, f_2, \dots, f_n јесу нелинеарне функције више променљивих, док су b_1, b_2, \dots, b_n слободни чланови нелинеарног система једначина (2.3.2.1). Овај систем могуће је записати и у следећем облику:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = b_i, i = 1, \dots, n, \tag{2.3.2.2}$$

односно:

$$f_i(\mathbf{X}) = b_i, i = 1, \dots, n, \quad (2.3.2.3)$$

при чему је \mathbf{X} вектор непознате вредности $\mathbf{X} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$.

Развијањем функција $f_i(\mathbf{X})$, $i = 1, \dots, n$ у Тејлоров ред у околини тачке $\mathbf{X}^0 = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ и задржавањем прва два члана Тејлоровог реда, добијају се линеаризоване функције $f_i^1(\mathbf{X})$:

$$f_i^1(\mathbf{X}) = f_i(\mathbf{X}^0) + \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{X})}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^0} (x_j - x_j^0), i = 1, 2, \dots, n. \quad (2.3.2.4)$$

Заменом функција са левих страна релације (2.3.2.3) њиховим апроксимацијама (2.3.2.4), добија се систем линеаризованих једначина:

$$b_i = f_i(\mathbf{X}^0) + \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{X})}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^0} (x_j - x_j^0), i = 1, \dots, n, \quad (2.3.2.5)$$

односно:

$$b_i - f_i(\mathbf{X}^0) = \sum_{j=1}^n \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{X})}{\partial x_j} \right|_{\mathbf{X}=\mathbf{X}^0} (x_j - x_j^0), i = 1, \dots, n. \quad (2.3.2.6)$$

Претходна форма може се дати у следећем матричном облику у околини тачке \mathbf{X}^0 :

$$\Delta \mathbf{b}^0 = \mathbf{J}(\mathbf{X}^0) \Delta \mathbf{X}^0, \quad (2.3.2.7)$$

при чему:

- 1) $\mathbf{J}(\mathbf{X}^0)$ јесте матрица Јакобијана нелинеарног система (2.3.2.1) са уврштеним вредностима \mathbf{X}^0 и дефинише се као:

$$\mathbf{J}(\mathbf{X}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_1(\mathbf{X})}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(\mathbf{X})}{\partial x_n} \end{bmatrix}. \quad (2.3.2.8)$$

Јакобијан представља матрицу првих извода свих функција по свим непознатим варијаблама и то јесте матрица функција $\left(\frac{\partial f_i(\mathbf{X})}{\partial x_j}, i = 1, \dots, n; j = 1, \dots, n \right)$. Када се у изводима уврсти вредност \mathbf{X}^0 добија се матрица коефицијената линеаризованог система једначина (2.3.2.6).

- 2) $\Delta \mathbf{X}^0$ представља вектор корекција почетне апроксимације решења односно корекцију вредности вектора \mathbf{X}^0 .
- 3) $\Delta \mathbf{b}^0$ вектор одступања левих страна једнакости релације (2.3.2.6). Представља разлику десних страна једнакости нелинеарног система једначина (2.3.2.1) и вредности нелинеарних функција у тачки \mathbf{X}^0 , односно, $f_i(\mathbf{X}^0)$.

Када се реши систем линеаризованих једначина (2.3.2.7), добија се нова апроксимација решења:

$$X^1 = X^0 + \Delta X^0. \quad (2.3.2.9)$$

Међутим, ово решење није решење нелинеарног система (2.3.2.1) већ само његова апроксимација, због апроксимације тог система линеарним системом (2.3.2.5). Понављајући горњи поступак добија се низ нових – коригованих апроксимација решења X^{h+1} на следећи начин:

$$\begin{aligned} \Delta b^h &= J(X^h)\Delta X^h, \\ X^{h+1} &= X^h + \Delta X^h. \end{aligned} \quad (2.3.2.10)$$

Наведени кораци се понављају док се не испуне следећи критеријуми конвергенције:

- 1) Разлика две узастопне апроксимације решења мора бити мања од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно морају бити испуњени следећи услови:
 $|x_i^{h+1} - x_i^h| < \varepsilon_x, i = 1, 2, \dots, n.$
- 2) Разлике слободних чланова и вредности функција морају бити мање од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно морају бити испуњени следећи услови: $|b_i - f_i(X^{h+1})| < \varepsilon_f, i = 1, 2, \dots, n.$

Када су задовољени критеријуми конвергенције, апроксимација решења X^{h+1} узима се за коначно решење система нелинеарних једначина (2.3.2.1).

2.3.3 Гаусов поступак за решавање нелинеарне једначине са једном променљивом

Разматра се нелинеарна једначина (2.3.1.1) (параграф 2.3.1). Основним алгебарским операцијама, ову једначину могуће је свести на следећи еквивалентан облик:

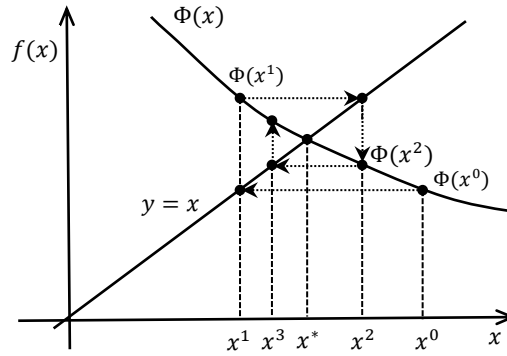
$$x = \Phi(x). \quad (2.3.3.1)$$

Користећи се релацијом (2.3.3.1) могуће је применити Гаусов метод за решавање нелинеарне једначине једне променљиве.

Гаусов итеративни метод започиње задавањем почетне апроксимације променљиве x , која је означена са x^0 . Уврштавајући вредност x^0 у $\Phi(x)$, добија се коригована вредност x^1 која представља следећу апроксимацију решења једначине (2.3.3.1). Овај поступак, могуће је уопштити следећом релацијом:

$$x^{h+1} = \Phi(x^h). \quad (2.3.3.2)$$

Као што се може видети из релације (2.3.3.2), Гаусов итеративни метод заснива се на уврштавањем h -те апроксимације решења (x^h) у нелинеарну функцију $\Phi(x)$, чиме се добија вредност функције $\Phi(x^h)$. На основу вредности функције за текућу апроксимацију решења добија се следећа, односно $(h + 1)$ -а апроксимација решења (x^{h+1}). Цео поступак графички је приказан на слици 2.3.3.1.



Слика 2.3.3.1. Гаусов поступак

Итеративни поступак се понавља све док се не задовоље услови конвергенције:

- 1) Разлика две узастопне апроксимације решења мора бити мања од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно мора бити испуњен следећи услов:
 $|x_{h+1} - x_h| < \varepsilon_x$.
- 2) Разлика слободног члана и вредности функције мора бити мања од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно мора бити испуњен следећи услов: $|f(x_{h+1}) - b| < \varepsilon_f$.

Након задовољења услова конвергенције, последња израчуната апроксимација узима се као решење једначине (2.3.3.1).

2.3.4 Гаус-Зајделов поступак система нелинеарних једначина више променљивих

Разматра се систем нелинеарних једначина (2.3.2.1) (параграф 2.3.2). Релацију (2.3.2.1) могуће је основним алгебарским операцијама свести на следећу еквивалентну форму:

$$\begin{aligned}
 x_1 &= \Phi_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\
 x_2 &= \Phi_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\
 x_3 &= \Phi_3(x_1, x_2, \dots, x_n), \\
 &\vdots \\
 x_n &= \Phi_n(x_1, x_2, \dots, x_n).
 \end{aligned}
 \tag{2.3.4.1}$$

Аналогно Гаусовом методу за решавање једне нелинеарне једначине (са једном непознатом), уколико је позната h -та апроксимација решења система $x_i^h, i = 1, \dots, n$, користећи се релацијом (2.3.4.1) могуће је добити следећу, односно $(h + 1)$ -у апроксимацију решења. Нова апроксимација решења добија се применом следеће релације:

$$\begin{aligned}
 x_1^{h+1} &= \Phi_1(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h), \\
 x_2^{h+1} &= \Phi_2(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h), \\
 x_3^{h+1} &= \Phi_3(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h), \\
 &\vdots \\
 x_n^{h+1} &= \Phi_n(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h).
 \end{aligned}
 \tag{2.3.4.2}$$

Из претходне релације може се приметити да у току прорачуна текуће апроксимације једне променљиве [на пример, x_3^{h+1} из релације (2.3.4.2)] користе се претходне апроксимације решења ($x_i^h, i = 1, \dots, n$). Једноставном изменом Гаусовог метода, могуће је добити Гаус-Зајделов метод. Уколико се при прорачуну нових апроксимација решења $x_i^{h+1}, i = 1, \dots, n$ користе већ кориговане апроксимације решења, добија се следећа релација:

$$\begin{aligned} x_1^{h+1} &= \Phi_1(x_1^h, x_2^h, \dots, x_n^h), \\ x_2^{h+1} &= \Phi_2(x_1^{h+1}, x_2^h, \dots, x_n^h), \\ x_3^{h+1} &= \Phi_3(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, \dots, x_n^h), \\ &\vdots \\ x_n^{h+1} &= \Phi_n(x_1^{h+1}, x_2^{h+1}, \dots, x_{n-1}^{h+1}, x_n^h). \end{aligned} \tag{2.3.4.3}$$

Решавањем система (2.3.4.3) на претходно описан начин добија се Гаус-Зајделов поступак. Оно што разликује овај метод од Гаусовог метода [релација (2.3.4.2)] јесте чињеница да се у Гаус-Зајделовом методу не користе само вредности добијене у претходној апроксимацији решења, већ и израчунате вредности у текућој апроксимацији решења. На овај начин, добија се много ефикаснији метод који брже конвергира од Гаусовог метода.

Гаус-Зајделов поступак започиње задавањем почетне апроксимације ($x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0$). Након тога, поступак се понавља све док се не задовоље следећи услови конвергенције:

- 1) Разлика две узастопне апроксимације решења мора бити мања од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно морају бити испуњени следећи услови:
 $|x_i^{h+1} - x_i^h| < \varepsilon_x, i = 1, 2, \dots, n.$
- 2) Разлике слободних чланова и вредности функција морају бити мање од унапред дефинисаног критеријума конвергенције, односно морају бити испуњени следећи услови: $|b_i - f_i(x_1^{h+1}, \dots, x_{i-1}^{h+1}, x_i^{h+1}, \dots, x_n^{h+1})| < \varepsilon_f, i = 1, 2, \dots, n.$

3 Електрична кола

У овој глави дефинисани су основни појмови везани за електрична кола. У делу 3.1 детаљно су разматрани струјни и напонски Кирхофови закони. У том делу дати су примери кола над којим су примењени Кирхофови закони као и поступак прорачуна непознатих величина електричног кола. На крају ове главе, у делу 3.2, изложен је метод независних напона. Овај метод је такође примењен на примеру једног једноставног електричног кола.

3.1 Кирхофови закони

Пре дефинисања Кирхофових закона, у параграфу 3.1.1 дефинисани су сви појмови који су потребни за дефинисање ових закона. Након тога, у параграфу 3.1.2 дефинисан је први (струјни) Кирхофов закон, док у параграфу 3.1.3 је дефинисан други (напонски) Кирхофов закон, уз пратеће илустративне примере.

3.1.1 Основне дефиниције

У овом параграфу дефинисани су неки од појмова који се користе у електроенергетици, а који се користе у овој дисертацији. Док се неки од њих сматрају основним појмовима (попут електричног кола, чвора и гране) и не дефинишу се, остали појмови су изведени из њих и потребно их је дефинисати. Међу тим појмовима, налазе се стаза, контура, независна контура, независна грана, редна грана, отока, петља, коло са петљама и лествичасто коло. Највећи број дефиниција преузет је из [75]. На слици 3.1.1 приказано је коло са четири чвора и пет грана, на основу којег су објашњени сви наведени појмови.

Дефиниција 3.1.1: *Стаза* кола јесте скуп грана са њиховим чворовима, којима су повезана два чвора кола, ако се на сваки чвор „крећући“ се стазом наилази само по једном. Два чвора која су повезана стазом јесу почетак и крај стазе, зависно од смера кретања дуж ње.

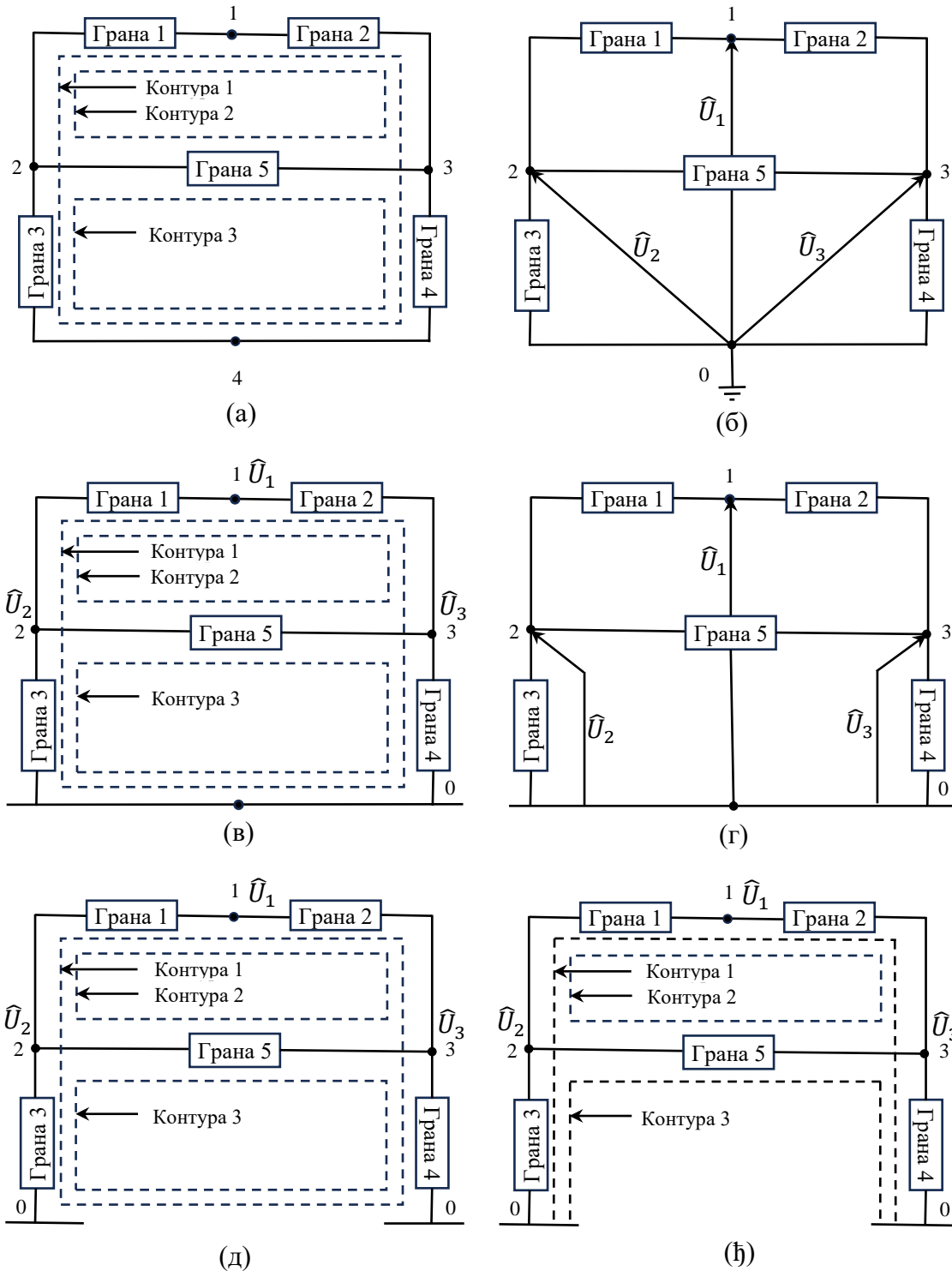
Дефиниција 3.1.2: Две стазе су дисјунктне ако је њихов пресек празан скуп (ако немају ни једну заједничку грану нити заједнички чвор, осим почетних и крајњих).

На примеру са слике 3.1.1а постоје четири стазе са *почетним чвором* 1 и *крајњим чвором* 4. То су:

- 1) Грана 1 (чворови 1 и 2), грана 3 (чворови 2 и 4).
- 2) Грана 1 (чворови 1 и 2), грана 5 (чворови 2 и 3), грана 4 (чворови 3 и 4).
- 3) Грана 2 (чворови 1 и 3), грана 4 (чворови 3 и 4).
- 4) Грана 2 (чворови 1 и 3), грана 5 (чворови 3 и 2), грана 3 (чворови 2 и 4).

Осим ових стаза, постоје још четири стазе између ова два чвора, у којима је почетни чвор 4, а крајњи чвор 1. Ове стазе сматрају се истим стазама као и претходно набројане стазе, уз напомену да оне имају други смер кретања у односу на оригиналне стазе.

Дефиниција 3.1.3: *Контуру* кола чине две дисјунктне стазе које имају супротне почетке и крајеве за одговарајуће смерове кретања дуж њих.



Слика 3.1.1. Пример електричног кола

На слици 3.1.1а постоје укупно 3 контуре и оне су означене испрекиданим линијама.

Прву контуру чине две стазе између чворова 1 и 4:

- 1) Стаза 1: грана 1 (чворови 1 и 2) и грана 3 (чворови 2 и 4).
- 2) Стаза 2: грана 2 (чворови 1 и 3) и грана 4 (чворови 3 и 4), са смером кретања од чвора 4 ка чвору 1.

Другу контуру чине следеће две стазе између чворова 1 и 3:

- 1) Стаза 1: грана 1 (чворови 1 и 2) и грана 5 (чворови 2 и 3).
- 2) Стаза 2: грана 2 (чворови 1 и 3) са смером кретања од чвора 3 ка чвору 1.

Последњу контуру чине две стазе између чворова 2 и 4:

- 1) Стаза 1: грана 5 (чворови 2 и 3) и грана 4 (чворови 3 и 4).
- 2) Стаза 2: грана 3 (чворови 2 и 4) са смером кретања од чвора 4 ка чвору 2.

Поменуте контуре могуће је и другачије дефинисати, мењајући почетне и крајње чворове на стазама. На пример, прву контуру могуће је дефинисати и преко две дисјунктне стазе између чворова 1 и 2, или била која друга два различита чвора на тој контури.

Дефиниција 3.1.4: *Независна контура* је она контура која има бар једну грану која не припада ни једној другој посматраној контури кола. Овакве гране које припадају само једној контури у колу, међу посматраним контурама, називају се *независне гране*.

Највећи број независних контура (n_{kon}) једнак је броју грана кола (n_g), умањеним за број чворова кола (n_c) и увећаним за један: $n_{\text{kon}} = n_g - n_c + 1$.

У колу са слике 3.1.1а налазе се укупно три контуре, а могуће је издвојити највише две независне контуре. Ово је могуће урадити на три начина:

- 1) Контура 1 и контура 2 са независним гранама 3 и 4, односно 5.
- 2) Контура 1 и контура 3 са независним гранама 1 и 2, односно 5.
- 3) Контура 2 и контура 3 са независним гранама 1 и 2, односно 3 и 4.

Да би се дефинисао напон неког чвора, неопходно је прво изабрати један чвор и њега прогласити чвором нултог потенцијала, а затим израчунати напон свих осталих чворова у односу на тај чвор. Тај чвор се најчешће означава редним бројем 0 из практичних разлога, због чега се често назива и „нулти” чвор. Како избор нултог чвора не утиче на прорачуне у остатку кола, за нулти чвор могуће је изабрати било који чвор.

У примеру датом на слици 3.1.1, чвор 4 представља најпрактичнији избор за чвор нултог потенцијала и то је приказано на слици 3.1.1б. Напони чворова 1, 2 и 3 означени су редом са \hat{U}_1 , \hat{U}_2 и \hat{U}_3 и они представљају разлику потенцијала датог чвора у односу на чвор нултог потенцијала. Приликом означавања чворова, чвор нултог потенцијала се означава симболом земље за коју се сматра да свуда има исти потенцијал. Стрелице, које воде од чвора нултог потенцијала до датог чвора, означавају референтни смер напона чвора и усмерене су од чвора нултог потенцијала ка датим чворовима. У том случају сматра се да су сви остали чворови на већем потенцијалу од чвора нултог потенцијала.

На слици 3.1.1в приказано је „развлачење” чвора нултог потенцијала који се најчешће црта као једна равна линија испод свих осталих чворова у колу. Овакав начин цртања чвора не ремети структуру електричног кола, али јако утиче на његову прегледност. Додатно, уместо једне дугачке линије чвор се често црта вишеструким линијама. На овај начин додатно се утиче на прегледност цртежа. У том случају се на сваком делу цртежа означава редни број чвора, као на слици 3.1.1д. У тој слици чвор 0 приказан је два пута иако је у питању исти чвор. Када су у питању контуре кола (као што се може видети на сликама 3.1.1д и 3.1.1ђ) овакав начин цртања не утиче ни на постојеће контуре у колу. Ради додатне прегледности, (како делови линије чвора 0 недостају на

цртежу) приликом цртања контура које садрже чвор 0 дозвољено је да се делови контура које га садрже нацртају са прекидом између два места која оба означавају чвор 0 (слика 3.1.1ђ). Осим оваквог начина цртања чвора 0 и контура које га садрже, додатну прегледност је могуће постићи и означавањем напона чворова уз чворове (уместо са стрелицом која води од чвора 0 до тог чвора као што је приказано на слици 3.1.1б и 3.1.1г).

Дефиниција 3.1.5: Грана чији ниједан чвор није чвор нултог потенцијала назива се *редна грана*, док грана чији један чвор јесте чвор нултог потенцијала се назива *оточна грана*.

На примеру са слике 3.1.1 постоје укупно три редне и две оточне гране. Редне гране су гране 1, 2 и 5, док су оточне 3 и 4. Ово се најбоље види на сликама 3.1.1б, в, г, д и ђ.

Дефиниција 3.1.6: Контура која не садржи ни једну оточну грану назива се *петља*.

Како по дефиницији оточна грана мора да садржи чвор 0, као последица добија се да су петље само оне контуре које у себи не садрже чвор 0. На примеру кола са слике 3.1.1, једина контура која представља петљу јесте контура 2, док контуре 1 и 3 нису петље.

Дефиниција 3.1.7: Коло у којем постоји барем једна петља назива се *коло са петљама*.

Како је претходно речено, коло на слици 3.1.1 има једну петљу и то јесте контура 2. Због ове чињенице ово коло јесте коло са петљама.

Дефиниција 3.1.8: Коло са контурама међу којима нема петљи назива се *лествичасто коло*.

Коло са слике 3.1.1 није лествичасто коло јер у себи садржи једну петљу, а то јесте контура 2. Уколико би грана 1 спајала чвор 1 и чвор нултог потенцијала (уместо чворова 1 и 3) тада би ово коло било лествичасто коло.

3.1.2 Први Кирхофов закон

У овом параграфу дефинисан је први Кирхофов закон. Такође, дат је пример на основу којег је изложена примена првог Кирхофовог закона. Овај закон назива се и струјни закон.

Први Кирхофов закон: Сума струја грана које се стичу у једном чвору једнака је нули.

Ову дефиницију могуће је исказати следећом релацијом:

$$\sum_{i=1}^n \hat{I}_i = 0, \quad (3.1.2.1)$$

при чему n представља број грана које се стичу у том чвору, док \hat{I}_i представља струју i -те гране.

Струје грана са референтним смером ка посматраном чвору се узимају са истим предзнаком док се струје грана са референтним смером од чвора узимају са супротним предзнаком. Користећи ову особину струја, могуће је дати и еквивалентну дефиницију првог Кирхофовог закона:

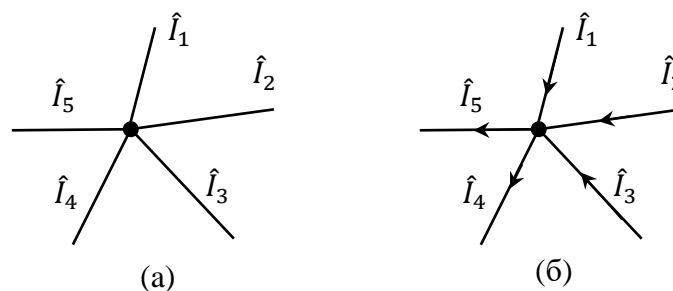
Први Кирхофов закон (варијанта 2): Збир струја које улазе у чвор једнак је збиру струја које излазе из њега.

На слици 3.1.2 приказан је пример на основу којег је детаљније изложен први Кирхофов закон. На слици 3.1.2а налази се чвор са пет грана које се стичу у њега. Слика 3.1.2б добијена је из слике 3.1.2а одређивањем референтних смерова струја. Након тога, могуће је дефинисати први Кирхофов закон на три еквивалентна начина, као што је дато у следећим релацијама:

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 - \hat{I}_4 - \hat{I}_5 = 0, \quad (3.1.2.1a)$$

$$-\hat{I}_1 - \hat{I}_2 - \hat{I}_3 + \hat{I}_4 + \hat{I}_5 = 0, \quad (3.1.2.1b)$$

$$\hat{I}_1 + \hat{I}_2 + \hat{I}_3 = \hat{I}_4 + \hat{I}_5. \quad (3.1.2.1v)$$



Слика 3.1.2. Пример за демонстрацију првог Кирхофовог закона

3.1.3 Други Кирхофов закон

У овом параграфу дефинисан је други Кирхофов закон који се назива још и напонски закон. Такође, дат је пример на основу којег је овај закон детаљно објашњен.

Други Кирхофов закон: Сума свих напона грана унутар једне контуре једнака је нули: ($\sum_{i=1}^n \hat{U}_i = 0$).

Ову дефиницију могуће је исказати и следећом релацијом:

$$\sum_{i=1}^n \hat{U}_i = 0. \quad (3.1.3.1)$$

Аналогно као и код првог Кирхофовог закона, и овде су битни референтни смерови грана које припадају контури. Напони грана чији су референтни смерови сагласни са смером кретања дуж контуре узимају се са једним предзнаком, док се напони осталих грана узимају са супротним предзнаком.

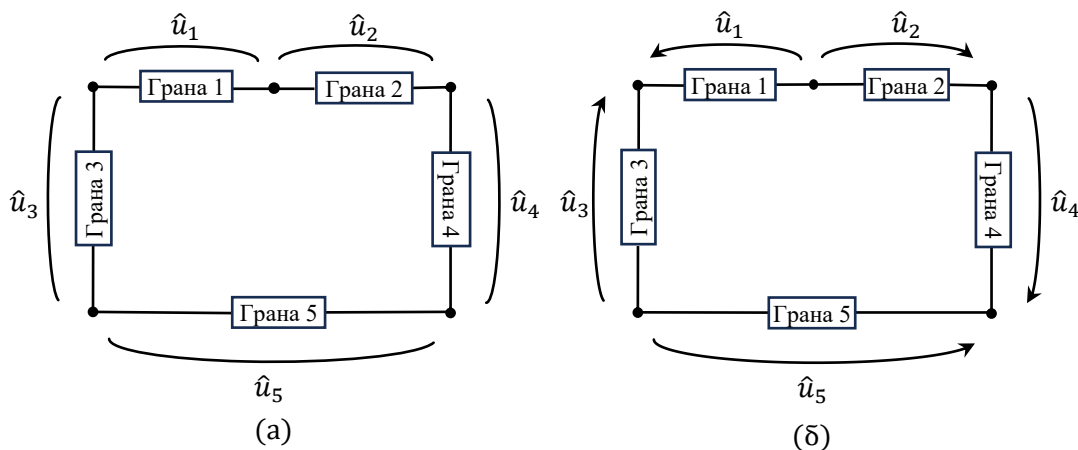
На слици 3.1.3а дат је пример који на основу којег је детаљније изложена примена другог Кирхофовог закона. Електрично коло на слици састоји се од једне контуре на

којој се налази пет чворова означених кружићима и повезаних гранама, које су нумерисане бројевима од 1 до 5. Са \hat{u}_1 до \hat{u}_5 означени су напони чворова са којима су повезане гране 1 до 5.

Референтни смерови напона грана на контури могу се изабрати произвољно. Један могући пример одређивања референтних смерова дат је на слици 3.1.3б. У зависности од смера кретања дуж контуре, применом другог Кирхофовог закона, могу се написати две еквивалентне релације:

$$-\hat{u}_1 + \hat{u}_2 + \hat{u}_3 + \hat{u}_4 - \hat{u}_5 = 0, \quad (3.1.3.2a)$$

$$\hat{u}_1 - \hat{u}_2 - \hat{u}_3 - \hat{u}_4 + \hat{u}_5 = 0. \quad (3.1.3.2б)$$



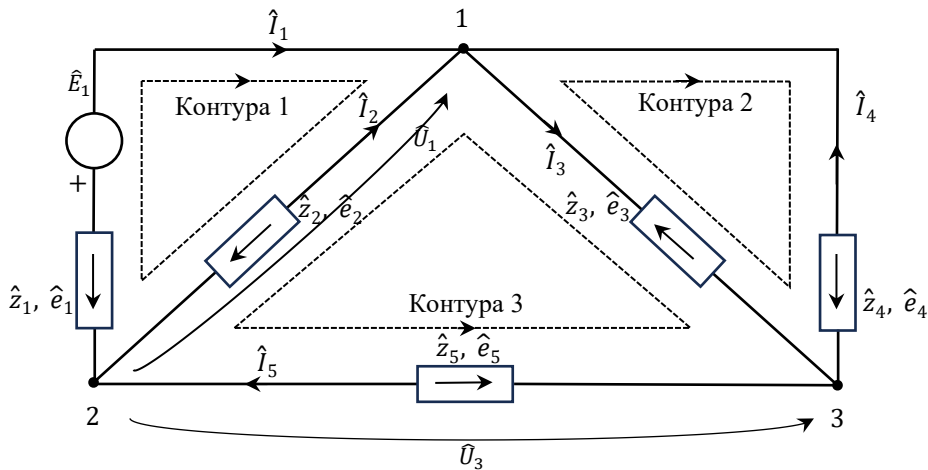
Слика 3.1.3. Пример контуре

3.1.4 Примена Кирхофових закона за моделовање једне класе електричних кола

Кирхофови закони често се користе за моделовање различитих електричних кола. На основу њих могуће је написати велик број релација за моделовање кола, на основу којих је могуће израчунавање свих основних величина кола. У овом параграфу дат је један илустративан пример оваквог моделовања у којем су оба Кирхофова закона примењена на једно једноставно електрично коло.

3.1.4.1 Примена Кирхофових закона на једноставним електричним колима

Пример 1: На слици 3.1.4.1 приказано је коло на основу којег је изложена примена Кирхофових закона. Ово коло има 5 грана ($n_g = 5$) и 3 чвора ($n_c = 3$) нумерисана бројевима 1, 2 и 3. Грана 1 садржи напонски генератор (\hat{E}_1, \hat{z}_1), док гране 2, 3, 4 и 5 представљају једноставне гране са импедансама обележеним редом $\hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4$ и \hat{z}_5 .



Слика 3.1.4.1. Пример једноставног електричног кола

На основу раније изложене материје (параграфи 3.1.2 и 3.1.3), могуће је дефинисати математички модел кола који је сагласан са Кирхофовим законима. Тај модел дефинише се на следећи начин:

- 1) *Одређивање чвора нултог потенцијала.* Чвор 2 проглашава се чвором нултог потенцијала. Избор чвора није јединствен и за чвор нултог потенцијала могуће је изабрати било који чвор са слике 3.1.4.1. Напони свих осталих чворова у колу одређују се у односу на тај чвор и то јесу напони \hat{U}_1 и \hat{U}_3 . Напони ових чворова су усмерени од чвора нултог потенцијала (чвор 2) ка чворовима 1 и 3. По дефиницији 3.1.5 (параграф 3.1.1) гране 1, 2 и 5 постају оточне гране док гране 3 и 4 постају редне.
- 2) *Избор референтних смерова грана.* Изабрани референтни смерови грана приказани су на слици 3.1.4.1.
- 3) *Утврђивање контраелектромоторних сила импеданси.* $\hat{e}_i = \hat{z}_i \hat{I}_i$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$. Референтни смерови ових сила приказани су на слици 3.1.4.1.
- 4) *Дефинисање релација сагласних са првим Кирхофовим законом.* Како је број чворова у овом колу $n_\zeta = 3$, то значи да је укупан број релација које је могуће дефинисати по првом Кирхофовом закону $n_\zeta - 1 = 3 - 1 = 2$, јер се оне не пишу за чвор нултог потенцијала. То су редом релације (3.1.4.1а) и (3.1.4.1б).
- 5) *Одређивање највећег броја независних контура.* Како је број чворова у колу $n_\zeta = 3$ и број грана $n_g = 5$, највећи број независних контура јесте $n_{\text{кон}} = n_g - n_\zeta + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$. На слици 3.1.4.1 се налази један избор ових контура које су означене редом са 1, 2 и 3.
- 6) *Одређивање референтних смерова независних контура.* Смерови контура могу се изабрати произвољно. Смерови за овај пример дати су на слици 3.1.4.1.
- 7) *Дефинисање релација сагласних са другим Кирхофовим законом.* Након одређивања референтних смерова контура, за сваку контуру је потребно написати по једну релацију сагласну са другим Кирхофовим законом. У овом примеру, то су редом релације (3.1.4.1в), (3.1.4.1г) и (3.1.4.1д).

С обзиром на све горе наведено, применом Кирхофових закона добија се математички модел кола. Овај модел може се представити системом који се састоји из следећих пет релација:

$$\text{Чвор 1: } \hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0, \quad (3.1.4.1а)$$

$$\text{Чвор 3: } \hat{I}_3 - \hat{I}_4 - \hat{I}_5 = 0, \quad (3.1.4.1б)$$

$$\text{Контура 1: } \hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0, \quad (3.1.4.1\text{в})$$

$$\text{Контура 2: } \hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0, \quad (3.1.4.1\text{г})$$

$$\text{Контура 3: } \hat{z}_5 \hat{I}_5 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0. \quad (3.1.4.1\text{д})$$

Како су у овом систему импедансе $\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3, \hat{z}_4$ и \hat{z}_5 познате, релације (3.1.4.1) представљају систем од пет линеарних једначина који садржи шест непознатих променљивих: $\hat{E}_1, \hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4$ и \hat{I}_5 . Како је број непознатих променљивих већи од броја једначина за један, потребно је одредити ексцитацију кола. Односно, потребно је задати једну вредност за неку од шест наведених варијабли и на тај начин учинити овај систем детерминистичким. У овом примеру, најпрактичније је изабрати величину \hat{E}_1 која представља напон идеалног напонског генератора. Након тога, могуће је решити систем линеарних једначина (3.1.4.1) по преосталих пет варијабли, а то јесу струје грана које су обележене редом $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4$ и \hat{I}_5 .

Након добијања решења система, коришћењем пет добијених струја, израчунавају се напони чворова 1 и 3. Један од начина да се они израчунају јесте из следећих релација:

$$\hat{U}_1 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2, \quad (3.1.4.2\text{а})$$

$$\hat{U}_3 = \hat{z}_5 \hat{I}_5. \quad (3.1.4.2\text{б})$$

Пример 2:

Уколико би у примеру са слике 3.1.4.1 на грану 1 додали нови чвор 4, тада би добили еквивалентно коло датом колу (слика 3.1.4.2) чији се математички модел суштински не разликује од математичког модела изведеног у претходном примеру. Додавањем чвора 4 претходна сложена грана, са идеалним струјним генератором \hat{E}_1 и импедансом \hat{z}_1 добијају се две једноставне гране (слика 3.1.4.2). Свака једноставна грана садржи по једну од ове две наведене компоненте (\hat{E}_1 и \hat{z}_1 са слике 3.1.4.1). Грана са идеалним напонским генератором имала би струју \hat{I}'_1 док би грана са импедансом \hat{z}_1 имала струју \hat{I}_1 .

Овако добијено коло садржи $n_c = 3 + 1 = 4$ чворова и $n_g = 5 + 1 = 6$ грана. Како се број чворова повећао за један (док је број независних контура у колу остао исти), сходно првом Кирхофовом закону, потребно је повећати укупан број једначина којима се описује ово коло за један. Ипак, и поред повећања броја једначина, модел за коло се у суштини не мења и он гласи:

$$\text{Чвор 1: } \hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0, \quad (3.1.4.3\text{а})$$

$$\text{Чвор 3: } \hat{I}_3 - \hat{I}_4 - \hat{I}_5 = 0, \quad (3.1.4.3\text{б})$$

$$\text{Чвор 4: } \hat{I}'_1 - \hat{I}_1 = 0, \quad (3.1.4.3\text{в})$$

$$\text{Контура 1: } \hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0, \quad (3.1.4.3\text{г})$$

$$\text{Контура 2: } \hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0, \quad (3.1.4.3\text{д})$$

$$\text{Контура 3: } \hat{z}_5 \hat{I}_5 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0. \quad (3.1.4.3\text{ђ})$$

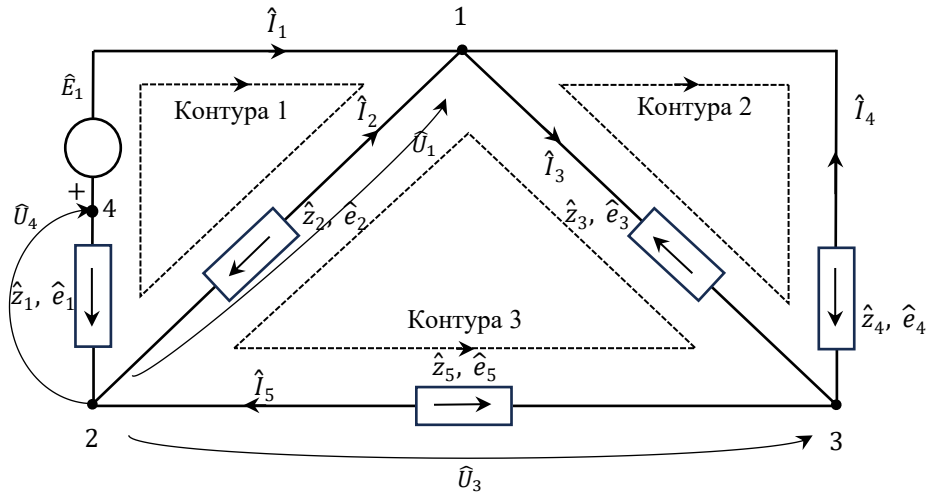
Повећањем броја релација за једну (3.1.4.2в) повећан је и број непознатих величина за једну, односно непозната је струја \hat{I}'_1 . Оваквим приступом систем једначина остаје

јединствено одређен. Након његовог решавања по струјама $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4, \hat{I}_5$, напоне чворова 1, 3 и 4 могуће је одредити редом из следећих релација:

$$\hat{U}_1 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2, \quad (3.1.4.4a)$$

$$\hat{U}_3 = \hat{z}_5 \hat{I}_5, \quad (3.1.4.4b)$$

$$\hat{U}_4 = \hat{E}_1. \quad (3.1.4.4v)$$



Слика 3.1.4.2. Коло еквивалентно колу са слике 3.1.4.1

Пример 3:

На слици 3.1.4.3 представљено је коло добијено модификовањем кола са слике 3.1.4.1 тако што је импеданса \hat{z}_5 , на грани између чворова 2 и 3, замењена потрошачем P . Комплексна снага тог потрошача износи $\hat{S}_5 = \hat{U}_5^* \hat{I}_5 = P_5 - jQ_5$. На овај начин, грана 5 постаје нелинеарна грана чији су смерови напона, струја и снага усаглашени према потрошачу [75].

Приликом формирања математичког модела кола са слике, потребно је написати $n_\zeta - 1 + n_{\text{кон}} = 3 - 1 + 3 = 5$ релација сагласних с Кирхофовим законима. Две релације које проистичу из струјног и три које проистичу из напонског Кирхофовог закона гласе:

$$\text{Чвор 1: } \hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0, \quad (3.1.4.5a)$$

$$\text{Чвор 3: } \hat{I}_3 - \hat{I}_4 - \hat{I}_5 = 0, \quad (3.1.4.5b)$$

$$\text{Контура 1: } \hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0, \quad (3.1.4.5v)$$

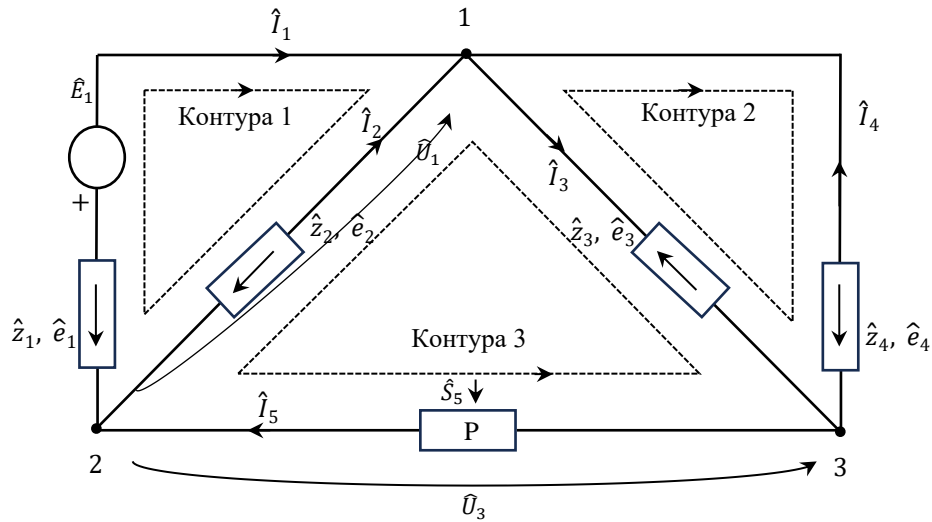
$$\text{Контура 2: } \hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0, \quad (3.1.4.5г)$$

$$\text{Контура 3: } \hat{U}_3 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0. \quad (3.1.4.5д)$$

Како је додавањем потрошача у грани 5 она постала нелинеарна, напон \hat{U}_3 и струја \hat{I}_5 у овој грани повезани су следећом релацијом:

$$\hat{I}_5 = \frac{\hat{S}_5}{\hat{U}_3^*}, \quad (3.1.4.5ђ)$$

при чему, као што је речено, \hat{S}_5 представља комплексну снагу потрошача.



Слика 3.1.4.3. Коло са потрошачем комплексне снаге \hat{S}_5

Додавањем потрошача у грани 5, број једначина којим се описује његов математички модел повећава се на 6, док се укупан број варијабли повећава на 8. Осим претходно дефинисаних 6 варијабли из примера 1, ($\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4, \hat{I}_5$ и \hat{E}_1), у систему се налазе и варијабле \hat{S}_5 (која представља комплексну снагу потрошача), и \hat{E}_1 (која представља напон идеалног напонског генератора). Да би систем постао одређен неопходно је специфицирати две варијабле. Најпогоднији избор у овом примеру јесте она ексцитација која подразумева познату (задату) комплексну снагу потрошача и напон идеалног напонског генератора. Уврштавањем познатих величина \hat{S}_5 и \hat{E}_1 у систем (3.1.4.5), добија се детерминистички систем који се састоји из 6 једначина са 6 непознатих величина. Уколико се у релацији (3.1.4.5б) вредност \hat{I}_5 замени вредношћу из релације (3.1.4.5ђ), тада се добија систем од 5 једначина са 5 непознатих величина. Претходни математички модел сада има следећу форму:

$$\text{Чвор 1: } \hat{I}_1 + \hat{I}_2 - \hat{I}_3 + \hat{I}_4 = 0, \quad (3.1.4.6a)$$

$$\text{Чвор 3: } \hat{I}_3 - \hat{I}_4 - \frac{\hat{S}_5}{\hat{U}_3^*} = 0, \quad (3.1.4.6б)$$

$$\text{Контура 1: } \hat{E}_1 - \hat{z}_1 \hat{I}_1 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 = 0, \quad (3.1.4.6в)$$

$$\text{Контура 2: } \hat{z}_4 \hat{I}_4 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0, \quad (3.1.4.6г)$$

$$\text{Контура 3: } \hat{U}_3 + \hat{z}_2 \hat{I}_2 + \hat{z}_3 \hat{I}_3 = 0. \quad (3.1.4.6д)$$

Решавањем овог система по пет непознатих величина $\hat{I}_1, \hat{I}_2, \hat{I}_3, \hat{I}_4$ и \hat{U}_3 , могу се добити и остале величине у колу. Струја \hat{I}_5 може се добити директно из релације (3.1.4.5ђ), док се напон чвора 1 може добити из следеће релације:

$$\hat{U}_1 = -\hat{z}_2 \hat{I}_2. \quad (3.1.4.7)$$

Оно што разликује овај систем у односу на претходна два [(3.1.4.4) и (3.1.4.5)] јесте чињеница да је овај систем једначина (модел кола) нелинеаран. Ово је постигнуто додавањем потрошача са специфицираном комплексном снагом у грани 5. За решавање оваквих система, користе се методе за решавање система нелинеарних једначина као што је описано у делу 2.3.

3.2 Метод независних напона

У овом делу детаљно је изложен метод независних напона на основу којег су развијени модели токова снага преносних мрежа. Прво су дате основне дефиниције, а затим се излаже примена метода на једноставном примеру кола без спрега.

3.2.1 Основне дефиниције и тврђења

На почетку овог параграфа дате су основне дефиниције које се користе у овој глави. Након тога, наведена су основна тврђења потребна за дефинисање и доказ метода независних напона. Дефиниције у овој глави представљају опште дефиниције у електроенергетици и преузете су из [75].

Ради комплетности изложене материје, најпре се уводи појам генератора. У електричним колима, генераторе је могуће посматрати на два начина као: 1) линеарне и 2) нелинеарне гране. Начин моделовања генератора зависи од проблема који се обрађује. Ако се за генераторе специфицирају активне и реактивне снаге или активне снаге и напони, онда се они приказују као нелинеарне гране. Са друге стране, ако се они приказују редним везама идеалних струјних генератора и импедантно-адмитантних грана, онда они представљају линеарне гране. У овом параграфу разматрају се линеарни генератори.

Линеарни генератори могу се поделити у две врсте: напонски и струјни. Како се у њиховој основи налазе идеални напонски генератор и идеалан струјни генератор, потребно је прво дефинисати ове две врсте генератора.

Дефиниција 3.2.1.1: *Идеалан напонски генератор* јесте линеаран електрични елемент са два краја, специфицираног напона, чија вредност не зависи од његове струје.

Симбол идеалног напонског генератора јесте круг са означеним напоном \hat{U} . Његов референтни смер означава се знаком плус и њиме се диктира напон између почетног и крајњег чвора гране. За разлику од његовог константног напона, његова струја \hat{I} не зависи само од њега већ и од остатка кола.

Дефиниција 3.2.1.2: *Идеалан струјни генератор* јесте линеаран електрични елемент са два краја, специфициране струје, чија вредност не зависи од његовог напона.

Слично симболу идеалног напонског генератора, симбол идеалног струјног генератора јесте круг са означеном струјом \hat{I} . Његов референтни смер је дат стрелицом и њиме се диктира струја између почетног и крајњег чвора гране. За разлику од његове константне струје, напон идеалног струјног генератора зависи и од остатка кола.

На основу изложене две врсте генератора, могуће је дефинисати напонски и струјни генератор на следећи начин:

Дефиниција 3.2.1.3: *Напонски (Тевененов) генератор* јесте редна веза идеалног напонског генератора специфицираног напона \hat{U} и специфициране ненулта импедансе \hat{Z} , односно специфициране адмитансе $\hat{Y} = 1/\hat{Z}$ коначних вредности.

Дефиниција 3.2.1.4: *Струјни (Нортонов) генератор* јесте паралелна веза идеалног струјног генератора специфициране струје \hat{I} и специфициране ненулта адмитансе \hat{Y} , односно специфициране импедансе $\hat{Z} = 1/\hat{Y}$ коначних вредности.

Везу између напонског и струјног генератора може се објаснити следећом теоремом:

Теорема 3.2.1.1: Напонски генератор дефинисан са уређеним паром (\hat{U}, \hat{Z}_1) , односно (\hat{U}, \hat{Y}_1) и струјни генератор дефинисан са уређеним паром (\hat{I}_1, \hat{Y}_2) односно (\hat{I}_1, \hat{Z}_2) међусобно су еквивалентни уколико важи: $\hat{Y}_2 = 1/\hat{Z}_1$ и $\hat{I}_1 = \hat{U}/\hat{Z}_1$.

Доказ ове теореме је једноставан, и може се наћи у [75]. Након претходног излагања, могуће је дефинисати пасивизирање напонског и струјног генератора, као и навести још пар теорема везаних за њих.

Дефиниција 3.2.1.5: *Пасивизирати напонски генератор* значи анулирати напон његовог идеалног напонског генератора.

Дефиниција 3.2.1.6: *Пасивизирати струјни генератор* значи анулирати струју његовог идеалног струјног генератора.

Теорема 3.2.1.2: Више идеалних напонских генератора различитих напона није могуће везати паралелно. Када би им напони били једнаки, тада би се они могли заменити једним идеалним напонским генератором истог напона.

Теорема 3.2.1.3: Више идеалних струјних генератора различитих струја није могуће везати редно. Када би им струје биле једнаке, тада би се они могли заменити једним идеалним струјним генератором исте струје.

Теорема 3.2.1.4: Редна грана која се састоји од идеалног струјног генератора може се приказати са две оточне гране које чине идеални струјни генератор. По једна од тих грана је прикључена између свака два чвора редне гране и чвора нултог потенцијала, са истом струјом идеалног струјног генератора редне гране и са одговарајућим смеровима струја.

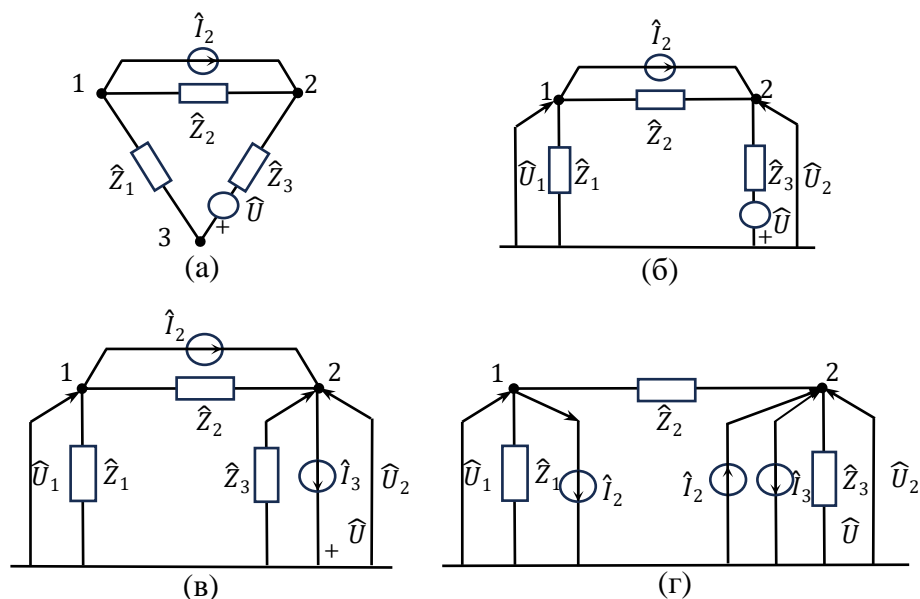
Претходне две теореме су наведене без доказа јер њихови докази нису суштински битни за ову дисертацију.

3.2.2 Примена метода независних напона за моделовање електричних кола

Основна идеја метода независних напона разматра се на примеру једноставног кола са три чвора, приказаног на слици 3.2.2. Метод се разматра у комплексном домену. На основу изложеног, метод се може уопштити на коло са произвољним бројем чворова.

На слици 3.2.2а дато је једноставно коло које садржи три чвора и три гране, без индуктивних и капацитивних веза, као и без идеалних трансформатора. Једна грана садржи импедансу \hat{Z}_1 , друга струјни генератор струје \hat{I}_2 , док трећа садржи напонски

генератор напона \hat{U}_3 . Развлачењем чвора 3, добија се коло као на слици 3.2.2б. Напони осталих чворова дефинисани су у односу на тај чвор.



Слика 3.2.2. Коло са три чвора

Након развлачења чвора 3, потребно је све напонске генераторе заменити струјним генераторима. На слици 3.2.2в, напонски генератор гране 3 са слике 3.2.2б трансформисан је у струјни генератор, при чему је та грана замењена са две паралелне гране: једна која садржи импедансу \hat{Z}_3 и једна која садржи идеални струјни генератор \hat{I}_3 . На основу теореме 3.2.1.4, струјни генератор на грани 2, између чворова 1 и 2, замењен је са два струјна генератора истих струја који повезују те чворове са нултим чвором, при чему је неопходно водити рачуна о смеру струја. У случају чвора 1, струјни генератор води од чвора 1 ка нултом чвору, док у другом случају струјни генератор води ка чвору 2.

Након замене: 1) свих напонских генератора струјним и 2) свих струјних генератора на свим редним гранама са струјним генераторима на оточним гранама, потребно је одредити инјектиране струје свих чворова. Под инјектираним струјама подразумева се сума свих идеалних струјних генератора који се стичу у том чвору. Са предзнаком плус узимају се они струјни генератори који утичу у дати чвор, а са предзнаком минус струје свих оних који истичу из њега.

За коло са слике 3.2.2 потребно је одредити инјектиране струје за чворове 1 и 2. Оне се могу одредити следећим релацијама:

$$\hat{J}_1 = -\hat{I}_2, \quad (3.2.2.1a)$$

$$\hat{J}_2 = \hat{I}_2 - \hat{I}_3. \quad (3.2.2.1б)$$

Модел приказан релацијама (3.2.2.1а) и (3.2.2.1б) могуће је приказати и у матричној форми која гласи:

$$\begin{bmatrix} \hat{J}_1 \\ \hat{J}_2 \end{bmatrix} = \hat{Y} \begin{bmatrix} \hat{U}_1 \\ \hat{U}_2 \end{bmatrix}, \quad (3.2.2.2)$$

при чему је са \hat{Y} означена матрица адмитанси чворова кола која може да се запише у облику:

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} \end{bmatrix}, \quad (3.2.2.3a)$$

односно:

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{12} & -\hat{Y}_{12} \\ -\hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{21} + \hat{Y}_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.2.2.3b)$$

У случају са слике 3.2.2, матрица адмитанси \hat{Y} гласи:

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} 1/\hat{Z}_1 + 1/\hat{Z}_2 & -1/\hat{Z}_2 \\ -1/\hat{Z}_2 & 1/\hat{Z}_2 + 1/\hat{Z}_3 \end{bmatrix}. \quad (3.2.2.3c)$$

У случају да коло има $n + 1$ чвора, односно n чворова без чвора нултог потенцијала, матрица адмитанси има димензију $n \times n$. Њени елементи се дефинишу на следећи начин:

$$\hat{y}_{ii} = \sum_{j=1}^n \hat{Y}_{ij}, i = 1, 2, \dots, n; \quad (3.2.2.4a)$$

$$\hat{y}_{ij} = \hat{y}_{ji} = -\hat{Y}_{ij}, i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j, \quad (3.2.2.4b)$$

при чему \hat{Y}_{ij} представља адмитансу редне гране прикључене између чворова i и j .

Као што се може видети из релација (3.2.2.4) матрица адмитанси јесте симетрична и једноставно се генерише. Осим наведених особина постоји још једна особина због које је она изузетно погодна за моделовање електричних кола методом независних напона, а то јесте њена реткост. Наведене три особине називају се фундаменталним особинама матрице адмитанси [75]. У пракси, сваки чвор повезан је у просеку са 3 суседна чвора, што значи да у свакој врсти и колони ове матрице постоје у просеку 4 ненулта елемента, која укључују и дијагонално поље. На овај начин, број нулта елемената матрице у колу које садржи $n + 1$ чворова се смањује са $n \times n$ на $4 \times n$, што значајно убрзава прорачуне који су засновани на методу потенцијала чворова.

Аналогно релацији (3.2.2.2), могуће је дефинисати и општу адмитантну форму математичког модела кола које садржи $n + 1$ чворова, сагласну са методом независних напона. Она гласи:

$$\hat{J} = \hat{Y}\hat{U}, \quad (3.2.2.5)$$

при чему \hat{J} представља вектор инјектираних струја чворова, \hat{U} вектор напона чворова, \hat{Y} матрицу адмитанси кола. У случајевима када је матрица адмитанси регуларна матрица, посматрано коло може се моделовати и у импедантној форми:

$$\hat{U} = \hat{Z}\hat{J}, \quad (3.2.2.6)$$

при чему $\hat{\mathbf{Z}}$ представља матрицу импеданси чворова кола, односно $\hat{\mathbf{Z}} = \hat{\mathbf{Y}}^{-1}$.

Иако је матрица адмитанси $\hat{\mathbf{Y}}$ генерално ретка матрица, иста особина не важи за матрицу импеданси. Управо због тога, импедантна форма модела се не примењује у пракси и има само теоријски значај.

Адмитантна форма метода независних напона дата релацијом (3.2.2.5) представља математички модел кола у простопериодичним режимима. Приликом примене ове методе, добијени систем једначина решава се по непознатим напонима чворова. Када су познати сви напони у колу, могуће је прорачунати све остале параметре кола као што су струје и снаге губитака грана, као и укупни губици у целом колу. Управо због тога, добијени вектор напона свих чворова кола назива се вектором стања кола и под прорачуном режима неког електричног кола најчешће се подразумева његово израчунавање.

4 Прорачун токова снага

Као што је већ речено у глави 1, постоји велики број алгоритама (метода) за прорачун токова снага у одређеним деловима електроенергетске мреже. Неки од њих јесу Њутн-Рафсонов метод, метод сумирања струја и корекције напона (ССКН), метод контурних струја (ДАДС), имплицитни Z_{BUS} метод и други. Оно што значајно утиче на ефикасност наведених метода јесте топологија мреже. Док преносне мреже представљају јако упетљане мреже, дистрибутивне и резиденцијалне мреже су по својој топологији слабо упетљане и радијалне мреже [75,76]. У овој дисертацији за прорачун токова снага у преносним мрежама употребљен је Њутн-Рафсонов метод, док у дистрибутивним и резиденцијалним мрежама је употребљен метод ССКН. Њутн-Рафсонов метод се показао ефикасним у прорачунима токова снага преносних мрежа, док се ССКН показао ефикаснијим у прорачунима токова снага дистрибутивних и резиденцијалних мрежа [77, 78].

Њутн-Рафсонова и метода ССКН детаљно су изложени у деловима 4.1 и 4.2. У делу 4.1 дата је формулација модела и процедура за прорачун токова снага у симетричним режимима, док у делу 4.2 изложени су модели и процедуре за прорачун токова снага у несиметричним режимима преносних и дистрибутивних мрежа.

4.1 Прорачуни токова снага у симетричним режимима

У овом делу изложени су методи за прорачун токова снага у симетричним режимима преносних и дистрибутивних мрежа. У параграфу 4.1.1 детаљно је изложен Њутн-Рафсонов метод, док је у параграфу 4.1.2 изложена примена овог метода у прорачунима токова снага преносних мрежа. Након тога, у параграфу 4.1.3 детаљно је изведена метода сумирања струја и корекције напона (ССКН), док је примена овог метода у дистрибутивним и резиденцијалним мрежама дата у параграфу 4.1.4.

4.1.1 Прорачун токова снага у симетричним режимима преносних мрежа

Да би се извршио прорачун колико је потребно произвести електричне енергије, није довољно само уважити потребе потрошача. Наиме, електроенергетски систем има своје губитке који се јављају при преносу од електрана до потрошача. Ови губици нису константни, већ зависе од режима, што у великој мери усложњава прорачун колико електричне енергије је потребно произвести. Осим електричне енергије коју је потребно испоручити потрошачима неопходно је покрити и губитке у електроенергетском систему. Прорачун устаљених токова снага управо треба да да одговор на једно такво питање:

“Колико је потребно произвести електричне енергије, тј. колика треба да буде снага (активна и реактивна) сваког генератора у систему тако да они покрију задате потрошње свих потрошача уз уважавање непознатих губитака енергије и одржавања њеног квалитета?”

Под квалитетом електричне енергије подразумевају се вредности модула напона у чворовима потрошача, као и њена учесталост. Приликом дефинисања оваквог проблема узимају се у обзир претпоставке да је електричну енергију могуће произвести у довољној количини да се покрију потребе потрошача и губици који настају у погону

електроенергетског система, као и да су преносни капацитети водова и трансформатора за пренос електричне енергије до потрошача довољно велики. Такође, и опсеги свих регулационих трансформатора потрошача морају бити у могућности да регулишу одговарајуће напоне на секундарним странама, у зависности од варирања напона на њиховим примарним странама.

Решење проблема биланса снага ЕЕС није јединствено. Да би се овај проблем поједноставио, неопходно је прво дати одговор на следеће питање:

“Како изабрати устаљени режим (од мноштва могућих) разматране мреже који задату потрошњу и одговарајуће губитке задовољава употребом расположиве производње?”

Одговор на ово питање дат је дефинисањем три физичке и једне математичке дилеме и давањем одговора на питања која се у њима налазе [76]. На тај начин, одређује се одабир активних и реактивних снага, као и модула напона и углова којима ће се успоставити биланс снага.

Један од начина да се превазиђу поменуте четири дилеме јесте увођење појма балансног чвора [76]. Овај чвор се бира тако да буде референтни чвор с обзиром на активне и реактивне снаге, као и модуле напона и углове. Осим балансног чвора, потребно је класификовати и остале чворове у систему. Типови чворова ЕЕС који ће бити обрађени у овом делу дати су у табели 4.1.1.1.

Табела 4.1.1.1. Класична класификација чворова ЕЕС

Тип чвора	θV (балансни)	PQ	PV
Познате величине	θ, U	P, Q	P, U
Непознате величине	P, Q	θ, U	θ, Q

Да би се изложио детаљно алгоритам, потребно је нумерисати све чворове и груписати их у зависности од њиховог типа (табела 4.1.1.1). Укупан број чворова у мрежи биће означен са n , док се за чвор број 1 најчешће узима балансни чвор. Остали индекси чворова могу се поделити у два међусобно дисјунктна скупа, што може да се дефинише следећим релацијама:

$$\alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV} = \{2, 3, 4, \dots, n\}, \quad (4.1.1.1)$$

$$\alpha_{PQ} \cap \alpha_{PV} = \emptyset, \quad (4.1.1.2)$$

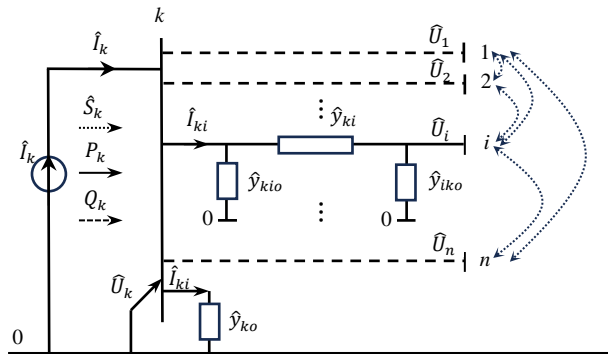
при чему је α_{PQ} скуп индекса свих чворова типа PQ, док је α_{PV} скуп индекса свих чворова типа PV.

На слици 4.1.1.1 дато је поједностављено погонско коло преносне мреже, на основу којег ће бити објашњени модел и процедура прорачуна токова снага у симетричним режимима оваквих мрежа. Ово коло као извор електричне енергије садржи идеалан струјни генератор струје \hat{I}_k (слика 4.1.1.1).

Математички модел мреже користећи се методом независних напона гласи:

$$\hat{I}_{n,1} = \hat{Y}_{n,n} \hat{U}_{n,1}, \quad (4.1.1.3)$$

где: 1) $\hat{I}_{n,1}$ представља вектор-колону инјектираних комплексних струја чворова, 2) $\hat{U}_{n,1}$ представља вектор-колону напона чворова, и 3) $\hat{Y}_{n,n}$ представља матрицу адмитанси кола.



Слика 4.1.1.1. Опште поједностављено погонско коло преносне мреже

Претходни матрични модел може се дати и у скаларној форми:

$$\hat{I}_k = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.1.1.4)$$

Матрица адмитанси посматраног кола дефинисана је на следећи начин:

$$\hat{Y} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} & \dots & \hat{Y}_{1k} & \dots & \hat{Y}_{1n} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} & \dots & \hat{Y}_{2k} & \dots & \hat{Y}_{2n} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{Y}_{k1} & \hat{Y}_{k2} & \dots & \hat{Y}_{kk} & \dots & \hat{Y}_{kn} \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \dots & \vdots \\ \hat{Y}_{n1} & \hat{Y}_{n2} & \dots & \hat{Y}_{nk} & \dots & \hat{Y}_{nn} \end{bmatrix}_{n \times n}. \quad (4.1.1.5)$$

Као што је већ речено на почетку ове главе, постоји велики број особина због којих је коришћење матрице адмитанси у овом методу веома практично. Осим наведених особина, нека од додатних особина јесу [75]: (i) њено једноставно генерисање (инспекцијом), (ii) симетрична је и (iii) проценат њене попуњености је најчешће сразмеран $4/n$, због чињенице да је број инцидентних грана у чвору најчешће четири. Повећањем димензије матрице, тј. повећањем броја чворова n , проценат њене попуњености се смањује.

Релације (4.1.1.3) и (4.1.1.4) представљају релације биланса комплексних струја чворова разматраног дела преносне мреже. Са леве стране релација налазе се инјектиране струје чворова, док се са десних страна налазе суме струја које из тих чворова отичу ка остатку кола. Те две релације добијене су комбинацијом оба Кирхофова закона (део 3.1). Ове релације дефинишу линеаран модел преносне мреже.

Један од недостатака овог модела јесте чињеница да су све вредности у моделу исказане преко струја и напона, што није уобичајено за потрошаче у систему јер се они најчешће исказују комплексним снагама. Да би претходни математички модел подржао дефинисање потрошача преко њихових снага, потребно је релацију (4.1.1.3) и са леве и

са десне стране помножити са дијагоналном матрицом конјуговано-комплексних напона чворова. Након множења, добија се следећа релација:

$$\hat{\mathbf{S}} = \text{dijag}(\hat{\mathbf{U}}^*)\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{U}}, \quad (4.1.1.6)$$

при чему је:

$$\text{dijag}(\hat{\mathbf{U}}^*) = \begin{bmatrix} \hat{U}_1^* & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \hat{U}_2^* & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \hat{U}_k^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & \hat{U}_n^* \end{bmatrix}_{n \times n}, \quad (4.1.1.7)$$

$$\hat{\mathbf{S}} = [\hat{\mathbf{S}}_1 \hat{\mathbf{S}}_2 \dots \hat{\mathbf{S}}_n]^T. \quad (4.1.1.8)$$

Уколико се модел дат релацијом (4.1.1.4) модификује, тако што се обе стране релације помноже са конјуговано комплексним напоном чвора k (\hat{U}_k^*), добија се следећа релација:

$$\hat{\mathbf{S}}_k = \hat{U}_k^* \hat{I}_k = \hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i, k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.1.1.9)$$

Релација (4.1.1.9) назива се још и релацијом биланса комплексних снага чворова. Ако је инјектирана комплексна снага чвора изражена релацијом:

$$\hat{\mathbf{S}}_k = P_k - jQ_k, k = 1, 2, \dots, n, \quad (4.1.1.10)$$

при чему су P_k и Q_k редом инјектирана активна и реактивна снага чвора k , добија се следећа релација:

$$P_k - jQ_k = \hat{U}_k^* \hat{I}_k = \hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i, k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.1.1.11)$$

Раздвајањем реалног дела релације (4.1.1.11) од њеног имагинарног дела, добијају се релације биланса активних и реактивних снага написаних за чвор k засебно, односно:

$$P_k = \text{Re}\{\hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i\}, k = 1, 2, \dots, n, \quad (4.1.1.12)$$

$$Q_k = -\text{Im}\{\hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i\}, k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.1.1.13)$$

Релацијама (4.1.1.10)–(4.1.1.14) дефинисан је нелинеаран модел који описује исти електроенергетски систем као и претходни линеарни модел. Његова нелинеарност потиче од дефиниције снаге чвора, које се може представити као нелинеарна функција која зависи од напона и струје.

Нека је дефинисан вектор непознатих величина стања \mathbf{X} на следећи начин:

$$\mathbf{X} = [x_2 y_2 x_3 y_3 \dots x_n y_n]^T, \quad (4.1.1.14)$$

где елементи x_k и y_k гласе:

$$x_k = \theta_k, k \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}, \text{ тј. } k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.1.15)$$

$$y_k = \begin{cases} U_k, & k \in \alpha_{PQ}, \\ / & k \in \alpha_{PV}. \end{cases} \quad (4.1.1.16)$$

Уколико се у изразима (4.1.1.12) и (4.1.1.13) активне и реактивне снаге замене функцијама $g'_k(X)$ и $g''_k(X)$ које зависе од вектора \mathbf{X} , добијају се следеће релације:

$$P_k = \text{Re}\{\hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i\} = g'_k(X), k = 1, 2, \dots, n, \quad (4.1.1.17)$$

$$Q_k = -\text{Im}\{\hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i\} = g''_k(X), k = 1, 2, \dots, n. \quad (4.1.1.18)$$

Функције $g'_k(X)$, $g''_k(X)$ представљају реалне и имагинарне делове десних страна билансних релација снага датих изразом (4.1.1.9).

Као што је претходно речено, због једноставнијег излагања балансни чвор се најчешће обележава са редним бројем 1. Оваква нумерација не утиче на модел, али често олакшава његову формулацију и имплементацију. Како за балансни чвор није позната његова инјектирана активна и реактивна снага, али су познати његови напони [76], у релацијама (4.1.1.12) и (4.1.1.13) са леве стране налазе се непознате величине. За разлику од овог чвора, у свим осталим чворовима са леве стране једнакости налазе се познате величине, док се непознате величине налазе са десне стране. Због ових особина модела, класични модел токова снага могуће је поделити на три дела: тривијални, доминантни и распрегнути део. Математичке формулације три дела модела токова снага дата је у табели 4.1.1.2, а она у обзир узима и врсте чворова који су дефинисани у табели 4.1.1.1.

Табела 4.1.1.2. Класичан модел токова снага

Тривијални део	Доминантни део	Распрегнути део
$\theta_1 = \theta_1^{spec}$	$P_k = g'_k(\mathbf{X}), k \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}$	$P_1 = g'_1(\mathbf{X})$
$U_1 = U_1^{spec}$ $U_k = U_k^{spec}, k \in \alpha_{PV}$	$Q_k = g''_k(\mathbf{X}), k \in \alpha_{PQ}$	$Q_1 = g''_1(\mathbf{X})$ $Q_k = g''_k(\mathbf{X}), k \in \alpha_{PV}$

Тривијални део модела користи се за дефиницију неких унапред специфицираних вредности у систему и садржи укупно $2 + p$ једначина, при чему је p број чворова типа PV (прва колона табеле 4.1.1.2). Када је у питању балансни чвор, као познате величине узимају се модул и угао напона чвора (U_1^{spec} и θ_1^{spec}), док се код чворова типа PV као познате величине узимају вредности модула напона ($U_k^{spec}, k \in \alpha_{PV}$).

Доминантни део модела представља главни део модела и користи се за израчунавање непознатих величина стања на основу релација датих у другој колони табеле 4.1.1.2. Непознате величине јесу модул и угао напона чвора типа PQ (U_k и $\theta_k, k \in \alpha_{PQ}$), као и углови чворова типа PV ($\theta_k, k \in \alpha_{PV}$).

Ови прорачуни врше се на основу $n - 1$ релација биланса активних и $n - 1 - p$ релација биланса реактивних снага, што даје укупно $2n - 2 - p$ релација. За њихово решавање најчешће се користи Њутн-Рафсонов метод, јер овај систем представља систем спрегнутих нелинеарних једначина, а овај метод се показао као најпрактичнији метод за решавање таквих система.

Распрегнути део модела користи за реконструкцију целокупног режима на основу вредности из тривијалног и доминантног дела модела. Аналогно тривијалном делу, и он садржи $2 + p$ једначина (трећа колона табеле 4.1.1.3). Када је у питању балансни чвор, у распрегнутом делу се прорачунавају његова активна и реактивна снага ($P_1 = g'_1(\mathbf{X})$ и $Q_1 = g''_1(\mathbf{X})$). Код чворова типа PV врши се прорачун само реактивне снаге, јер је активна снага ових чворова позната величина ($Q_k = g''_k(\mathbf{X}), k \in \alpha_{PV}$).

4.1.2 Примена Њутн-Рафсоновог поступка

Као што је речено у параграфу 4.1.1, проблем прорачуна токова снага своди се на прорачун његовог доминантног дела модела:

$$P_k = g'_k(\mathbf{X}), k \in \alpha_{PQ} \cup \alpha_{PV}, \quad (4.1.2.1)$$

$$Q_k = g''_k(\mathbf{X}), k \in \alpha_{PV}. \quad (4.1.2.2)$$

Систем једначина доминантног дела модела описаних релацијама (4.1.2.1) и (4.1.2.2) састоји се од $2n - 2 - p$ нелинеарних једначина који је потребно решити. Један од разлога зашто се за решавање овог система најчешће користи Њутн-Рафсонов метод, јесте могућност његове линеаризације у текућој апроксимацији решења. Решењем линеаризованог система једначина (4.1.2.1) и (4.1.2.2) добијају се корекције текућих апроксимација непознатих величина стања, које су садржане у вектору $\Delta \mathbf{X} = [\Delta x_2 \Delta u_2 \Delta x_3 \Delta u_3 \dots \Delta x_n \Delta u_n]^T$. Елементи овог вектора се формирају користећи се такође релацијама (4.1.1.14), (4.1.1.15) и (4.1.1.16) из претходног параграфа. Користећи се следећом релацијом могуће је добити кориговану апроксимацију решења:

$$\mathbf{X}^{h+1} = \mathbf{X}^h + \Delta \mathbf{X}^h. \quad (4.1.2.3)$$

Целокупни поступак се понавља све док не буду задовољени услови конвергенције чије објашњење следи.

Пре прорачуна токова снага потребно је извршити једну од фундаменталних трансформација система, а то је прелаз из домена апсолутних вредности у домен релативних вредности [75,76]. Овај прелазак врши се нормализацијом вредности свих величина и параметара, односно њиховим дељењем њиховим основним и изведеним базним величинама. Приликом нормализације, неопходно је познавати базне вредности неких основних величина попут напона и снага, а на основу њих могу се израчунати вредности за све остале изведене базне величине као што су базне струје, импедансе, адмитансе и односи трансформација трансформатора. Након завршетка прорачуна доминантног дела модела, све добијене величине се враћају из домена релативних у домен апсолутних вредности и користе се за прорачун осталих непознатих величина, односно прелази се на решавање распрегнутог дела модела (параграф 4.1.1).

Итеративни поступак за прорачун токова снага у доминантном делу модела дефинисан је релацијом (4.1.2.3). Како је претходно описан поступак за одређивање вредности $\Delta \mathbf{X}^h$, да би поступак био у потпуности дефинисан неопходно је дефинисати вредност \mathbf{X}^1 , односно његову почетну апроксимацију. Избор почетне апроксимације вектора непознатих величина стања \mathbf{X}^1 је значајан, јер у великој мери утиче на брзину конвергенције самог поступка. Како је у устаљеним режимима варирање вредности

напона и углова релативно мало у односу на њихове номиналне вредности, за почетне вредности се најчешће узимају номиналне вредности модула и угла напона балансног чвора. Обзиром да се вредности посматрају у систему релативних вредности почетне апроксимације решења су дефинисане следећим релацијама:

$$\theta_2^1 = \theta_3^1 = \dots = \theta_n^1 = \theta_1^{spec} = 0 \text{ [rad]}, \quad (4.1.2.4)$$

$$U_2^1 = U_3^1 = \dots = U_n^1 = U_1^{spec} = 1 \text{ [r.j.]}. \quad (4.1.2.5)$$

Овакав избор се назива и „flat starts“ (равни почети – стартови).

Да би се објаснила линеаризација система нелинеарних једначина, као што је речено на почетку овог параграфа, посматраће се тренутна апроксимација непознатих величина стања \mathbf{X}^h . Развојем функција $g'_k(\mathbf{X})$ и $g''_k(\mathbf{X})$ дефинисаних релацијама (4.1.2.1) и (4.1.2.2) у Тејлоров ред у околини текућих апроксимација непознатих величина стања \mathbf{X}^h и њиховим апроксимирањем полиномима првог степена добијају се следеће релације:

$$\Delta P_k^h = \sum_{i=2}^n \left(\begin{array}{c} \frac{\partial g'_k(\mathbf{X})}{\partial \theta_i} \Big|_{\substack{\theta_j=\theta_j^h, \\ U_j=U_j^h, \\ j=2,3,\dots,n}} \cdot \Delta \theta_i^h + \frac{\partial g'_k(\mathbf{X})}{\partial U_i} \Big|_{\substack{\theta_j=\theta_j^h, \\ U_j=U_j^h, \\ j=2,3,\dots,n}} \cdot \Delta U_i^h \end{array} \right), k = 2, \dots, n, \quad (4.1.2.6)$$

$$\Delta Q_k^h = \sum_{i=2}^n \left(\begin{array}{c} \frac{\partial g''_k(\mathbf{X})}{\partial \theta_i} \Big|_{\substack{\theta_j=\theta_j^h, \\ U_j=U_j^h, \\ j=2,3,\dots,n}} \cdot \Delta \theta_i^h + \frac{\partial g''_k(\mathbf{X})}{\partial U_i} \Big|_{\substack{\theta_j=\theta_j^h, \\ U_j=U_j^h, \\ j=2,3,\dots,n}} \cdot \Delta U_i^h \end{array} \right), k = 2, \dots, n, \quad (4.1.2.7)$$

при чему су:

$$\Delta P_k^h = P_k - g'_k(\theta_2^h, U_2^h, \theta_3^h, U_3^h, \dots, \theta_n^h, U_n^h), k = 2, \dots, n, \quad (4.1.2.8)$$

$$\Delta Q_k^h = Q_k - g''_k(\theta_2^h, U_2^h, \theta_3^h, U_3^h, \dots, \theta_n^h, U_n^h), k = 2, \dots, n, \quad (4.1.2.9)$$

$$\Delta \theta_i^h = \theta_i^{h+1} - \theta_i^h, i = 2, \dots, n, \quad (4.1.2.10)$$

$$\Delta U_i^h = U_i^{h+1} - U_i^h, i = 2, \dots, n. \quad (4.1.2.11)$$

Ако би се разматрао основни проблем токова снага [76], у изразима (4.1.2.6) и (4.1.2.7) користе се четири различита парцијална извода функција $g'_k(\mathbf{X})$ и $g''_k(\mathbf{X})$ по текућим апроксимацијама решења $\theta_i^h, U_i^h, i = 2, \dots, n$. Уколико се сваки од њих означи ознакама $H_{ki}^h, J_{ki}^h, N_{ki}^h$ и L_{ki}^h добијају се следећи изрази:

$$H_{ki}^h(\mathbf{X}) = \frac{\partial g'_k(\mathbf{X})}{\partial \theta_i} \Big|_{\substack{\theta_j=\theta_j^h, \\ U_j=U_j^h, \\ j=2,3,\dots,n}} = \begin{cases} f_k a_{ki} - e_k b_{ki}, & i \neq k, \\ -g''_k(\mathbf{X}) - U_k^2 B_{kk}, & i = k. \end{cases} \quad (4.1.2.12)$$

$$J_{ki}^h(\mathbf{X}) = \frac{\partial g''_k(\mathbf{X})}{\partial \theta_i} \Big|_{\substack{\theta_j=\theta_j^h, \\ U_j=U_j^h, \\ j=2,3,\dots,n}} = \begin{cases} -e_k a_{ki} - f_k b_{ki}, & i \neq k, \\ g'_k(\mathbf{X}) - U_k^2 G_{kk}, & i = k. \end{cases} \quad (4.1.2.13)$$

$$N_{ki}^h(\mathbf{X}) = \frac{\partial g'_k(\mathbf{X})}{\partial U_i} \Big|_{\substack{\theta_j = \theta_j^h, \\ U_j = U_j^h \\ j=2,3,\dots,n}} = \begin{cases} -\frac{1}{U_i} J_{ki}(\mathbf{X}), & i \neq k, \\ \frac{1}{U_k} g'_k(\mathbf{X}) + U_k G_{kk}, & i = k. \end{cases} \quad (4.1.2.14)$$

$$L_{ki}^h(\mathbf{X}) = \frac{\partial g''_k(\mathbf{X})}{\partial U_i} \Big|_{\substack{\theta_j = \theta_j^h, \\ U_j = U_j^h \\ j=2,3,\dots,n}} = \begin{cases} \frac{H_{ki}(\mathbf{X})}{U_i}, & i \neq k, \\ \frac{1}{U_k} g''_k(\mathbf{X}) - U_k B_{kk}, & i = k. \end{cases} \quad (4.1.2.15)$$

$$k = 2, 3, \dots, n; \quad i = 2, 3, \dots, n,$$

где су:

$$\hat{U}_k = e_k + jf_k, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (4.1.2.16)$$

$$\hat{Y}_k = G_{ki} + jB_{ki}, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (4.1.2.17)$$

$$\hat{Y}_{ki} \hat{U}_i = a_{ki} + jb_{ki}, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (4.1.2.18)$$

$$a_{ki} = G_{ki} e_i - B_{ki} f_i, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, n; \quad (4.1.2.19)$$

$$b_{ki} = B_{ki} e_i + G_{ki} f_i, \quad k = 1, 2, \dots, n; \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (4.1.2.20)$$

Парцијални изводи дефинисани релацијама (4.1.2.12)–(4.1.2.15) користе се за формирање матрице Јакобијана приликом формирања матричне форме линеаризованог система једначина (4.1.2.1) и (4.1.2.2).

Осим вредности инјектираних активних и реактивних снага балансног чвора, ни вредности инјектираних реактивних снага за чворове типа PV неће бити узете у обзир када се врши прорачун доминантног дела модела. Ове непознате величине се прорачунавају у распрегнутом делу модела. Управо због тога, неки од парцијалних извода који су наведени у релацијама (4.1.2.12)–(4.1.2.15) неће бити узети у обзир, чиме се укупан број релација у прорачуну смањује за p . Укупан број елемената матрице J који ће се рачунати зависи не само од врста чворова у посматраном делу мреже, већ и од комбинације чворова који се налазе на крајевима водова мреже. Уколико су оба чвора типа PQ потребно је израчунати сва четири парцијална извода, док се у осталим случајевима број парцијалних извода које је потребно израчунати смањује. Укупан број потребних парцијалних извода, у зависности типа чворова на крајевима водова, дат је у табели 4.1.2.1:

Табела 4.1.2.1. Ненула елементи матрице J у зависности од типова чворова

Почетни/крајњи чвор	PQ	PV
PQ	H, N, J, L	H, J
PV	H, N	H

Као што је већ речено, уколико су оба чвора типа PQ, тада је неопходно израчунати вредност сва четири извода. У случају да је почетни чвор типа PQ, а крајњи типа PV потребно је израчунати само вредности извода H и J , док се у обрнутом случају рачунају само вредности извода H и N . У последњем случају, ако су оба чвора типа PV потребно је израчунати само вредност извода H . Након елиминисања непотребних елемената матрице Јакобијана, модел је могуће записати у следећој матричној форми:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2^h \\ \Delta Q_2^h \\ \Delta P_3^h \\ \Delta Q_3^h \\ \vdots \\ \Delta P_k^h \\ / \\ \vdots \\ \Delta P_n^h \\ \Delta Q_n^h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{22}^h & N_{22}^h & H_{23}^h & N_{23}^h & \cdots & H_{2k}^h & / & \cdots & H_{2n}^h & N_{2n}^h \\ J_{22}^h & L_{22}^h & J_{23}^h & L_{23}^h & \cdots & J_{2k}^h & / & \cdots & J_{2n}^h & L_{2n}^h \\ H_{32}^h & N_{32}^h & H_{33}^h & N_{33}^h & \cdots & H_{3k}^h & / & \cdots & H_{3n}^h & N_{3n}^h \\ J_{32}^h & L_{32}^h & J_{33}^h & L_{33}^h & \cdots & J_{3k}^h & / & \cdots & J_{3n}^h & L_{3n}^h \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{k2}^h & N_{k2}^h & H_{k3}^h & N_{k3}^h & \cdots & H_{kk}^h & / & \cdots & H_{kn}^h & N_{kn}^h \\ / & / & / & / & \cdots & / & / & \cdots & / & / \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ H_{n2}^h & N_{n2}^h & H_{n3}^h & N_{n3}^h & \cdots & H_{nk}^h & / & \cdots & H_{nn}^h & N_{nn}^h \\ J_{n2}^h & L_{n2}^h & J_{n3}^h & L_{n3}^h & \cdots & J_{nk}^h & / & \cdots & J_{nn}^h & L_{nn}^h \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_2^h \\ \Delta P_2^h \\ \Delta \theta_3^h \\ \Delta U_3^h \\ \vdots \\ \Delta \theta_k^h \\ / \\ \vdots \\ \Delta \theta_n^h \\ \Delta U_n^h \end{bmatrix}, \quad (4.1.2.21)$$

односно, једноставније у сажетијем матричном запису:

$$\Delta \mathbf{S}_{(2n-2-p) \times 1}^h = \mathbf{J}_{(2n-2-p) \times (2n-2-p)}^h \Delta \mathbf{X}_{(2n-2-p) \times 1}^h. \quad (4.1.2.22)$$

Релација (4.1.2.21) је дата под претпоставком да је k -ти чвор типа PV. Изрази (4.1.2.21) и (4.1.2.22) са леве стране садрже *векторе одступања инјектираних снага чворова* у текућој апроксимацији, док са десне стране, осим елемената матрице Јакобијана, садрже и вектор корекције непознатих величина у текућој апроксимацији $\Delta \mathbf{X}^h$.

Као што се може видети из табеле 4.1.2.1 и релације (4.1.2.22), из матрице Јакобијана могуће је елиминисати онолико врста и колона колико има чворова типа PV. Елиминисане врсте и колоне представљају релације које се решавају у распрегнутом делу модела. Осим ових врста и колона, могуће је елиминисати и велик број елемената у преосталих $2n - 2 - p$ релација. Како елементи Јакобијана H_{ij}, N_{ij}, J_{ij} и L_{ij} зависе од матрице адмитанси и једнаки су нулама уколико се у матрици адмитанси на позицији $i-j$ налази 0, то и матрица \mathbf{J} на истим позицијама има вредност нула. Како је матрица адмитанси ретка матрица, произилази да је и матрица \mathbf{J} такође ретка матрица.

Линеаризовани систем једначина (4.1.2.22) може се решити Гаусовим методом сукцесивних елиминација по вектору корекције непознатих величина у текућој апроксимацији $\Delta \mathbf{X}^h$. Ради убрзања овог поступка, могу се применити технике за рад са ретким матрицама, обзиром да је матрица \mathbf{J} ретка матрица [75]. Уколико су након тога задовољени услови конвергенције, алгоритам се зауставља, а уколико нису, користећи релацију (4.1.2.3) може се израчунати следећа, $(h + 1)$ -а, апроксимација вектора непознатих величина. Као услов конвергенције, најчешће се узима да је свака промена неке величине мања од неке унапред задате вредности, односно:

$$|\Delta P_k^h| \leq \varepsilon_1 \wedge |\Delta Q_k^h| \leq \varepsilon_2 \wedge |\Delta \theta_k^h| \leq \varepsilon_3 \wedge |\Delta U_k^h| \leq \varepsilon_4. \quad (4.1.2.23)$$

Рачунање $(h + 1)$ -е апроксимације решења врши се и ако су задовољени услови конвергенције, али се у том случају добијена апроксимација узима за коначно решење система и прелази се на прорачун распрегнутог дела модела (табела 4.1.1.2, параграф 4.1.1), чиме се прорачун токова снага и завршава.

Формално гледано, горе описана процедура класичног проблема токова снага може се записати на следећи начин:

- 1) **Тривијални део** – одређивање устаљеног режима који ће се обрађивати, дефинисањем почетних вредности:
 - Спецификација инјектираних активних снага свих чворова типа PQ и PV, на основу задатих активних снага свих потрошача и генератора;
 - Спецификација модула напона свих чворова PV;
 - Спецификација инјектираних реактивних снага свих чворова типа PQ;
 - Спецификација угла и модула напона балансног чвора;
 - Формулација математичког модела на начин описан табелом 4.1.2.1, параграф 4.1.1.
- 2) **Доминантни део** – одређивање непознатих величина стања у зависности од типова чворова
 - Решење $2n - 2 - p$ спрегнутих, нелинеарних, алгебарских, реалних једначина по вектору непознатих величина стања користећи Њутн-Рафсонов поступак;
- 3) **Распрегнути део** – реконструкција целокупног режима
 - Прорачун непознате инјектиране активне и реактивне снаге балансног чвора, а на основу израчунатих вредности вектора непознатих величина:

$$P_1 = g'_1(\mathbf{X}) = \operatorname{Re}\{\hat{U}_1^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{1i} \cdot \hat{U}_i\} = \operatorname{Re}\{U_1 e^{-j\theta_1} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{1i} \cdot U_i e^{-j\theta_i}\}, \quad (4.1.2.24)$$

$$Q_1 = g''_1(\mathbf{X}) = -\operatorname{Im}\{\hat{U}_1^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{1i} \cdot \hat{U}_i\} = -\operatorname{Im}\{U_1 e^{-j\theta_1} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{1i} \cdot U_i e^{-j\theta_i}\}. \quad (4.1.2.25)$$

- Прорачун непознатих инјектираних реактивних снага чворова типа PV:

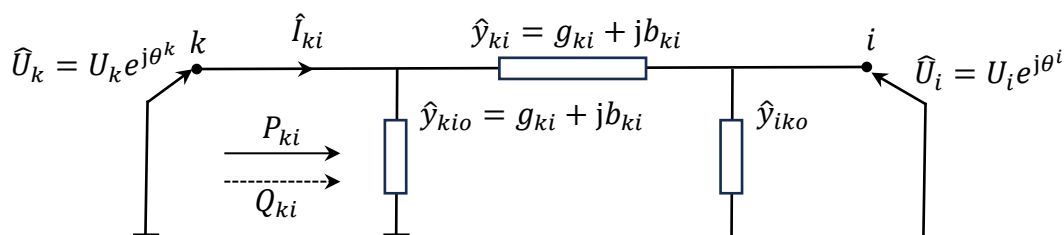
$$Q_k = g''_k(\mathbf{X}) = -\operatorname{Im}\{\hat{U}_k^* \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot \hat{U}_i\} = -\operatorname{Im}\{U_k e^{-j\theta_k} \sum_{i=1}^n \hat{Y}_{ki} \cdot U_i e^{-j\theta_i}\}, k \in \alpha_{PV}, \quad (4.1.2.26)$$

- Прорачун активне и реактивне снаге губитака ЕЕС:

$$\Delta P = \sum_{k=1}^n P_k, \Delta Q = \sum_{k=1}^n Q_k. \quad (4.1.2.27)$$

- Прорачун струја елемената ЕЕС (слика 4.1.2.2):

$$\hat{I}_{ki} = \hat{U}_k \hat{y}_{kio} + (\hat{U}_k - \hat{U}_i) \hat{y}_{ki}, k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, n; k \neq i. \quad (4.1.2.28)$$



Слика 4.1.2.2. Опште поједностављено погонско коло гране у ЕЕС у нормализованом облику

- Прорачун токова снага свих елемената ЕЕС:

$$\hat{S}_{ki} = \hat{U}_k^* \hat{I}_{ki} = \hat{U}_k^* [\hat{U}_k \hat{Y}_{kio} + (\hat{U}_k - \hat{U}_i) \hat{Y}_{ki}], k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, n; k \neq i, \quad (4.1.2.29)$$

$$P_{ki} = \text{Re}\{\hat{S}_{ki}\}, \quad Q_{ki} = -\text{Im}\{\hat{S}_{ki}\}, k = 1, 2, \dots, n; i = 1, 2, \dots, n; k \neq i. \quad (4.1.2.30)$$

Целокупна процедура прорачуна токова снага приказана је на слици 4.1.2.3.

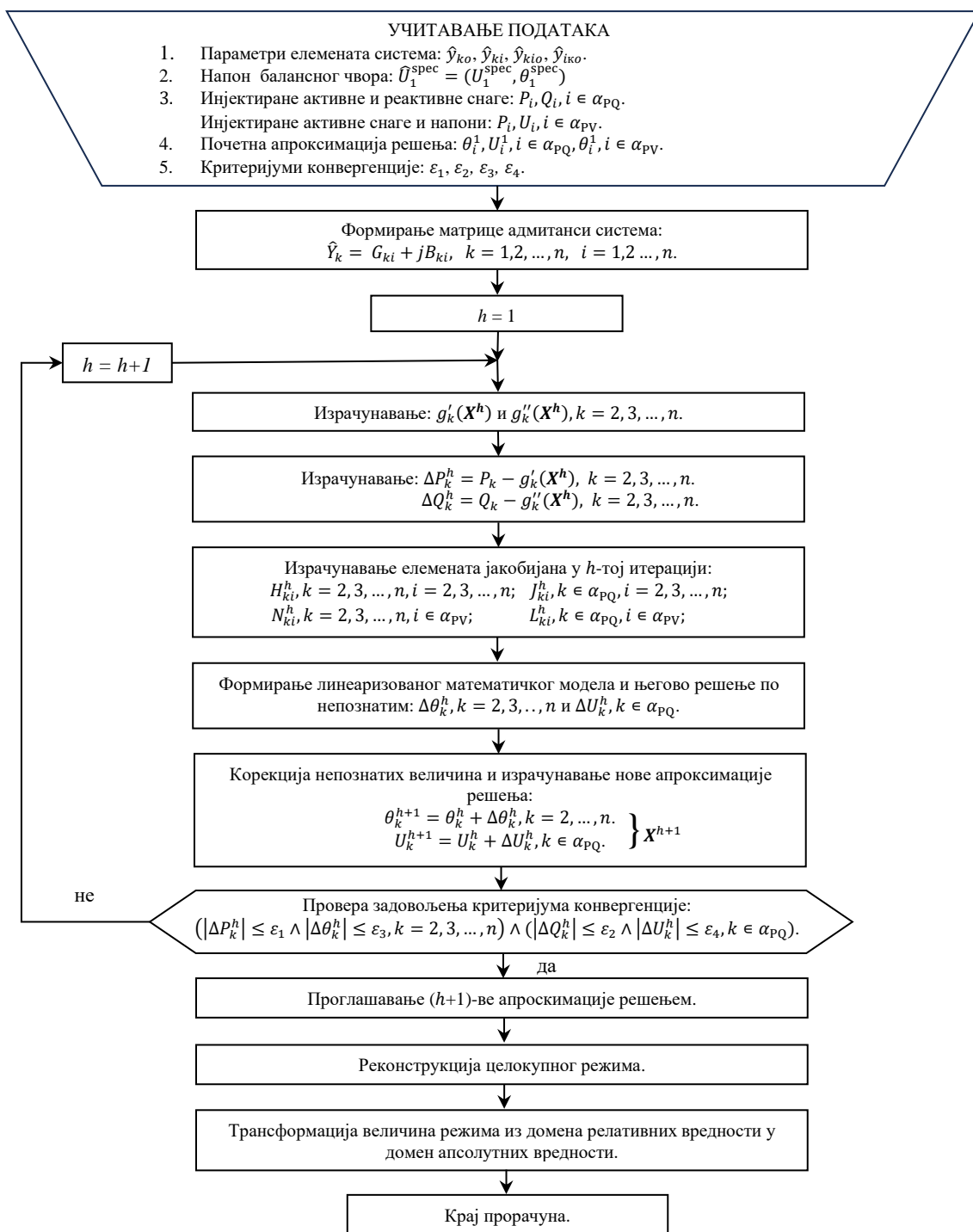
4.1.3 Прорачун токова снага у симетричним режимима дистрибутивних мрежа

Прорачуни токова снага у дистрибутивним мрежама у великој мери се разликују од прорачуна у преносним мрежама. Основни разлог јесте разлика у њиховој структури. Док су преносне мреже упетљане структуре, дистрибутивне мреже углавном имају слабоупетљану структуру, односно садрже мали број петљи. Третирањем петљи посебним процедурама, могуће је добити радијализовану мрежу, што у великој мери олакшава саме прорачуне [77-79].

Други разлог због којег се у прорачуни токова снага у дистрибутивним мрежама разликују од токова снага у преносним мрежама јесте чињеница да се дистрибутивна мрежа често састоји од више мрежа различитих напонских нивоа, које су повезане дистрибутивним трансформаторима. Све ове мреже повезане су у јединствену мрежу која се напаја електричном енергијом са једног чвора, који се назива још и коренски чвор за ту мрежу. С обзиром на све наведено, може се рећи да се дистрибутивна мрежа састоји од чворова/сабирница, у којима су прикључени оточни елементи (потрошачи/произвођачи) и, редних елемената који повезују два чвора (водови и трансформатори).

Приликом формирања модела токова снага у дистрибутивној мрежи, неопходно је прво извршити класификацију чворова у њој. Класификација чворова која ће бити коришћена у овој дисертацији јесте следећа:

- 1) Коренски чвор са којег се целокупна мрежа напаја електричном енергијом усваја се за балансни чвор, односно чвор типа θV . Овај чвор је референтни чвор у односу на модуле и углове напона и балансни чвор с обзиром на активне и реактивне снаге.
- 2) Сви остали чворови су типа PQ.



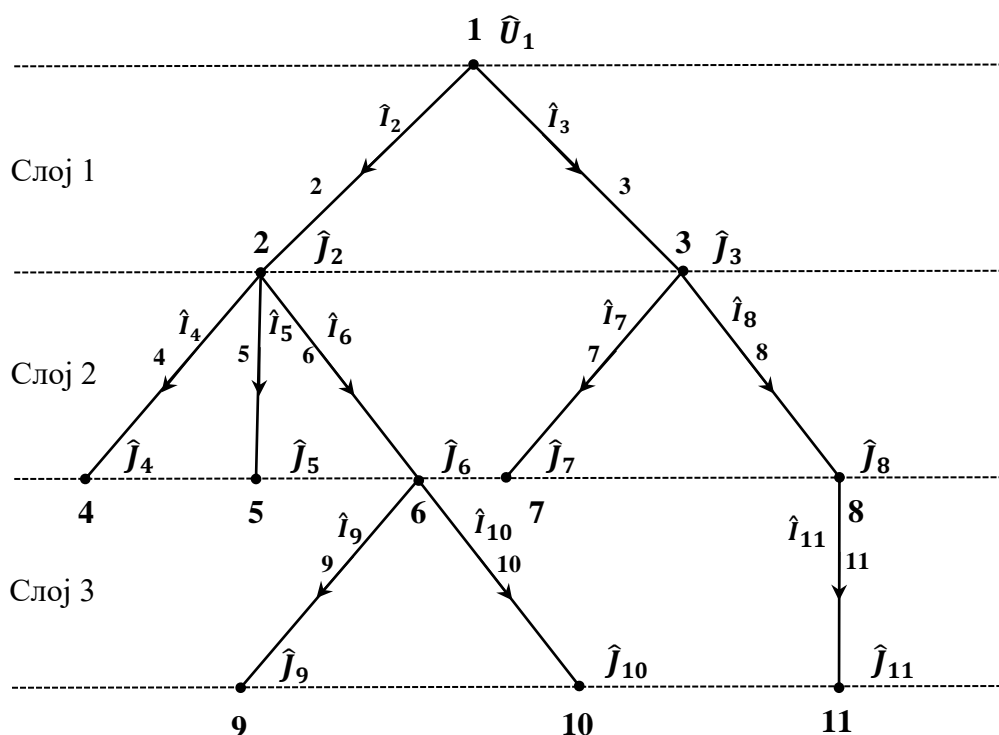
Слика 4.1.2.3. Блок-дијаграм класичног проблема токова снага

У овој дисертацији у дистрибутивним мрежама неће бити разматрани чворови типа PV, односно, неће бити разматрани генераторски чворови са регулацијом напона.

Прва фаза прорачуна јесте слагање мреже по слојевима, односно лејерима. Приликом овог слагања врши се и нумерација чворова и грана. Ради једноставности излагања материје, нека се разматра радијална дистрибутивна мрежа. Балансни чвор означава се са бројем 1. Први слој грана чине све оне гране које се напајају директно из овог чвора. Чворове тог слоја чине преостали чворови који се налазе на гранама у том

слоју. На овај начин, свака грана садржи по два чвора, један са претходног слоја који се назива још и почетни чвор и са којег се грана напаја електричном енергијом, и један са текућег слоја који се назива још и крајњи чвор. Редни број гране је увек исти као и редни број њеног крајњег чвора. На слици 4.1.3.1 приказана је нумерације чворова и грана на примеру једне мале радијалне дистрибутивне мреже. На тој слици, почетни чворови грана налазе се на њиховим горњим крајевима, а крајњи на доњим.

Једна грана са својим припадајућим чворовима назива се још и секција. Свака секција може да има највише једну секцију претходника са које се она напаја електричном енергијом, а може да има нула или више секција следбеника који се напајају са те секције. Ово је директна последица радијалне структуре дистрибутивне мреже. Један слој мреже чине секције и њени крајњи чворови које се напајају са чворова претходног слоја. Секције првог слоја напајају се са корена мреже и оне немају своју секцију претходника. Секције на последњем нивоу немају своје секције наследнике.



Слика 4.1.3.1. Нумерација секција и чворова радијалне мреже по слојевима

За разлику од процедура за прорачун токова снага у преносним мрежама, које су засноване на чворовима, процедуре у дистрибутивним мрежама су засноване на гранама. Свака грана у дистрибутивној мрежи може се представити једним сегментом Г, односно еквивалентним колом Г вода. Једно такво коло Г приказано је на слици 4.1.3.2. Сагласно претходно описаном начину нумерисања чворова и водова, све величине и параметри овог кола везане су за крајњи чвор сегмента, осим напона почетног чвора чија ознака потиче од редног броја тог чвора.

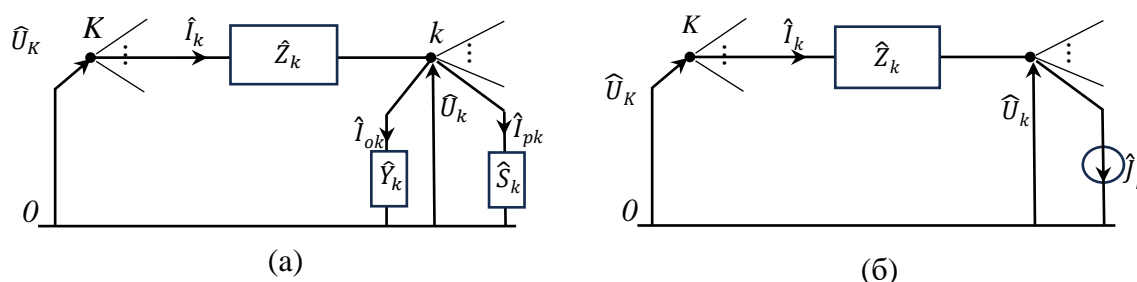
Сваки посматрани сегмент Г има почетни чвор K и крајњи чвор k (слика 4.1.3.2а). Почетни чвор је ближи корену док је крајњи чвор даљи од корена. Сваки сегмент Г састоји се из следећих грана:

- 1) Редна грана, означене импедантним репрезентом \hat{Z}_k , која може бити:
 - импеданса кратког споја, у случају трансформатора,
 - редна погонска импеданса за симетричан режим директног редоследа, у случају вода;
- 2) Оточна грана, означене адмитантним репрезентом \hat{Y}_k , која представља суму:
 - адмитантног репрезента оточног параметра краја разматране секције/трансформатора,
 - оточних параметара почетака секција/трансформатора који се напајају са разматраног сегмента,
 - оточних параметара елемената оточно прикључених у крајњем чвору сегмента.

Струја редне гране посматраног сегмента означена је са \hat{I}_k , док су струје оточне гране сегмента и потрошње сегмента обележавају редом са \hat{I}_{ok} и \hat{I}_{pk} . Како је струја струјног извора \hat{J}_k једнака суми струја \hat{I}_{ok} и \hat{I}_{pk} , добија се следећа релација:

$$\hat{J}_k = \hat{I}_{pk} + \hat{I}_{ok} = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^*} + \hat{y}_{ok}\hat{U}_k, \quad (4.1.3.1)$$

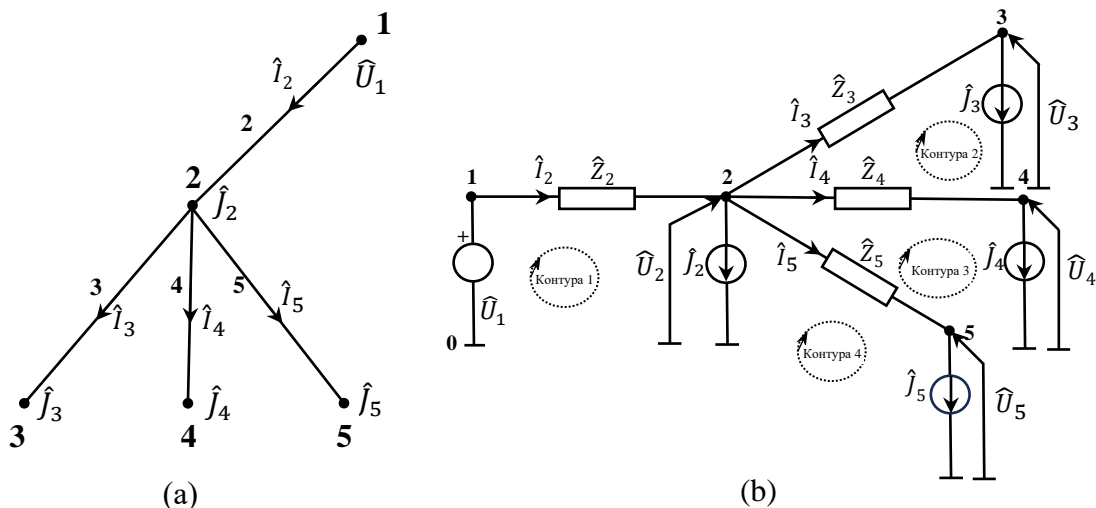
при чему \hat{S}_k представља комплексну снагу потрошача прикљученог у чвору k , док \hat{U}_k јесте његов напон. На слици 4.1.3.2б приказано је еквивалентно коло колу са слике 4.1.3.2а, при чему су струје \hat{I}_{ok} и \hat{I}_{pk} замењене струјом \hat{J}_k .



Слика 4.1.3.2. Погонско коло секције k дато „Г-сегментом“ (а) и његово еквивалентно коло (б)

На слици 4.1.3.3а приказана је дистрибутивна мрежа која је добијена издвајањем дела дистрибутивне мреже са слике 4.1.3.1 која садржи чворове 1, 2, 4, 5 и 6. Нова дистрибутивна мрежа је пренумерисана и сложена поново по лејерима на раније дат начин у овом параграфу. Електрично коло нове дистрибутивне мреже приказано је и на слици 4.1.3.3б. Мрежа садржи шест чворова и четири сегмената Г.

Први корак у формулацији математичког модела посматране мреже јесте дефинисање броја релација по првом и другом Кирхофовим закону (део 3.1). Ако је број чворова (без чвора референтног потенцијала) $n_\zeta = 5$ и број грана $n_g = 9$, онда број релација по првом Кирхофовом закону јесте $n_\zeta - 1 = 4$, а по другом $n_\zeta = n_g - n_\zeta + 1 = 4$. Контуре се формирају на такав начин да се обухвата једна редна грана која се напаја са чвора претходника K и једна оточна грана (струјни извор) једног који су прикључени у чвору наследника сегмента Г (слика 4.1.3.3б). Математички модел мреже написан директно применом Кирхофових закона гласи:



Слика 4.1.3.3. Нова дистрибутивна мрежа (а), Електрично коло нове дистрибутивне мреже (б)

$$\text{Чвор 2: } \hat{I}_2 - \hat{J}_2 - \hat{I}_3 - \hat{I}_4 - \hat{I}_5 = 0, \quad (4.1.3.2a)$$

$$\text{Чвор 3: } \hat{I}_3 - \hat{J}_3 = 0, \quad (4.1.3.2б)$$

$$\text{Чвор 4: } \hat{I}_4 - \hat{J}_4 = 0, \quad (4.1.3.2в)$$

$$\text{Чвор 5: } \hat{I}_5 - \hat{J}_5 = 0, \quad (4.1.3.2г)$$

$$\text{Контура 1: } \hat{U}_1 - \hat{Z}_2 \hat{I}_2 - \hat{U}_2 = 0, \quad (4.1.3.2д)$$

$$\text{Контура 2: } \hat{U}_2 - \hat{Z}_3 \hat{I}_3 - \hat{U}_3 = 0, \quad (4.1.3.2ђ)$$

$$\text{Контура 3: } \hat{U}_2 - \hat{Z}_4 \hat{I}_4 - \hat{U}_4 = 0, \quad (4.1.3.2е)$$

$$\text{Контура 4: } \hat{U}_2 - \hat{Z}_5 \hat{I}_5 - \hat{U}_5 = 0. \quad (4.1.3.2ж)$$

Други корак у овом поступку јесте израчунавање вредности струја грана. Користећи се релацијама (4.1.3.2a)–(4.1.3.2г):

$$\hat{I}_2 = \hat{J}_2 + \hat{I}_3 + \hat{I}_4 + \hat{I}_5, \quad (4.1.3.3a)$$

$$\hat{I}_3 = \hat{J}_3, \quad (4.1.3.3б)$$

$$\hat{I}_4 = \hat{J}_4. \quad (4.1.3.3в)$$

$$\hat{I}_5 = \hat{J}_5. \quad (4.1.3.3в)$$

Трећи корак у поступку јесте прорачун напона чворова. На основу релација (4.1.3.2г)–(4.1.3.2е) могу се извести следеће релације:

$$\begin{aligned} \hat{U}_2 &= \hat{U}_1 - \hat{Z}_2 \hat{I}_2, \\ \hat{U}_3 &= \hat{U}_2 - \hat{Z}_3 \hat{I}_3, \\ \hat{U}_4 &= \hat{U}_2 - \hat{Z}_4 \hat{I}_4, \\ \hat{U}_5 &= \hat{U}_2 - \hat{Z}_5 \hat{I}_5. \end{aligned} \quad (4.1.3.4)$$

Као што се види на основу релација (4.1.3.3), приликом рачунања струја редних грана могу се користити струје грана које су већ израчунате. Ово се може постићи тиме што се прво рачунају струје редних грана \hat{I}_3 и \hat{I}_4 у последњем (другом) слоју, па затим струју \hat{I}_2 у првом слоју. Крећући се од виших слојева (са већим редним бројем) ка нижим слојевима (са мањим редним бројем) могуће је израчунати струје свих редних грана у

нижим слојевима користећи се већ израчунатим струјама грана које се налазе у вишим слојевима.

Као што се види на основу релација (4.1.3.4), приликом рачунања напона неког чвора, користе се само напони чворова који су већ израчунати. Ово се може постићи тиме што се прво рачунају напони на првом слоју, па затим на другом, трећем итд, крећући се од виших слојева (са мањим редним бројем) ка нижим слојевима (са већим редним бројем). Напон балансног чвора није потребно рачунати, он је познат.

Након што се израчунају напони свих чворова у дистрибутивној мрежи, могућа је реконструкција целокупног режима у којем се мрежа налази.

4.1.4 Примена поступка сумирања струја и корекција напона

У параграфу 4.1.3 дат је пример једне дистрибутивне мреже са четири секције и пет чворова (слика 4.1.3.3а и слика 4.1.3.3б), након чега је приказан прорачун токова снага за ту мрежу. Аналогним поступком, овај прорачун је могуће уопштити на било коју дистрибутивну мрежу радијалне структуре. Као претпоставка за даље излагање у овом делу, узима се радијална дистрибутивна мрежа са n чворова и $(n - 1)$ грана. Чворови и гране нумерисани су по слојевима у складу са поступком описаним у претходном параграфу, а пример такве нумерације може се видети на слици 4.1.3.1 (параграф 4.1.3).

Као што је већ речено, сви чворови у оваквој мрежи су чворови типа PQ код којих су познате активне и реактивне снаге потрошача прикључених у тим чворовима. Једини изузетак чини корен мреже (балансни чвор) који је типа θV и код кога је познат комплексни напон, тј. модул и угао напона. Управо ове вредности узимају се за почетне апроксимације модула и углова напона свих осталих чворова, а такав њихов одабир назива се равни старт („flat start”). Осим чворова, потребно је моделовати и гране овакве дистрибутивне мреже, а оне се, као што је речено раније, моделују сегментима Γ , за које су познати сви параметри.

Приликом дефинисања уопштења алгоритма представљеног у претходном параграфу, могу се уочити три главна корака. Сваки од ових корака сагласан је са Кирхофовим законима [77-79]:

- 1) **Прорачун инјектираних струја чворова \hat{J}_k .** За чвор k , типа PQ, инјектирана струја представља суму струја потрошача прикљученог у том чвору који је дефинисан својом комплексном снагом, као и струје оточне гране k -тог сегмента. Ово се може представити следећом релацијом:

$$\hat{J}_k = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^*} + \hat{y}_{ok} \hat{U}_k, k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.4.1)$$

- 2) **Прорачун струја редних грана \hat{I}_k .** За дату грану k , струја гране може се израчунати користећи се следећом релацијом:

$$\hat{I}_k = \hat{J}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j, k = n, n - 1, \dots, 3, 2, \quad (4.1.4.2)$$

при чему α_k представља скуп индекса свих сегмената наследника k -тог сегмента, односно сегмената који се нападају из k -тог чвора. Ова релација је директна примена првог Кирхофовог закона.

- 3) **Прорачун напона чворова.** Овај корак добијен је применом другог Кирхофовог закона и користи се за прорачун напона свих чворова типа PQ.

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{z}_k \hat{I}_k, k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.4.3)$$

при чему је K чвор претходник чвора k , односно чвор са којег се k -ти сегмент напаја.

Оно што је заједничко за прва два корака јесте да се у њима врше одређена сумирања струја. Док се у првом кораку врши сумирање струја потрошача и оточне гране, у другом кораку се на ту инјектирану струју додају струје свих сегмената који се напајају из те гране. Друга карактеристична особина ова два корака јесте да се бројачи у њима крећу од већих бројева ка мањим, што заједно са особинама нумерације чворова и грана и њиховим слагањем по слојевима значи да се ови прорачуни врше по слојевима од чворова са већим редним бројевима, ка балансном чвору. На овај начин, приликом прорачуна користе се само струје чворова за које су прорачуни већ извршени. Последњи, трећи, корак креће од чворова који се налазе у нижим слојевима (мањих редних бројева) и иде ка чворовима који се налазе у вишим слојевима (са већим редним бројем). Приликом ових прорачуна, врше се прорачуни нових вредности напона чворова, тј. њихове корекције.

Описани поступак назива се још и процедура **сумирања струја и корекције напона**. Он се састоји од две горе описане процедуре, субпроцедуре сумирања струја и субпроцедуре корекције напона. Субпроцедура сумирања струја заснива се на релацијама (4.1.4.1) и (4.1.4.2) и назива се још и чишћење уназад („**backward sweep**“). Она креће од „краја мреже“ и враћа се ка коренском чвору. За разлику од ње, субпроцедура сумирања струја креће од коренског чвора ка „крајевима мреже“ и назива се још и чишћење унапред („**forward sweep**“). Она се заснива на релацији (4.1.4.3). Такви итеративни поступци називају се често и „**Backward-Forward Sweep**“ поступци.

Уместо три горе наведене релације, наведени поступак је могуће представити кроз само две релације:

- 1) **Поступак сумирања струја:**

$$\hat{I}_k = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^*} + \hat{y}_{ok} \hat{U}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j, k = n, n-1, \dots, 3, 2; \quad (4.1.4.4)$$

- 2) **Поступак корекција напона:**

$$\hat{U}_k = \hat{U}_K - \hat{z}_k \hat{I}_k, k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.1.4.5)$$

Релација (4.1.4.4) описује нелинеарну зависност струје у неком чвору од напона тог чвора и снаге потрошача прикљученог у том чвору. Узимајући по једну овакву релацију за сваки чвор, добија се нелинеаран систем од $n - 1$ комплексних једначина. За решавање нелинеарних система једначина, у пракси се углавном користи неки од итеративних поступака. Када је реч о процедури сумирања струја и корекције напона, најчешћи поступци који се користе јесу **Гаусов метод** и **Гаус-Зајделов метод** (глава 2, део 2.3).

Гаусов метод започиње сумирањем струја од последњег слоја мреже и креће се ка коренском чвору, узимајући напон балансног чвора мреже за почетну вредност напона

осталих чворова. Када се добију ажуриране вредности свих струја редних грана, те вредности се користе да би се ажурирале све вредности напона у целокупној мрежи крећући се по слојевима од првог ка последњем слоју мреже. Прорачуни у овим поступцима заснивају се на следећим релацијама:

$$\hat{I}_k^{h+1} = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^{*h}} + \hat{y}_{ok} \hat{U}_k^h + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^h, k = n, n-1, \dots, 3, 2, \quad (4.1.4.6)$$

$$\hat{U}_k^{h+1} = \hat{U}_K^h - \hat{z}_k \hat{I}_k^h, k = 2, 3, \dots, n, \quad (4.1.4.7)$$

при чему експонент означава редни број итерације којој вредност припада.

Један од недостатака Гаусовог метода јесте чињеница да докле год се не заврши једна итерација поступка, израчунате вредности у тој итерацији се не користе у прорачунима исте/текуће итерације. На овај начин, описани прорачуни су спорији и потребно је више времена за њихову конвергенцију. На пример, приликом рачунања струја у h -том слоју, не користе се вредности које су израчунате у $(h+1)$ -ом слоју, јер итерација још увек није завршена. Управо због тога, уместо Гаусовог метода најчешће се користи Гаус-Зајделов метод који, уместо старих вредности напона и струја, користи вредности које су израчунате у текућој итерацији. Оваква убрзања могуће је користити не само у процедури сумирања струја, већ и у процедури корекције напона. Гаус-Зајделов поступак могуће је дефинисати модификовањем релација (4.1.4.6) и (4.1.4.7), на следећи начин:

1) Поступак сумирање струја:

$$\hat{I}_k^{h+1} = \frac{\hat{S}_k}{\hat{U}_k^{*h}} + \hat{y}_{ok} \hat{U}_k^h + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^{h+1}, k = n, n-1, \dots, 3, 2; \quad (4.1.4.8)$$

2) Поступак корекција напона:

$$\hat{U}_k^{h+1} = \hat{U}_K^{h+1} - \hat{z}_k \hat{I}_k^{h+1}, k = 2, 3, \dots, n; \quad (4.1.4.9)$$

3) Провера задовољења критеријума конвергенције:

$$|\Delta P_k^h| \leq \varepsilon_1 \wedge |\Delta Q_k^h| \leq \varepsilon_2 \wedge |\Delta \theta_k^h| \leq \varepsilon_3 \wedge |\Delta U_k^h| \leq \varepsilon_4, \quad (4.1.4.10)$$

при чему су:

$$\Delta P_k^h = \operatorname{Re} \left\{ \hat{U}_k^{*h+1} \hat{I}_k^{h+1} - \hat{S}_k - \hat{y}_{ok} (\hat{U}_k^{*h+1})^2 - \hat{U}_k^{*h+1} \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^{h+1} \right\}, \quad (4.1.4.11)$$

$$\Delta Q_k^h = -\operatorname{Im} \left\{ \hat{U}_k^{*h+1} \hat{I}_k^{h+1} - \hat{S}_k - \hat{y}_{ok} (\hat{U}_k^{*h+1})^2 - \hat{U}_k^{*h+1} \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^{h+1} \right\}, \quad (4.1.4.12)$$

$$\Delta \theta_k^h = \theta_k^{h+1} - \theta_k^h, \quad (4.1.4.13)$$

$$\Delta U_k^h = U_k^{h+1} - U_k^h. \quad (4.1.4.14)$$

Трећи корак, односно релације (4.1.4.10)–(4.1.4.14) представљају услове конвергенције, односно услове који треба да буду задовољени да би се итеративни поступак зауставио. За услове конвергенције, узима се да одступања биланса активних и реактивних снага свих чворова (ΔP_k^h и $\Delta Q_k^h, k = 2, 3, \dots, n$) треба да буду мања од унапред задатих вредности ε_1 и ε_2 , као и да промене модула и угла напона треба да

буду мања од унапред задатих вредности ε_3 и ε_4 . За вредности ових параметара најчешће се узимају вредности између 10^{-6} и 10^{-9} .

Као што се може видети из ових релација, у процедури сумирања струја, приликом израчунавања $(h + 1)$ -ве апроксимације струје гране k користе се већ израчунате $(h + 1)$ -ве апроксимације вредности струја грана наследника. Ова могућност је директна последица начина слагања чворова и грана по слојевима, као и кретања кроз мрежу од крајњих слојева ка коренском чвору. На ове вредности додају се h -та апроксимација струје потрошње у крајњем чвору сегмента, као и h -та апроксимација струје оточне гране тог сегмента. Аналогно, у процедури корекције напона користи се $(h + 1)$ -ва апроксимација напона у почетном чвору сегмента, као и $(h + 1)$ -ва апроксимација промене напона на редној грани тог сегмента.

Комплетна процедура токова снага радијалних мрежа заснована на процедури сумирања струја и корекције напона дата је на слици 4.1.4.1. Као решење ове процедуре добијају се комплексни напони свих чворова мреже, изузев коренског чвора чији је напон већ познат. На основу добијених напона, могуће је израчунати вредности свих осталих непознатих величина.

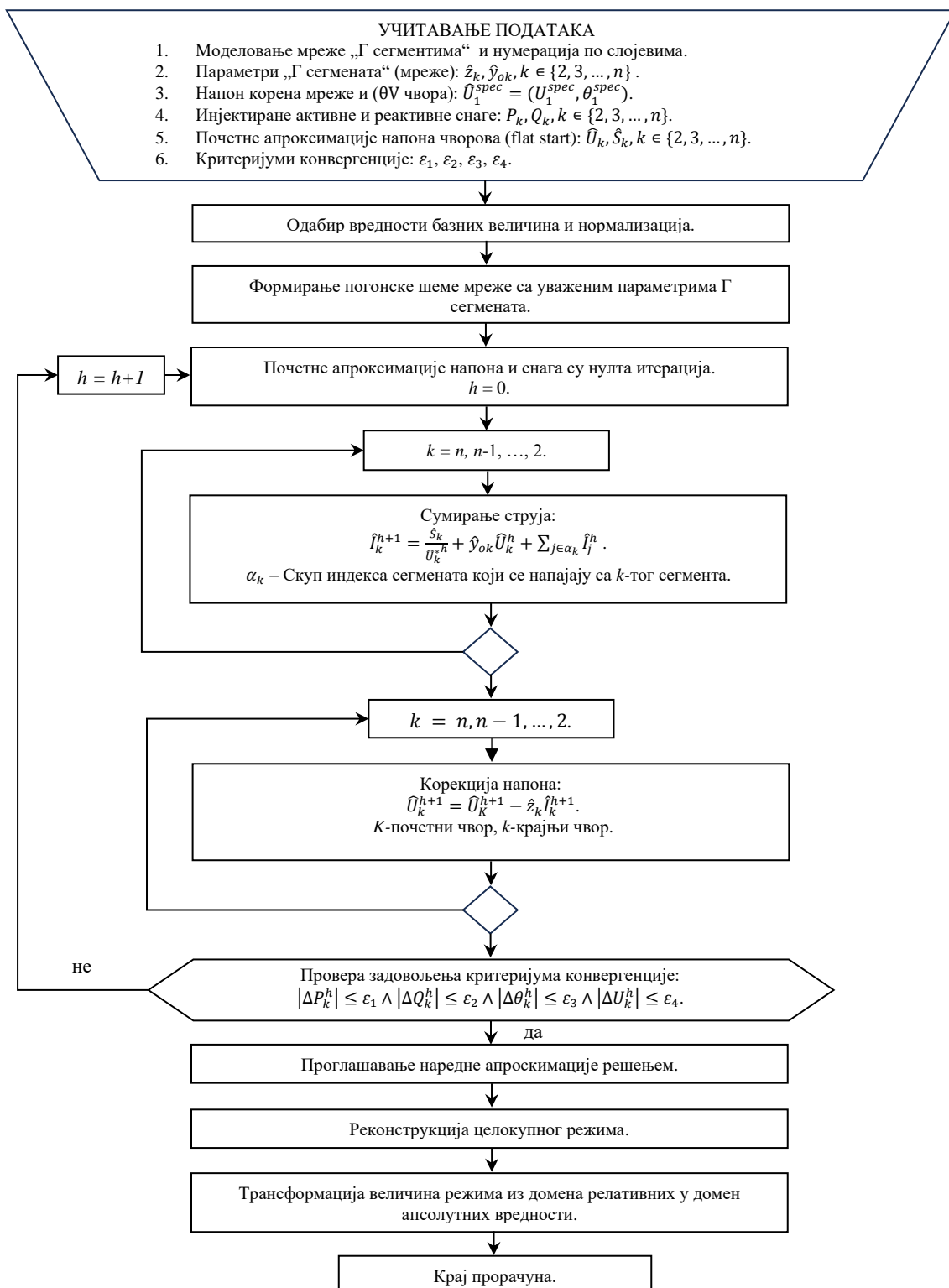
4.2 Прорачуни токова снага у несиметричним режимима

У делу 4.1 изложени су прорачуни токова снага у симетричним режимима преносних и дистрибутивних мрежа. У пракси, оваквих система готово да и нема, а скоро све мреже се налазе у несиметричном режиму. Један од основних разлога јесу несиметрична потрошња електричне енергије, односно особина највећег броја потрошача у дистрибутивним вишефазним мрежама да су прикључене у једној фази. У случају већег броја потрошача, њихова потрошња није једнако распоређена по фазама, што проузрокује несиметричне режиме мрежа. Осим потрошача, велику улогу имају и капацитивне и електромагнетне спреге вишефазних водова у дистрибутивној мрежи који нису у равнотежи. У параграфу 4.2.1 изложени су прорачуни токова снага у несиметричним режимима преносних мрежа, а затим у параграфу 4.2.2 изведене су процедуре за прорачун токова снага дистрибутивних мрежа.

4.2.1 Прорачун токова снага у несиметричним режимима преносних мрежа

Разматра се трофазна неуравнотежена преносна мрежа која се налази у несиметричном режиму. Мрежа се састоји од N трофазних чворова, односно $3N$ фазних чворова и чвора са референтним потенцијалом – земља. Ови чворови јесу: 1) Интерни чворови генератора (N_G); то су фиктивни чворови иза (синхроних) импеданси генератора. 2) Екстерни чворови N генератора; то су чворови који повезују генераторе и њихове блок-трансформаторе. 3) N_G чворова високонапонских страна блок-трансформатора. 4) N_L потрошачких чворова. 5) N_{QV} чворова у којима су повезани синхрони и статички компензатори, кондензаторске и реакторске јединице. 6) N_0 чворова који не припадају ни једној групи претходно наведених чворова – пролазни чворови [76]. Сваки модел токова снага заснован је на линеарном моделу, који је изражен у терминима комплексних напона и струја користећи се методом независних напона чворова (део 3.2).

У фазном (abc) и домену симетричних компоненти (+ - 0), линеарни модел може да се напише на следећи начин [42]:



Слика 4.1.4.1. Блок-дијаграм прорачуна симетричних токова снага радијалне мреже поступком сумирања струја и корекција напона

$$\hat{I}_{3N \times 1}^{abc} = \hat{Y}_{3N \times 3N}^{abc} \hat{U}_{3N \times 1}^{abc}, \quad (4.2.1.1)$$

$$\hat{I}_{3N \times 1}^{+-0} = \hat{Y}_{3N \times 3N}^{+-0} \hat{U}_{3N \times 1}^{+-0}, \quad (4.2.1.2)$$

где $\hat{I}_{3N \times 1}^{abc}$, $\hat{I}_{3N \times 1}^{+-0}$ и $\hat{U}_{3N \times 1}^{abc}$, $\hat{U}_{3N \times 1}^{+-0}$ представљају редом векторе трофазних напона и инјектираних струја чворова у фазном и домену симетричних компоненти. Ови вектори садрже субвекторе тројке напона и струја димензија 3×1 . Матрице адмитанси чворова са којима су моделована кола преносних мрежа, $\hat{Y}_{3N \times 3N}^{abc}$ и $\hat{Y}_{3N \times 3N}^{+-0}$, су квадратне матрице и оне се састоје из субматрица димензија 3×3 . Ако је мрежа уравнотежена, субматрице су у фазном домену циркуларне матрице док су у домену симетричних компоненти дијагоналне матрице. Ове матрице имају следеће три особине [75]: 1) Могу бити симетричне. 2) Могу се једноставно генерисати користећи се принципом инспекције (дијагонални елементи једнаки су суми свих адмитанси грана који се стичу у чвор, вандијагонални елементи једнаки су адмитанси грана којима су повезана два чвора са промењеним предзнаком). 3) Матрице су ретке (параграф 2.2.5).

Матрица адмитанси чворова могу се формирати веома једноставно (инспекцијом) ако се индуктивне и капацитивне спреге између електроенергетских елемената и идеални трансформатори (са реалним или комплексним односима намотаја) не појављују у еквивалентним колима преносних мрежа. Међутим, ако се ипак појављују, спреге се могу свести на минималне вредности ако се кола трансформишу из фазног у домен симетричних компоненти. После преласка у домен симетричних компоненти, тривијалност генерисања матрице адмитанси ремете идеални трансформатори реалних и комплексних односа трансформације. Први идеални трансформатори се елиминишу трансформацијом из апсолутних у релативним јединицама, док се други елиминишу θ трансформацијом [75, 76]. Дакле, модели токова снага преносних мрежа у домену симетричних компоненти (са свим додатним наведеним трансформацијама) се једноставније формирају и овај домен ће се даље користити у овој дисертацији [41, 42].

Ако се релација (4.2.1.a) помножити са леве стране дијагоналном матрицом конјуговано комплексних напона добија се стандардни нелинеарни модел токова снага:

$$\hat{S}_{3N \times 1}^{abc} = \text{diag}(\hat{U}_{3N \times 1}^{abc})^* \hat{Y}_{3N \times 3N}^{abc} \hat{U}_{3N \times 1}^{abc}. \quad (4.2.1.2)$$

У домену симетричних компоненти ако се разматрају уравнотежене мреже у симетричним режимима модел (4.2.1.2) се своди на једну трећину, односно, разматрају се само модели у домену директног редоследа [76] где се лева страна релације (4.2.1.2) множи са конјуговано комплексним напонима. Тиме се добија стандардни проблем прорачуна токова снага (параграф 4.1.1). Ако се разматрају несиметрични режими да би се применио принцип инспекције чворова током формулације модела несиметричних токова снага, мора се применити проширена класификација чворова – табела 4.2.1.1. У овој табели приказани су четири типа трофазних чворова [41,42,77].

Табела 4.2.1.1. Проширена класификација чворова

Тип чвора	3ØV	3PQ	$P_{\Sigma}Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma}V$
Специфициране варијабле	$U^+, \theta^+, U^-, \theta^-, U^0, \theta^0$	$P^a, P^b, P^c, Q^a, Q^b, Q^c$	P_{Σ}, Q_{Σ}	P_{Σ}, U^+
Непознате варијабле стања	/	$U^+, \theta^+, U^-, \theta^-, U^0, \theta^0$	$U^+, \theta^+, U^-, \theta^-, U^0, \theta^0$	$\theta^+, U^-, \theta^-, U^0, \theta^0$

Располажући са вектором стања могуће је реконструисати целокупни режим у мрежи. Детаљни описи свих типова чворова дати су у глави 5, део 5.5. С обзиром на то

да се управљачке стратегије синхроних генератора имплементирају на секундару блок-трансформатора, модел (4.2.1.2) се смањује за $2 \times N_G$, односно линеаран модел гласи:

$$\hat{\mathbf{I}}_{3M \times 1}^{+-0} = \hat{\mathbf{Y}}_{3M \times 3M}^{+-0} \hat{\mathbf{U}}_{3M \times 1}^{+-0}, \quad (4.2.1.3)$$

где $M = N - 2 \times N_G$ јесте број трофазних чворова без интерних чворова генератора. С обзиром на то да се у овој дисертацији водови и трансформатори у преносној мрежи сматрају уравнотеженим елементима, релација (4.2.1.2) се може преформулисати на следећи начин:

$$\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^+ = \hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^+ \hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^+, \quad (4.2.1.4)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^- = \hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^- \hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^-, \quad (4.2.1.5)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^0 = \hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^0 \hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^0. \quad (4.2.1.6)$$

Ако се релација (4.2.1.4) помножи са вектором директних компоненти конјуговано комплексних напона добијају се следеће релације:

$$\hat{\mathbf{S}}_{M \times 1}^+ = \text{diag}(\hat{\mathbf{U}}_{M,1}^+)^* \hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^+ \hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^+, \quad (4.2.1.7)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{M,1}^- = \hat{\mathbf{Y}}_{M,M}^- \hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^-, \quad (4.2.1.8)$$

$$\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^0 = \hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^0 \hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^0, \quad (4.2.1.9)$$

где вектор $\hat{\mathbf{S}}_{M,1}^+$ представља вектор инјектираних комплексних страна у погонским колу директног редоследа. Релације (4.2.1.7)–(4.2.1.9) су спрегнуте кроз векторе $\hat{\mathbf{S}}_{M \times 1}^+$, $\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^-$ и $\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^0$ и не могу се решавати независно већ симултано. Потребно је нагласити да се из модела (4.2.1.7)–(4.2.1.9) добијају тривијални, распрегнути и доминанти део модела (параграф 4.1.1). Решењем доминантног дела модела располаже се са вектором стања мреже. Применом Њутн-Рафсоновог поступка, у свакој итерацији се решавају следећа три спрегнута линеаризована система једначина:

$$[\Delta \mathbf{S}_{(2M-2-p) \times 1}^+]^h = [\mathbf{J}_{(2M-2-p) \times (2M-2-p)}^+]^h [\Delta \mathbf{X}_{(2M-2-p) \times 1}^+]^h, \quad (4.2.1.10)$$

$$[\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^-]^h = [\hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^-]^h [\hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^-]^{h+1}, \quad (4.2.1.11)$$

$$[\hat{\mathbf{I}}_{M \times 1}^0]^h = [\hat{\mathbf{Y}}_{M \times M}^0]^h [\hat{\mathbf{U}}_{M \times 1}^0]^{h+1}, \quad (4.2.1.12)$$

где је: 1) p број чворова типа P_2V , 2) $\Delta \mathbf{S}$ вектор одступања биланса активних и реактивних снага, 3) \mathbf{J} Јакобијан система нелинеарних једначина (4.2.1.7), и 4) $\Delta \mathbf{X}$ вектор одступања модула и углова непознатих директних компоненти напона. Комплетан итеративни поступак се понавља све док се не задовољи критеријуми конвергенције (параграф 4.1.2).

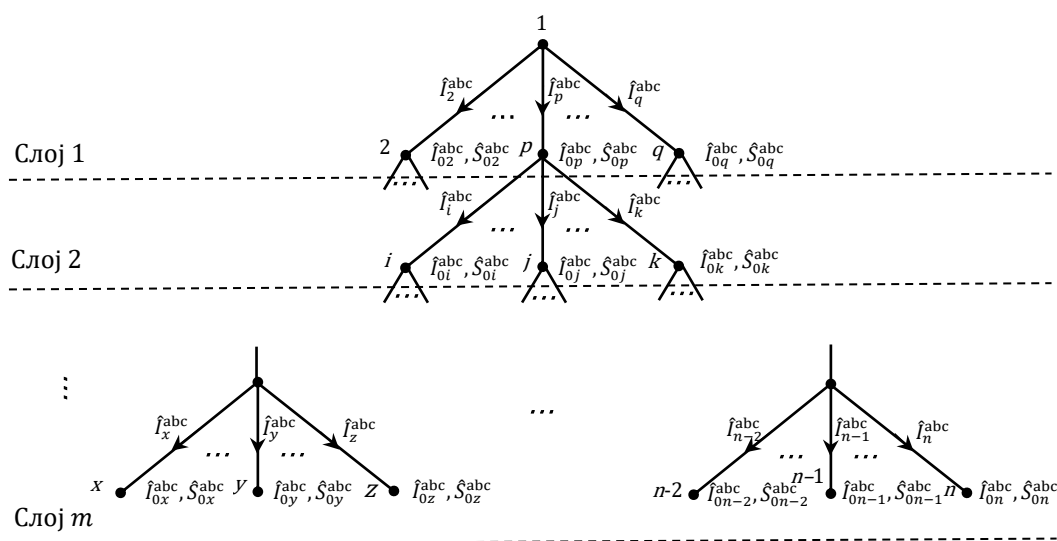
Изложени модел има следеће особине:

- 1) Модел трофазне мреже (4.2.1.2) и (4.2.1.3) је разложен на три „распрегнута“ модела (4.2.1.4)–(4.2.1.6), што у великој мери редукује време прорачуна (модел је спрегнут само кроз векторе са десних страна релација).
- 2) Матрице адмитанси погонских кола инверзног и нултог редоследа су ретке и симетричне. Ова особина омогућава примену LU факторизације (параграф 2.2.4) и могу се користити технике за рад са ретким матрицама.

3) Релације (4.2.1.10)–(4.2.1.12) могу се решавати истовремено што је идеално за технику конкурентног програмирања.

4.2.2 Прорачун токова снага у несиметричним режимима дистрибутивних мрежа

Разматра се трофазна радијална дистрибутивна мрежа у несиметричном режиму приказана на слици (4.2.2.1). Начин на који се третирају петље биће накнадно објашњен (глава 5). Осим петљи, у мрежи нема ни генератора којима се могу контролисати напони или трофазне активне и реактивне снаге (пасивна дистрибутивна мрежа).

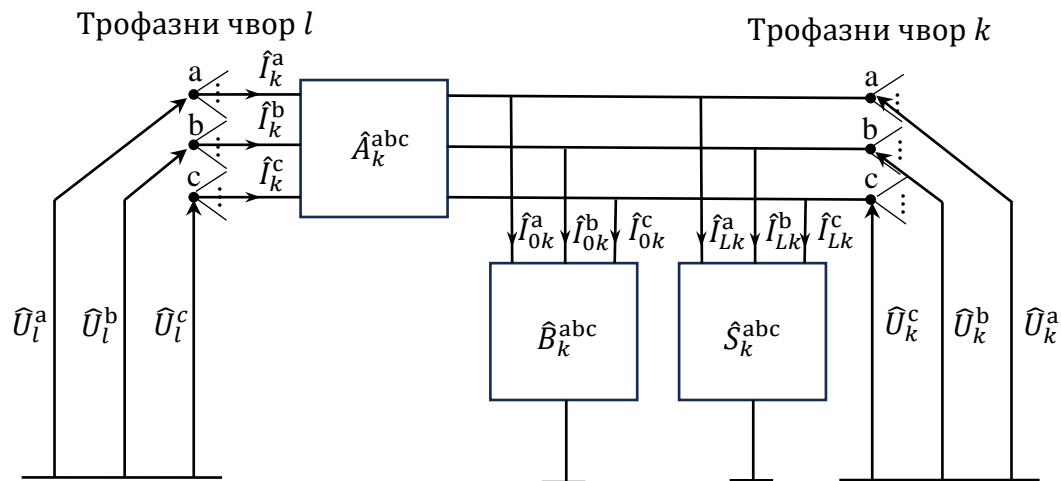


Слика 4.2.2.1. Трофазна пасивна радијална дистрибутивна мрежа

Као што се може приметити са слике, мрежа се састоји од n трофазних чворова, поређаних по слојевима. Укупан број слојева означен је са m . Корен мреже представља балансни чвор типа θV чији су напони познати, док су остали чворови типа PQ и у њима су познате три фазне инјектиране активне и реактивне снаге. С обзиром на то да је мрежа радијална, број трофазних грана у мрежи јесте $n - 1$. Свака грана повезује два трофазна чвора – почетни и крајњи чвор (параграф 4.1.3), при чему трофазна грана се напаја са чвора који припада слоју нумерисаним са мањим бројем (први чвор). Као што је већ речено у параграфу 4.1.3, чворови у оваквој мрежи нумеришу се користећи се принципом нумерације по слојевима, почевши од коренског чвора и крећући се од слоја 1 ка слоју m (слика 4.2.2.1). Нумерација грана одговара редном броју другог чвора гране који припада слоју нумерисаним са већим бројем. Осим n чворова са слике 4.2.2.1, свака мрежа садржи и чвор референтног – нултог потенцијала који се означава са 0. За чвор референтног потенцијала узима се земља, јер се сматра да земља има свуда исти потенцијал.

Поступак за прорачун токова снага радијалних дистрибутивних мрежа заснован је на процедури сумирања струја и корекције напона чија основа је дата у параграфима 4.1.3 и 4.1.4. Свака грана у мрежи може се посматрати као један трофазни сегмент Γ (слика 4.2.2.2). Уколико је трофазна грана означена са бројем k тада је и трофазни сегмент означен са Γ_k . Трофазни чвор са којег се сегмент напаја је назван *први чвор* и он је означен са l , док чвор k представља *други чвор* сегмента Γ_k . У чвору k може бити

прикључено више сегмената наследника (параграф 4.1.3). Индекси сегмената наследника чувају се у скупу α_k . У овој дисертацији сваки сегмент Γ_k може се посматрати на два начина: 1) као спрегнути (слика 4.2.2.2) и 2) као распрегнути сегмент (слика 4.2.2.3). За сваки од два начина, биће формирани посебни математички модели и процедуре за прорачун токова снага.



Слика 4.2.2.2. Трофазни спрегнути сегмент Γ_k

На слици слика 4.2.2.2 приказан је спрегнути сегмент Γ_k који се састоји од трофазне редне гране, са параметром \hat{A}_k^{abc} , као и трофазне оточне гране, са параметром \hat{B}_k^{abc} . Ови параметри индексирани су истим индексом k као и сегмент Γ_k . Фазни напони почетних и крајњих трофазних чворова сегмента означени су редом са \hat{U}_l^s и \hat{U}_k^s , $s = a, b, c$. Осим трофазних сегмената наследника прикључених у чвору k , у њему може бити прикључен и трофазни потрошач са фазним комплексним снагама $\hat{S}_k^s = P_k^s - jQ_k^s$, $s = a, b, c$, при чему снага може бити константна или зависна од напона чвора k [77, 78]. \hat{I}_{Lk}^s , $s = a, b, c$ представља тројку фазних струја потрошача.

Приликом формирања модела спрегнутог сегмента Γ_k (слика 4.2.2.2) са \hat{A}_k^{abc} је означен матрични импедантни репрезент редне гране сегмента Γ_k , односно $\hat{A}_k^{abc} = \hat{Z}_k^{abc}$. То је редна матрица импеданси секције вода са фазним струјама гране \hat{I}_k^a , \hat{I}_k^b и \hat{I}_k^c . За разлику од њега, \hat{B}_k^{abc} представља матрични адмитантни репрезент оточне гране, односно $\hat{B}_k^{abc} = \hat{Y}_{0k}^{abc}$. Овај репрезент представља суму следећих оточних матричних репрезентата:

- 1) Оточног параметра краја секције вода или трансформатора.
- 2) Оточних параметара на почечима секција водова и/или трансформатора који се напајају са крајњег чвора k .
- 3) Репрезента трофазних оточних елемената прикључених у чвору k .

Фазне струје трофазне оточне гране сегмента Γ_k означене су редом са \hat{I}_{0k}^a , \hat{I}_{0k}^b и \hat{I}_{0k}^c .

Импедантни и адмитантни репрезент редне и оточне гране сваког спрегнутог сегмента Γ_k редом гласе:

$$\hat{\mathbf{Z}}_k^{abc} = \begin{bmatrix} \hat{Z}_k^{aa} & \hat{Z}_k^{ab} & \hat{Z}_k^{ac} \\ \hat{Z}_k^{ba} & \hat{Z}_k^{bb} & \hat{Z}_k^{bc} \\ \hat{Z}_k^{ca} & \hat{Z}_k^{cb} & \hat{Z}_k^{cc} \end{bmatrix}, \hat{\mathbf{Y}}_k^{abc} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{0k}^{aa} & \hat{Y}_{0k}^{ab} & \hat{Y}_{0k}^{ac} \\ \hat{Y}_{0k}^{ba} & \hat{Y}_{0k}^{bb} & \hat{Y}_{0k}^{bc} \\ \hat{Y}_{0k}^{ca} & \hat{Y}_{0k}^{cb} & \hat{Y}_{0k}^{cc} \end{bmatrix}. \quad (4.2.2.1)$$

Приликом прорачуна токова снага, потребно је прорачунати вектор стања мреже, односно напоне свих њених чворова. Поседовањем вектора стања мреже могуће је реконструисати комплетан режим дистрибутивне мреже. При овом прорачуну користе се познати трофазни напон коренског чвора, као и специфициране тројке фазних активних и реактивних инјектираних снага у свим чворовима типа PQ.

Нелинеарни модел токова снага мреже у случају спрегнутог сегмента Γ_k може се формулисати у следећа три корака [77,78]:

1) Прорачун струја трофазних оточних грана и струја потрошача:

$$\hat{\mathbf{I}}_{\Sigma 0k}^{abc} = \hat{\mathbf{Y}}_{0k}^{abc} \hat{\mathbf{U}}_k^{abc} + \frac{\hat{\mathbf{S}}_k^{abc}}{[(\hat{\mathbf{U}}_k^{abc})^*]^*}, k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.2)$$

2) Прорачун струја трофазних редних грана:

$$\hat{\mathbf{I}}_k^{abc} = \hat{\mathbf{I}}_{\Sigma 0k}^{abc} + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{\mathbf{I}}_j^{abc}, k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.3)$$

3) Прорачун напона чворова типа PQ:

$$\hat{\mathbf{U}}_k^{abc} = \hat{\mathbf{U}}_l^{abc} - \hat{\mathbf{Z}}_k^{abc} \hat{\mathbf{I}}_k^{abc}, k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.2.2.4)$$

Свака од релација (4.2.2.2)–(4.2.2.4) састоји се од по $3 \times (n-1)$ једначине, односно по $(n-1)$ једначине за сваку од фаза a, b, и c. На овај начин, формиран је систем од $9 \times (n-1)$ нелинеарних једначина са укупно $12 \times (n-1)$ варијабли. Као што је већ речено, у оваквој мрежи познати су напони коренског (балансног) чвора, као и инјектиране снаге трофазних потрошача $\hat{\mathbf{S}}_k^{abc}, k = n, n-1, \dots, 2$. Уколико се у систему снаге потрошача замене њиховим вредностима, добија се нелинеаран систем од $9 \times (n-1)$ једначине са $9 \times (n-1)$ непознатом варијаблом, чиме он постаје одређен. Након тога, модел дефинисан релацијама (4.2.2.2)–(4.2.2.4) могуће је решити Гаус-Зајделовим поступком (параграф 2.3.4), по непознатим варијаблама које представљају трофазне струје оточних и редних грана, као и напоне трофазних чворова типа PQ. Почетне апроксимације трофазних напона свих чворова типа PQ једнаки су трофазном напону балансног чвора. На основу изложене материје може се дефинисати процедура за прорачун токова снага:

Процедура сумирања струја за модел дат релацијама (4.2.2.1)–(4.2.2.3):

1) Сумирање текућих апроксимација струја трофазне оточне гране и потрошача:

$$(\hat{\mathbf{I}}_{\Sigma 0k}^{abc})^{h+1} = \hat{\mathbf{Y}}_{0k}^{abc} (\hat{\mathbf{U}}_k^{abc})^h + \frac{(\hat{\mathbf{S}}_k^{abc})^h}{[(\hat{\mathbf{U}}_k^{abc})^h]^*}, k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.5)$$

2) Прорачун нових апроксимација струја трофазних редних грана:

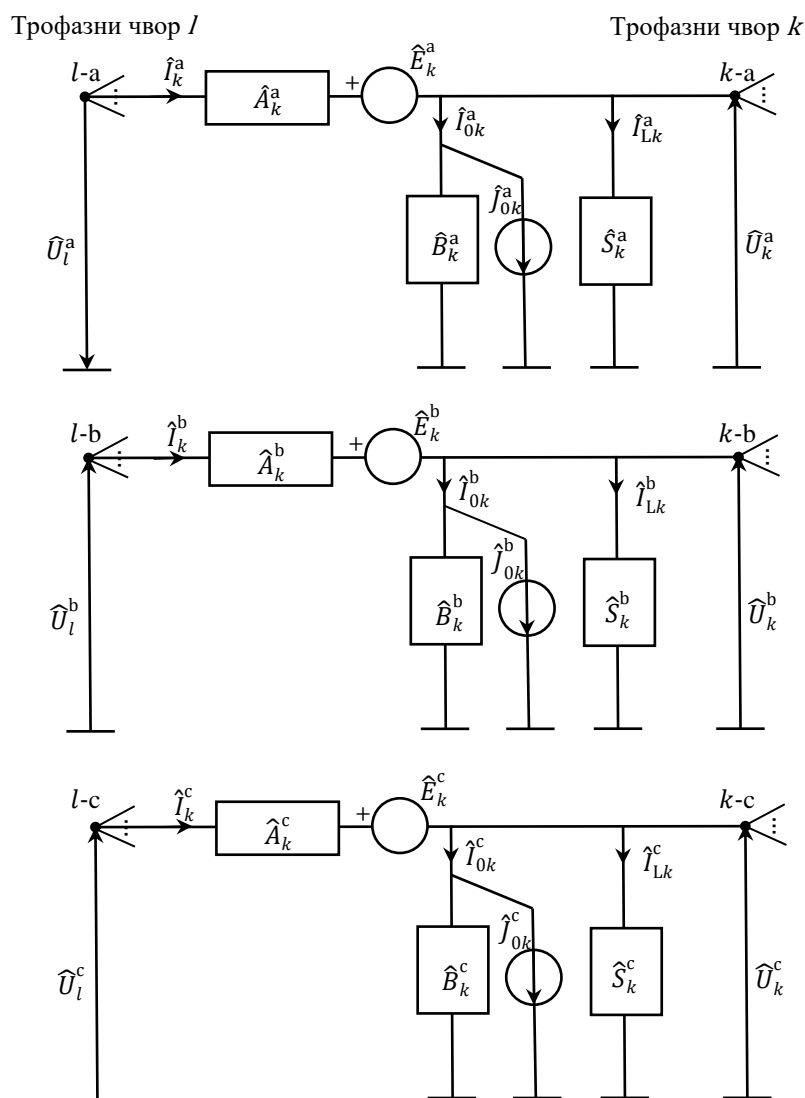
$$(\hat{\mathbf{I}}_k^{abc})^{h+1} = (\hat{\mathbf{I}}_{\Sigma 0k}^{abc})^{h+1} + \sum_{j \in \alpha_k} (\hat{\mathbf{I}}_j^{abc})^{h+1}, k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.6)$$

Процедура корекције напона чворова за модел дат релацијама (4.2.2.2)–(4.2.2.4):

3) Прорачун нових апроксимација трофазних напона чворова:

$$(\hat{\mathbf{U}}_k^{abc})^{h+1} = (\hat{\mathbf{U}}_l^{abc})^h - \hat{\mathbf{Z}}_k^{abc} (\hat{\mathbf{I}}_k^{abc})^{h+1}, k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.2.2.7)$$

Након спрегнутог сегмента Γ_k (слика 4.2.2.2) и модела токова снага, разматра се распрегнути сегменти Γ_k^s , $s = a, b, c$ који су приказани на слици 4.2.2.3. Модел распрегнутог сегмента Γ_k^s добијен је из модела спрегнутог сегмента Γ_k и представља суштинску основу за развој распрегнутог модела токова снага чије објашњење следи.



Слика 4.2.2.3. Трофазни распрегнути сегмент Γ_k

Са слике 4.2.2.3 могу се приметити три распрегнута сегмента Γ_k^s , $s = a, b, c$, при чему је са \hat{A}_k^s означен редни параметар, док је са \hat{B}_k^s означен оточни параметар

распрегнутог сегмента Γ_k^s . Почетни и крајњи чворови означени су редом са l - s и k - s , $s = a, b, c$. Оточни и редни параметри индексирани су истим индексом k као и распрегнути сегмент Γ_k^s . Фазни напони почетних и крајњих чворова означени су редом са \hat{U}_l^s и \hat{U}_k^s , $s = a, b, c$. Осим сегмената наследника прикључених у чвору k - s , у њему може да буде прикључен и трофазни потрошач са фазним комплексним снагама $\hat{S}_k^s = P_k^s - jQ_k^s$, $s = a, b, c$, при чему снага може бити константна или зависна од напона чвора k - s .

\hat{A}_k^s , $s = a, b, c$ представљају редне импедансе секције вода при чему важи $\hat{A}_k^s = \hat{Z}_k^{ss}$, $s = a, b, c$. Може се приметити да импеданса \hat{Z}_k^{ss} представља дигонални елемент матрице импеданси \hat{Z}_k^{abc} из релације (4.2.2.1). Фазне струје редних грана означене су са \hat{I}_k^s , $s = a, b, c$ (слика 4.2.3).

\hat{B}_k^a, \hat{B}_k^b и \hat{B}_k^c представљају адмитантне репрезенте оточних грана сегмената Γ_k^s , $s = a, b, c$. Може се приметити да импеданса \hat{Y}_k^{ss} представља дигонални елемент матрице импеданси \hat{Y}_{0k}^{abc} из релације (4.2.2.1). Фазне струје оточних грана означене су са \hat{I}_{0k}^s , $s = a, b, c$ (слика 4.2.3).

Електромоторне силе (напони напонских извора у редним гранама распрегнутих сегмената) \hat{E}_k^s , $s = a, b, c$ представљају индуктивне спреге остале две фазе са текућом фазом s , док струје струјних извора \hat{J}_k^s , $s = a, b, c$, представљају капацитивне спреге остале две фазе са текућом фазом.

Електромоторне силе за текућу фазу \hat{E}_k^s , $s = a, b, c$ се рачунају користећи се кореспондентним вандијагоналним елементима матрица импеданси \hat{Z}_k^{abc} и струја остале две фазе \hat{I}_k^s , $s = a, b, c$ при чему важи да је:

$$\hat{E}_k^s = \hat{Z}_k^{st} \hat{I}_k^t + \hat{Z}_k^{sr} \hat{I}_k^r, t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s; s = a, b, c. \quad (4.2.2.8)$$

Струје струјних извора за текућу фазу \hat{J}_k^s , $s = a, b, c$, се рачунају користећи се кореспондентним вандијагоналним елементима матрица адмитанси \hat{Y}_{0k}^{abc} и напона остале две фазе \hat{U}_k^s , $s = a, b, c$ при чему важи да је:

$$\hat{J}_{0k}^s = \hat{Y}_{0k}^{st} \hat{U}_k^t + \hat{Y}_{0k}^{sr} \hat{U}_k^r, t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s; s = a, b, c. \quad (4.2.2.9)$$

На основу изложене материје, свака фаза трофазног распрегнутог модела сегмента Γ_k^s састоји се од:

- 1) Фазне редне гране, са параметром \hat{Z}_k^{ss} , $s = a, b, c$.
- 2) Редне електромоторне силе \hat{E}_k^s , $s = a, b, c$.
- 3) Трофазне оточне гране са параметром \hat{Y}_{0k}^{ss} , $s = a, b, c$.
- 4) Оточне струје \hat{J}_k^s , $s = a, b, c$.

Оточни параметри секције вода за корен мреже се не разматрају, обзиром да су напони трофазног балансног чвора познате величине.

Нелинеарни распрегнути модел токова снага у којем су инкорпорирани распрегнути модели трофазних модела следи:

- 1) Прорачун струја трофазних оточних грана и струја потрошача:

$$\hat{I}_{\Sigma 0k}^s = \hat{Y}_{0k}^{ss} \hat{U}_k^s + \frac{\hat{S}_k^s}{(\hat{U}_k^s)^*} + \hat{J}_{0k}^s, \quad (4.2.2.10)$$

$$\hat{J}_{0k}^s = \hat{Y}_{0k}^{st} \hat{U}_k^t + \hat{Y}_{0k}^{sr} \hat{U}_k^r, \quad (4.2.2.11)$$

$$t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s, s = a, b, c, k = n, n-1, \dots, 2;$$

2) Прорачун струја трофазних редних грана:

$$\hat{I}_k^s = \hat{I}_{\Sigma 0k}^s + \sum_{j \in \alpha_k} \hat{I}_j^s, s = a, b, c, k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.12)$$

3) Прорачун напона чворова:

$$\hat{U}_k^s = \hat{U}_l^s - \hat{Z}_k^{ss} \hat{I}_k^s - \hat{E}_k^s, \quad (4.2.2.13)$$

$$\hat{E}_k^s = \hat{Z}_k^{ts} \hat{I}_k^t + \hat{Z}_k^{rs} \hat{I}_k^r, \quad (4.2.2.14)$$

$$t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s, s = a, b, c, k = 2, 3, \dots, n.$$

Укупан број релација (4.2.2.10)–(4.2.2.14) јесте $3 \times (n-1)$, односно, свака релација има $(n-1)$ једначина по свакој фази а, б, и с. Слично као и у претходном моделу, неке од једначина јесу нелинеарне, па се на овај начин добија систем од $15 \times (n-1)$ нелинеарних једначина који садржи $18 \times (n-1)$ непознатих варијабли. Као што је већ речено, осим напона коренског чвора у овом моделу познате су и трофазне снаге потрошача прикључених у потрошачким чворовима, $\hat{S}_k^s, s = a, b, c, k = 2, 3, \dots, n$. Уколико се у систему фазне снаге потрошача уваже у распрегнути модел токова снага добија се нелинеаран систем који се састоји од $15 \times (n-1)$ једначина и $15 \times (n-1)$ непознатих варијабли. На овај начин систем постаје одређен. Након тога, модел дефинисан релацијама (4.2.2.10)–(4.2.2.14) могуће је решити применом Гаус-Зајделовог поступка (параграф 2.3.4) по непознатим варијаблама које су: 1) трофазне струје оточних и редних грана $\hat{I}_{\Sigma 0k}^s, \hat{I}_k^s, s = a, b, c, k = 2, 3, \dots, n$, 2) струје $\hat{J}_{0k}^s, s = a, b, c$, 3) редне електромоторне силе $\hat{E}_k^s, s = a, b, c, k = 2, 3, \dots, n$, и 4) напоне трофазних чворова типа PQ, $\hat{U}_k^s, k = 2, 3, \dots, n$. Почетне апроксимације фазних напона свих чворова типа PQ једнаки су коресподентном фазном напону балансног чвора, односно $(\hat{U}_k^s)^0 = \hat{U}_1^s, s = a, b, c, k = 2, 3, \dots, n$.

На основу свега наведеног, може се формулисати процедура за прорачун токова снага:

Процедура сумирања струја за модел дат релацијама (4.2.2.7)–(4.2.2.11):

1) Сумирање текућих апроксимација струја трофазних оточних грана и струја потрошача:

$$(\hat{I}_{\Sigma 0k}^s)^{h+1} = \hat{Y}_{0k}^{ss} (\hat{U}_k^s)^h + \frac{\hat{S}_k^s}{[(\hat{U}_k^s)^h]^*} + (\hat{J}_{0k}^s)^{h+1}, \quad (4.2.2.15)$$

$$(\hat{J}_{0k}^s)^{h+1} = \hat{Y}_{0k}^{st} (\hat{U}_k^t)^h + \hat{Y}_{0k}^{sr} (\hat{U}_k^r)^h, \quad (4.2.2.16)$$

$$t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s, s = a, b, c, k = n, n-1, \dots, 2;$$

2) Прорачун нових апроксимација струја трофазних редних грана:

$$(\hat{I}_k^s)^{h+1} = (\hat{I}_{\Sigma 0k}^s)^{h+1} + \sum_{j \in \alpha_k} (\hat{I}_j^s)^{h+1}, \quad s = a, b, c, \quad k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.17)$$

Процедура корекција напона чворова:

3) Прорачун нових апроксимација напона чворова:

$$(\hat{U}_k^s)^{h+1} = (\hat{U}_l^s)^{h+1} - \hat{Z}_k^{ss} (\hat{I}_k^s)^{h+1} - (\hat{E}_k^s)^{h+1}, \quad (4.2.2.18)$$

$$(\hat{E}_k^s)^{h+1} = \hat{Z}_k^{st} (\hat{I}_t^s)^{h+1} + \hat{Z}_k^{rt} (\hat{I}_r^s)^{h+1}, \quad (4.2.2.19)$$

$t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s, \quad s = a, b, c, \quad k = 2, 3, \dots, n.$

Итеративне процедуре ССКН завршавају се када су задовољени услови конвергенције:

$$|\Delta P_k^s|^h \leq \varepsilon_1, \quad |\Delta Q_k^s|^h \leq \varepsilon_2, \quad |\Delta U_k^s|^h \leq \varepsilon_3, \quad |\Delta \theta_k^s|^h \leq \varepsilon_4; \quad (4.2.2.20)$$

$s = a, b, c; \quad k = 2, 3, \dots, n-1.$

$(\Delta P_k^s)^h, (\Delta Q_k^s)^h$ – одступање биланса активне и реактивне снаге фазе s чвора k од нулте вредности:

- $(\Delta P_k^s)^h = \text{Re} \left\{ \left[(\hat{U}_k^s)^{h+1} \right]^* (\hat{I}_k^s)^{h+1} - \left[(\hat{U}_k^s)^{h+1} \right]^* (\hat{I}_{k0}^s)^{h+1} - (\hat{S}_k^s)^{h+1} - \left[(\hat{U}_k^s)^{h+1} \right]^* \sum_{j \in \alpha_k} (\hat{I}_j^s)^{h+1} \right\},$
- $(\Delta Q_k^s)^h = -\text{Im} \left\{ \left[(\hat{U}_k^s)^{h+1} \right]^* (\hat{I}_k^s)^{h+1} - \left[(\hat{U}_k^s)^{h+1} \right]^* (\hat{I}_{k0}^s)^{h+1} - (\hat{S}_k^s)^{h+1} - \left[(\hat{U}_k^s)^{h+1} \right]^* \sum_{j \in \alpha_k} (\hat{I}_j^s)^{h+1} \right\}.$

$(\Delta \theta_k^s)^h$ – разлика углова напона фазе s чвора k у h -тој и $(h-1)$ -вој итерацији: $(\Delta \theta_k^s)^h = (\theta_k^s)^{h+1} - (\theta_k^s)^h$

$(\Delta U_k^s)^h$ – разлика модула напона фазе s чвора k у h -тој и $(h-1)$ -вој итерацији: $(\Delta U_k^s)^h = (U_k^s)^{h+1} - (U_k^s)^h$

$\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \varepsilon_4$ – критеријуми конвергенције (мали бројеви, реда величине 10^{-6} до 10^{-9}).

Последње израчунате вредности напона чворова узимају се за решење саме процедуре.

За проверу конвергенције процедуре ССКН за прорачун токова снага, често се уместо све четири релације (4.2.2.20) користе последње две (трећа и четврта). Уколико су задовољена последња два услова, тада су најчешће задовољени и услови везани за одступања биланса активних и реактивних снага. На овај начин избегава се непотребно проверавање сва четири услова што може да утиче на ефикасност алгорита.

4.2.2.1 Прорачун токова снага слабоупетљаних дистрибутивних мрежа

У овој тачки обрађене су петље у дистрибутивним мрежама као и њихов третман у моделима и процедурама за прорачун токова снага. Такође, у овој тачки процедура ССКН додатно је унапређена за прорачун токова снага слабоупетљаних мрежа. Да би се слабоупетљана дистрибутивна мрежа третирао као радијална, потребно је да се прекину

све петље у њој. Прекидом свих петљи добија се *радијализована дистрибутивна мрежа* чији режим се разликује од оригиналне дистрибутивне мреже. Да би режим радијализоване дистрибутивне мреже био исти режиму слабоупетљане мреже потребно је компензовати одређеним струјама на местима прекида петљи. Ове струје се називају *компензационим струјама*. Чвор у коме је констатована петља раздваја се на два чвора – *основни чвор* и *новогенерисани чвор*. Оточне гране (слика 4.2.2.2, параграф 4.2.2) које су се налазиле у чвору пре прекида петљи се по жељи распоређују у основном и новогенерисаном чвору.

Разматра се мрежа са слике 4.2.2.1.1 која садржи једну петљу. Чворови су означени општим варијаблама, при чему балансни чвор (корен) има индекс i . Поступак радијализације и нумерације мреже по принципу слојева приказан је редом на сликама 4.2.2.1.1 б, в, г и д. Петља је прекинута у чвору k приликом чега је генерисан нов чвор k' . Струја у краткоспојнику пре прекида је означена са $\hat{J}_{kk'}$ и она је непозната. Ова струја усмерена је од основног ка новогенерисаном чвору (слика 4.2.2.1.1б и в). Ова струја сагласно са теоремом о компензацији [75] може се заменити са два струјна извора чије струје су једнаке струји пре прекида петљи $\hat{J}_{kk'}$ (слика 4.2.2.1.1г). У основном чвору k струја је усмерена од чвора, док је у новогенерисаном чвору k' струја усмерена ка чвору. Овим струјама обезбеђује се једнакост напона чворова k и k' (слика 4.2.2.1.1г) што је еквивалентно мрежи пре прекида петље у чвору k (слика 4.2.2.1.1а). Односно, режим пре прекида петље једнак је режиму радијализоване мреже са одговарајућим струјним изворима који су прикључени у чворовима k и k' . Ово имплицира једнакост напона основног и новогенерисаног чвора, $\hat{U}_k = \hat{U}_{k'}$. Када се разматра модел токова снага радијализованих мрежа компензационе струје се рачунају у свакој итерацији на основу разлике напона у основном и новогенерисаном чвору и Тевененове матрице импеданси [78]. Ако p представља број петљи, прекидом петљи број чворова се повећава за p у радијализованој мрежи. Међутим, број редних елемената остаје исти. Цео поступак прорачуна токова снага радијализованих мрежа где су петље компензоване струјним изворима са слике 4.2.2.1.1 назива се *компензационим док се мрежа назива компензована мрежа* [78].

Нека је са β означен скуп парова индекса основног и новогенерисаног чвора (i, j) . Први индекс је индекс основног док је други индекс новогенерисаног чвора. На примеру мреже са слике 4.2.2.1.1 $\beta = \{(3,4)\}$. Како је раније речено, сума снага парова чворова (i, j) , \hat{S}_i и \hat{S}_j као и оточних адмитанси једнаке су снагама и адмитанси основног чвора пре прекида петљи. Поступак за прорачун спрегнутих токова снага трофазних мрежа са петљама следи:

Процедура сумирања струја:

- 1) Сумирање текућих апроксимација струја трофазне оточне гране, потрошача и компензационих струја:

$$(\hat{I}_{\Sigma 0k}^{abc})^{h+1} = \hat{Y}_{0k}^{abc} (\hat{U}_k^{abc})^h + \frac{(\hat{S}_k^{abc})^h}{[(\hat{U}_k^{abc})^h]^*} + (\hat{J}_{\text{ком}k}^{abc})^h, k = n, n-1, \dots, 2, \quad (4.2.2.1.1)$$

при чему $\hat{J}_{\text{ком}k}^{abc}$ представља вектор h -тих апроксимација евентуалних компензационих струја у чвору k када је чвор k један од чворова прекида петљи.

2) Прорачун нових апроксимација струја трофазних редних грана:

$$(\hat{I}_k^{abc})^{h+1} = (\hat{I}_{\Sigma 0k}^{abc})^{h+1} + \sum_{j \in \alpha_k} (\hat{I}_j^{abc})^{h+1}, \quad k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.1.2)$$

Процедура корекције напона чворова:

3) Прорачун нових апроксимација трофазних напона чворова:

$$(\hat{U}_k^{abc})^{h+1} = (\hat{U}_l^{abc})^h - \hat{Z}_k^{abc} (\hat{I}_k^{abc})^{h+1}, \quad k = 2, 3, \dots, n. \quad (4.2.2.1.3)$$

Процедура корекције компензационих струја:

4) Прорачун нових апроксимација компензационих струја:

$$(\Delta \hat{J}_{\text{КОМ}}^{abc})^{h+1} = \hat{Y}_N^{abc} [(\hat{U}_i^{abc})^{h+1} - (\hat{U}_j^{abc})^{h+1}], \quad \hat{Y}_N^{abc} = [\hat{Z}_T^{abc}]^{-1}, \quad (4.2.2.1.4)$$

$$(\hat{J}_{\text{КОМ}}^{abc})^{h+1} = (\hat{J}_{\text{КОМ}}^{abc})^h + (\Delta \hat{J}_{\text{КОМ}}^{abc})^{h+1}, \quad (4.2.2.1.5)$$

где су $(\hat{U}_i^{abc})^{h+1}$ и $(\hat{U}_j^{abc})^{h+1}$ вектори редом $(h+1)$ -вих апроксимација трофазних напона основних и новогенерисаних чворова који су настали приликом прекида петљи. \hat{Y}_N^{abc} представља Нортонovu матрицу адмитанси, док је \hat{Z}_T^{abc} Тевененова матрица импеданси [77, 78].

На основу свега наведеног, може се формулисати такође и процедура за прорачун распрегнутих токова снага слабоупетљаних мрежа:

Процедура сумирања струја:

1) Сумирање текућих апроксимација струја трофазних оточних грана и струја потрошача:

$$(\hat{I}_{\Sigma 0k}^s)^{h+1} = \hat{Y}_{0k}^{ss} (\hat{U}_k^s)^h + \frac{S_k^s}{[(\hat{U}_k^s)^h]^*} + (\hat{I}_{0k}^s)^{h+1} + (\hat{J}_{\text{КОМ}k}^s)^h, \quad (4.2.2.1.6)$$

$$(\hat{J}_{0k}^s)^{h+1} = \hat{Y}_{0k}^{st} (\hat{U}_k^t)^h + \hat{Y}_{0k}^{sr} (\hat{U}_k^r)^h, \quad (4.2.2.1.7)$$

$$t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s, \quad s = a, b, c, \quad k = n, n-1, \dots, 2;$$

при чему $(\hat{J}_{\text{КОМ}k}^s)^h$ представља h -ту апроксимација евентуалне компензационе струје у чвору k када је чвор k један од чворова прекида петљи.

2) Прорачун нових апроксимација струја трофазних редних грана:

$$(\hat{I}_k^s)^{h+1} = (\hat{I}_{\Sigma 0k}^s)^{h+1} + \sum_{j \in \alpha_k} (\hat{I}_j^s)^{h+1}, \quad s = a, b, c, \quad k = n, n-1, \dots, 2; \quad (4.2.2.1.8)$$

Процедура корекција напона чворова:

3) Прорачун нових апроксимација напона чворова:

$$(\hat{U}_k^s)^{h+1} = (\hat{U}_l^s)^{h+1} - \hat{Z}_k^{ss}(\hat{I}_k^s)^{h+1} - (\hat{E}_k^s)^{h+1}, \quad (4.2.2.1.9)$$

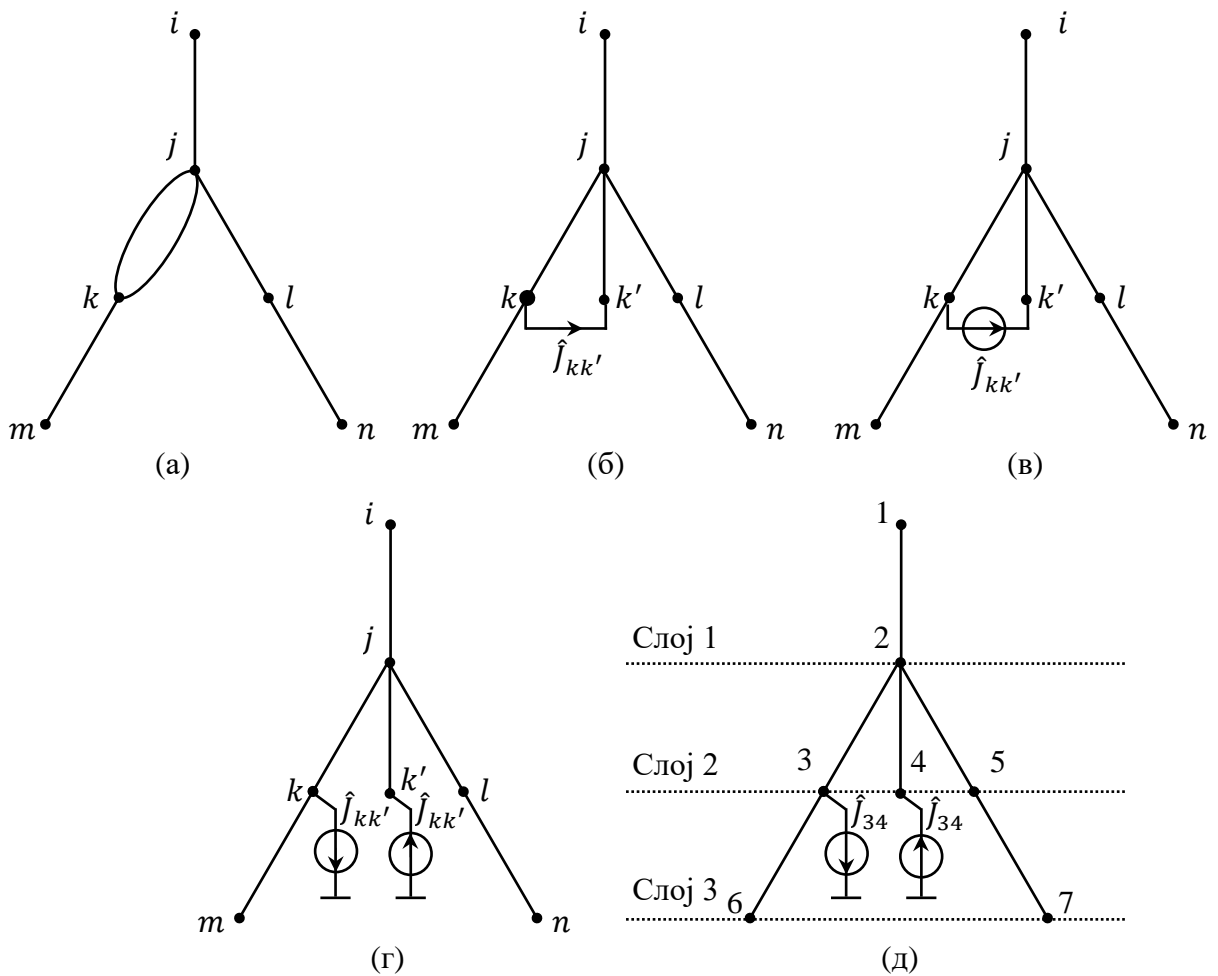
$$(\hat{E}_k^s)^{h+1} = \hat{Z}_k^{st}(\hat{I}_t^s)^{h+1} + \hat{Z}_k^{rt}(\hat{I}_r^s)^{h+1}, \quad (4.2.2.1.10)$$

$t, r \in \{a, b, c\} \wedge t, r \neq s, s = a, b, c, k = 2, 3, \dots, n.$

Процедура корекције компензационних струја:

У овој дисертацији прорачун нових апроксимација компензационних струја се врши користећи се спрегнутим релацијама (4.2.2.1.4) и (4.2.2.1.5).

Обе описане процедуре за прорачун токова снага се завршавају када се испуне услови конвергенције (параграф 4.2.2).



Слика 4.2.2.1.1. Мрежа са једном петљом (а); Мрежа где су генерисана два чвора k и k' ; (б) Компензација краткоспојника са струјним извором струје $\hat{J}_{kk'}$ (в); Компензација краткоспојника са паром струјних извора $\hat{J}_{kk'}$ (г); Нумерација радијализоване мреже по слојевима сагласно са нумерацијом описаном у параграфу 4.1.3

5 Прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа

У овој глави изложени су модели традиционалних енергетских ресурса (ЕР) и ЕР који су прикључени на мрежу преко уређаја енергетске електронике (ЕРЕЕ) (део 5.1). У делу 5.2 представљени су модели токова снага преносних мрежа (ПМ), и дистрибутивних мрежа (ДМ). Изложена материја је у потпуној сагласности са референцом [72].

5.1 Модели енергетских ресурса

У овом делу прво су представљени модели енергетских ресурса (ЕР) у ПМ, а након тога модели ЕР у ДМ. Сви модели су прилагођени за употребу вишенитне (конкурентне) имплементације прорачуна токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних (ИПДР) мрежа.

5.1.1 Модели енергетских ресурса у преносним мрежама

На слици 5.1.1.1 приказан је ЕР који је прикључен на ПМ у трофазном чвору i . Режим ЕР може да се опише коришћењем трофазних комплексних снага, струја и напона, који су означени редом са \hat{S}_i^p, \hat{J}_i^p и $\hat{U}_i^p, p = a, b, c$. Трофазни напони $\hat{U}_i^{abc} = [\hat{U}_i^p, p = a, b, c]$ и инјектиране струје чворова $\hat{J}_i^{abc} = [\hat{J}_i^p, p = a, b, c]$ су након тога преведени из фазног у домен симетричних компоненти [34,41]:

$$\hat{U}_i^{+-0} = \hat{A}\hat{U}_i^{abc} \wedge \hat{J}_i^{+-0} = \hat{A}\hat{J}_i^{abc}, \quad (5.1.1.1)$$

где \hat{A} представља матрицу трансформације [34,41]. Комплексне снаге у домену симетричних компоненти, $\hat{S}_i^s, s = +, -, 0$ се рачунају на следећи начин:

$$\hat{S}_i^s = P_i^s - jQ_i^s = \hat{U}_i^{s*} \hat{J}_i^s, s = +, -, 0, \quad (5.1.1.2)$$

где P_i^s и Q_i^s су активне и реактивне снаге у погонским колима редоследа s . Како су ЕР у ПМ по природи конструкције уравнотежени елементи, трофазна снага $\hat{S}_{3\phi i}$ са слике 5.1.1.1 може да се изрази на следећи начин:

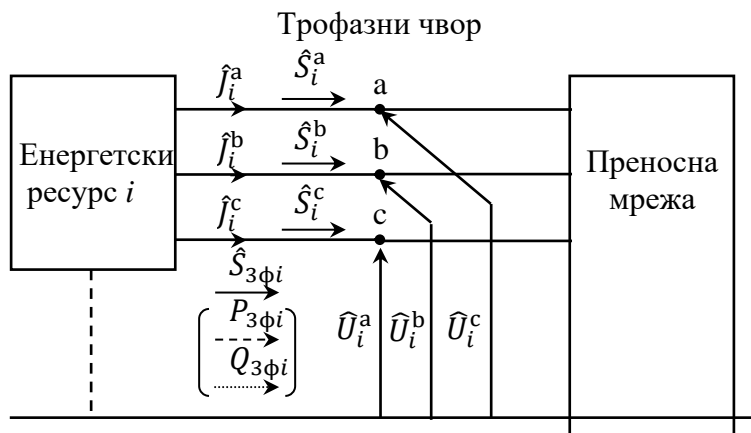
$$\hat{S}_{3\phi i} = P_{3\phi i} - jQ_{3\phi i} = \hat{S}_i^+ + \hat{S}_i^- + \hat{S}_i^0, \quad (5.1.1.3)$$

где су $P_{3\phi i}, Q_{3\phi i}$ трофазна активна и реактивна снага ЕР.

Управљачке стратегије традиционалних ЕР јесу следеће:

- 1) *Синхроне машине*: контрола трофазне активне снаге $P_{3\phi i}$: (а) $P_{3\phi i} > 0$ за генераторе; (б) $P_{3\phi i} = 0$ за компензаторе; и (в) $P_{3\phi i} < 0$ за моторе. У сваком од наведених модова може се успоставити следећа стратегија: (а) контрола трофазне реактивне снаге $Q_{3\phi i}$: $Q_{3\phi i} > 0 \vee Q_{3\phi i} = 0 \vee Q_{3\phi i} < 0$; или (б) Контрола директне компоненте модула напона U_i^+ .

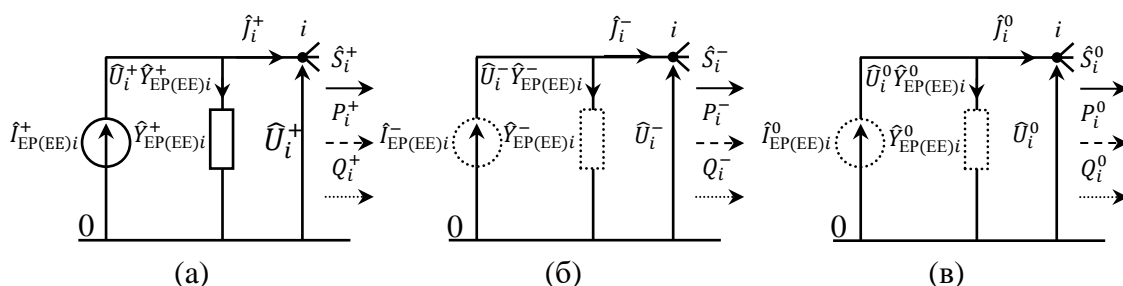
- 2) *Асинхроне машине*: трофазна активна снага може да се троши (мотор) или генерише. Трофазна реактивна снага $Q_{3\phi i}$ се увек троши ($Q_{3\phi i} < 0$).



Слика 5.1.1.1. Енергетски ресурс повезан на трофазни чвор i

Погонска кола ЕР и ЕРЕЕ представљена су на слици 5.1.1.1. $\hat{I}_{EP(EE)i}^s$, $s = +, -, 0$ представљају симетричне компоненте интерних струјних извора ЕР и ЕРЕЕ, док су адмитансама $\hat{Y}_{EP(EE)i}^s$, $s = +, -, 0$ означене директне, инверзне и нулте компоненте Нортонових еквивалената гледано са стране ресурса ка генератору. Додатне управљачке стратегије ЕРЕЕ се имплементирају прилагођавањем унутрашњих струјних извора ($\hat{I}_{EP(EE)i}^s$, $s = +, -, 0$) користећи се следећом релацијом:

$$\hat{I}_{EP(EE)i}^s = \hat{I}_i^s + \hat{Y}_{EP(EE)i}^s \hat{U}_i^s, s = +, -, 0. \quad (5.1.1.4)$$



Слика 5.1.1.2. Погонска кола ЕР и ЕРЕЕ: (а) директно, (б) инверзно и (в) нулто погонско коло

Узимајући у обзир претходно дефинисане управљачке стратегије, погонска кола ЕР(ЕЕ) могу бити даље изведена за различите случајеве (слика 5.1.1.3). Када се заврши прорачун токова снага, интерни струјни извори се рачунају користећи се релацијом (5.1.1.4).

На слици 5.1.1.3, све вредности су изведене из релација (5.1.1.1)–(5.1.1.4).

	Погонско коло директног редоследа (а)	Погонско коло негативног редоследа (б)	Погонско коло нултог редоследа (ц)
Традиционални ЕР			
ЕРЕЕ инјектира симетричне струје			
ЕРЕЕ одржава симетричне напоне			

Слика 5.1.1.3. Погонска кола ЕР(ЕЕ) у зависности од управљачке стратегије

5.1.2 Модели енергетских ресурса у дистрибутивним мрежама

Традиционални (трофазни) дистрибуирани генератори (ДГ) имају исте управљачке стратегије као и традиционални ЕР описани у претходном делу, док ДГ засновани на енергетској електроници (ДГЕЕ) имају додатне управљачке стратегије, што је проширење рада датог у [33]. У овом раду, ДГЕЕ су подешени да генеришу трофазне симетричне струје. Почевши од модела у домену симетричних компоненти, аналогно релацији (5.1.1.4) из претходног параграфа, трансформацијом из домена симетричних компоненти у фазни домен добија се следећа релација:

$$\begin{bmatrix} -\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^a \\ -\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^b \\ -\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^a \\ -\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^b \\ -\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{aa} & \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{ab} & \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{ac} \\ \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{ba} & \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{bb} & \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{bc} \\ \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{ca} & \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{cb} & \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{cc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{U}_i^a \\ \hat{U}_i^b \\ \hat{U}_i^c \end{bmatrix}, \quad (5.1.2.1)$$

При чему $\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^p$, $p = a, b, c$ представљају струје интерних струјних извора ДГ_{*i*}. Ове струје су симетричне и важе следеће релације:

$$\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^b = \hat{a}^2 \hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^a, \quad \hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^c = \hat{a} \hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^a, \quad \hat{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}. \quad (5.1.2.2)$$

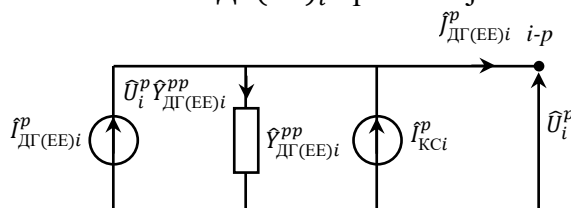
Из модела (5.1.2.2) који је дат у фазном домену може се извести декупловани модел

ДГ, који се користи у овој дисертацији за прорачун токова снага у дистрибутивној мрежи (ДМ):

$$-\hat{f}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^p = \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{pp} \hat{U}_i^p - \hat{I}_{\text{КС}i}^p - \hat{I}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^p, \quad (5.1.2.3)$$

$$\hat{I}_{\text{КС}i}^p = -\sum_{q \in \{a,b,c\} \wedge q \neq p} (\hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{pq} \hat{U}_i^q), \quad p = a, b, c, \quad (5.1.2.4)$$

где $\hat{I}_{\text{КС}i}^p$ представља *капацитивну фазну спрезу* (КС) фазе p са осталим фазама $q \in \{a, b, c\} \wedge q \neq p$. Нортонов еквивалент ДГ(ЕЕ) $_i$ приказан је на слици 5.1.2.1.



Слика 5.1.2.1. Нортонов еквивалент ДГ(ЕЕ) $_i$ за фазе $p = a, b, c$

Струја интерног струјног извора ДГ(ЕЕ) $_i$ фазе a рачуна се на следећи начин:

$$\hat{I}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^a = -\frac{\hat{s}_{3\phi i} - \sum_{p=a,b,c} [\hat{U}_i^{p*} (\hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^{pp} \hat{U}_i^p - \hat{I}_{\text{КС}i}^p)]}{\hat{U}_i^{a*} + \hat{a}^2 \hat{U}_i^{b*} + \hat{a} \hat{U}_i^{c*}}. \quad (5.1.2.5)$$

Претходна релација користи се у процедури за прорачун токова снага ДМ (део 5.2). Уколико ДГ(ЕЕ) има имплементиране додатне управљачке стратегије (генерисање симетричне струје у несиметричним режимима ДМ), погонске адмитансе $\hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^-, \hat{Y}_{\text{ДГ(ЕЕ)}i}^0$ [релација (5.1.1.4), параграф 5.1.1] једнаке су нулама.

Модели ДГЕЕ дефинисани релацијама (5.1.2.3)–(5.1.2.5) омогућавају примену вишенитног прорачуна токова снага у ДМ (глава 6).

5.2 Модел токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа

Главни циљ прорачуна токова снага јесте прорачун стања ИПДРМ, односно модули и углови напона свих чворова у мрежи (слика 5.2.1). У ПМ, ове варијабле јесу напони трофазних чворова, док су то напони вишефазних чворова у ДМ и резиденцијалним мрежама (РМ). У овој дисертацији уведена је претпоставка у којој постоји једна ПМ, више ДМ чији број јесте N_D , док N_R^m , $m = \{1, \dots, N_D\}$ представља број РМ у свакој ДМ. Број трофазних чворова у ПМ јесте N_T , док је број вишефазних чворова у ДМ и РМ редом N_D^m , $m = \{1, \dots, N_D\}$ и N_R^{mk} , $m = \{1, \dots, N_D\}$, $k = \{1, \dots, N_R^m\}$. Варијабле стања сажете су у следећим векторима стања:

- 1) *Вектор стања* ПМ: разматра се несиметричан режим ПМ с обзиром да су ДМ изразито неуравнотежене мреже. Ако је број једнофазних комплексних напона у фазном домену $3 \times N_T$, исти је и број ($3 \times N_T$) у домену симетричних компоненти. Узимајући у обзир домен симетричних компоненти, формирају се три вектора

стања: (а) један који садржи $2 \times N_T$ реалних величина стања директног редоследа, односно углови и модули симетричних компоненти напона директног редоследа и (б) по два вектора стања који садрже N_T комплексних величина стања које одговарају инверзном и нултом редоследу:

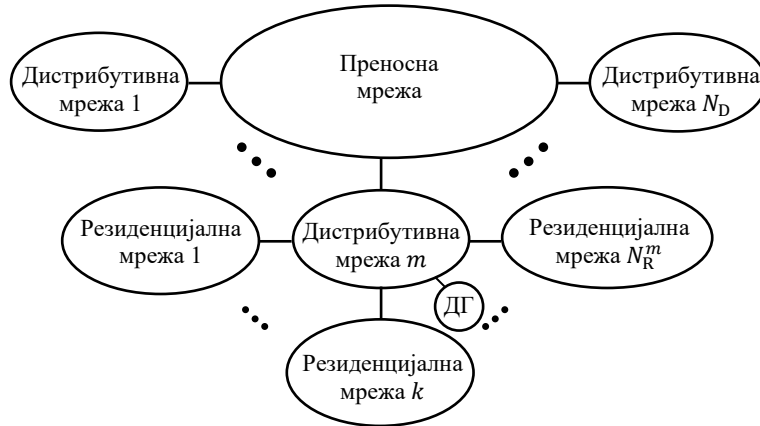
$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{\text{Тстање}}^+ &= [\theta_i^+, U_i^+, i \in \{1, \dots, N_T\}]^T, \\ \hat{\mathbf{X}}_{\text{Тстање}}^- &= [\hat{U}_i^-, i \in \{1, \dots, N_T\}]^T, \\ \hat{\mathbf{X}}_{\text{Тстање}}^0 &= [\hat{U}_i^0, i \in \{1, \dots, N_T\}]^T. \end{aligned} \quad (5.2.1)$$

- 2) *Вектор стања ДМ*: разматра се фазни домен с обзиром да су ДМ вишефазне. Број једнофазних напона чворова у свакој ДМ јесте $\sum_{t=1}^{N_D^m} |\phi_t^m|$, $m = \{1, \dots, N_D\}$, где је ϕ_t^m скуп фаза чворова ДМ, и $|\phi_t^m|$ представља број елемената скупа ϕ_t^m . Формирају се следећи вектори стања ДМ:

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{Дстање}}^m = [\{\hat{U}_t^{mp}, p \in \phi_t^m\}, t \in \{1, \dots, N_D^m\}]^T, m \in \{1, \dots, N_D\}. \quad (5.2.2)$$

- 3) *Вектор стања РМ*: модели РМ се такође разматрају у фазном домену с обзиром да су и ове мреже вишефазне. Број напона једнофазних чворова у свакој РМ јесте $\sum_{g=1}^{N_R^{mk}} |\phi_g^{mk}|$, $k \in \{1, \dots, N_R^m\}$, $m \in \{1, \dots, N_D\}$, где је ϕ_g^{mk} скуп фазних чворова РМ, док $|\phi_g^{mk}|$ представља број елемената скупа ϕ_g^{mk} . Формирају се следећи вектори стања РМ:

$$\hat{\mathbf{X}}_{\text{Рстање}}^{mk} = [\{\hat{U}_g^{mks}, s \in \phi_g^{mk}\}, g \in \{1, \dots, N_R^{mk}\}]^T, k \in \{1, \dots, N_R^m\}, m \in \{1, \dots, N_D\}. \quad (5.2.3)$$



Слика 5.2.1. Илустрација једне ИПДР мреже

5.2.1 Модел токова снага преносних мрежа

Управљачке стратегије свих ЕР које су представљене у параграфи 5.1.1 интегрисане су у прорачун токова снага ИПДР мрежа развојем унапређене класификације чворова. Ова класификација представља проширење класификације (трофазних) чворова развијене у [34,41,77]. У табели 5.2.1.1, приказани су сви типови чворова на основу којих су асоциране познате величине режима и непознате величине стања за сваки тип чвора који сачињавају вектор (5.2.1) (део 5.2). Типови чворова у несиметричним режимима јесу следећи:

- 1) 3ØV: Трофазни балансни чвор.

- 2) 3PQ: Потрошач директно повезан на ПМ.
- 3) 3P_DQ_D: Цела ДМ прикључена у чвору ПМ, тако да су једнофазне активне и реактивне снаге функције које зависе од вектора стања ДМ.
- 4) P_ΣQ_Σ и P_ΣV: Управљачке стратегије традиционалних ЕР и ЕРЕЕ без додатних управљачких стратегија.
- 5) P_ΣQ_ΣI и P_ΣVI: Управљачке стратегије ЕРЕЕ које могу да инјектирају трофазну симетричну струју у чвору прикључења у мреже која се генерално налази у несиметричном режиму.
- 6) P_ΣQ_ΣV_{sym} и P_ΣV_{sym}: Управљачке стратегије ЕРЕЕ које могу да одржавају симетрични трофазни напон у чвору прикључења у мреже.

Непознате величине стања израчунавају се из скупа једначина (Доминанти део модела, параграф 4.1.1) које се формирају за сваки тип чвора. Када се најђе решење система нелинеарних једначина прелази се на прорачун осталих непознатих величина из једначина који су распрегнуте од доминантног дела модела (Распрегнути део модела, параграф 4.1.1).

Табела 5.2.1.1. Унапређена класификација чворова

Тип чвора	Познате варијабле	Непознате варијабле стања
3θV	$\hat{U}^a, \hat{U}^b, \hat{U}^c$	/
3PQ	$P^a, P^b, P^c, Q^a, Q^b, Q^c$	$U^+, \theta^+, \hat{U}^-, \hat{U}^0$
3P _D Q _D	$P^a(\hat{X}_{\text{Дстање}}), P^b(\hat{X}_{\text{Дстање}}), P^c(\hat{X}_{\text{Дстање}}),$ $Q^a(\hat{X}_{\text{Дстање}}), Q^b(\hat{X}_{\text{Дстање}}), Q^c(\hat{X}_{\text{Дстање}})$	$U^+, \theta^+, \hat{U}^-, \hat{U}^0$
P _Σ Q _Σ	$P_{3\phi}, Q_{3\phi}$	$U^+, \theta^+, \hat{U}^-, \hat{U}^0$
P _Σ V	$P_{3\phi}, U^+$	$\theta^+, \hat{U}^-, \hat{U}^0$
P _Σ Q _Σ I	$P_{3\phi}, Q_{3\phi}, \hat{f}^-$	$U^+, \theta^+, \hat{U}^-, \hat{U}^0$
P _Σ VI	$P_{3\phi}, U^+, \hat{f}^-$	$\theta^+, \hat{U}^-, \hat{U}^0$
P _Σ Q _Σ V _{sym}	$P_{3\phi}, Q_{3\phi}, \hat{U}^-(=0), \hat{U}^0(=0)$	U^+, θ^+
P _Σ V _{sym}	$P_{3\phi}, U^+, \hat{U}^-(=0), \hat{U}^0(=0)$	θ^+

Скупови индекса чворова ПМ формиран су у складу са њиховом класификацијом датом у табели 5.2.1.1, односно, α_{3PQ} , $\alpha_{3P_DQ_D}$, $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma}$, $\alpha_{P_\Sigma V}$, $\alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I}$, $\alpha_{P_\Sigma VI}$, $\alpha_{P_\Sigma V_{sym}}$, $\alpha_{P_\Sigma V_{sym}}$, где одговарајући бројеви чворова сваког појединачног скупа (N_{xyz}) имају исте индексе. Из вектора стања (5.2.1) формирају се следећи вектори непознатих величина стања:

$$\mathbf{X}_T^+ = [\theta_i^+, i \in \{2, \dots, N_T\}; U_i^+, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sym}}]^T, \quad (5.2.1.1)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_T^- = [\hat{U}_i^-, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_\Sigma V} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I} \cup \alpha_{P_\Sigma VI}]^T, \quad (5.2.1.2)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_T^0 = [\hat{U}_i^0, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma} \cup \alpha_{P_\Sigma V} \cup \alpha_{P_\Sigma Q_\Sigma I} \cup \alpha_{P_\Sigma VI}]^T. \quad (5.2.1.3)$$

Број елемената вектора \mathbf{X}_T^+ јесте $2N_T - 2 - N_{P_\Sigma V} - N_{P_\Sigma VI} - N_{P_\Sigma V_{sym}}$, док вектори $\hat{\mathbf{X}}_T^-$ и $\hat{\mathbf{X}}_T^0$ имају укупан број елемената $N_T - 1 - N_{P_\Sigma Q_\Sigma V_{sym}} - N_{P_\Sigma V_{sym}}$. Укупно, постоји $2N_T -$

$2 - N_{P_{\Sigma V}} - N_{P_{\Sigma VI}} - N_{P_{\Sigma V_{sym}}}$ непознатих реалних варијабли стања директног редоследа, и $2 \times (N_T - 1 - N_{P_{\Sigma Q_{\Sigma V_{sym}}}} - N_{P_{\Sigma V_{sym}}})$ непознатих комплексних варијабли стања директног и нултог редоследа. Исти број релација, које треба да буду решене симултано, се формирају у зависности од типа чвора на следећи начин:

$$P_i^+ = f_i'(X_T^+) = \text{Re} \left\{ \hat{U}_i^{+*} \sum_{j \in \alpha_i^+} \hat{y}_{ij}^+ \hat{U}_j^+ \right\}, i \in \{2, \dots, N_T\}. \quad (5.2.1.4)$$

$$Q_i^+ = f_i''(X_T^+) = -\text{Im} \left\{ \hat{U}_i^{+*} \sum_{j \in \alpha_i^+} \hat{y}_{ij}^+ \hat{U}_j^+ \right\}, \quad (5.2.1.5)$$

$$i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma I}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma V_{sym}}}.$$

$$\hat{f}_i^- - \hat{y}_{1i}^- \hat{U}_i^- = \sum_{j \in \alpha_i^-} \hat{y}_{ij}^- \hat{U}_j^-, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma V}} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma I}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma VI}}. \quad (5.2.1.6)$$

$$\hat{f}_i^0 - \hat{y}_{1i}^0 \hat{U}_i^0 = \sum_{j \in \alpha_i^0} \hat{y}_{ij}^0 \hat{U}_j^0, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma V}} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma I}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma VI}}. \quad (5.2.1.7)$$

Леве стране релација (5.2.1.4)–(5.2.1.7) се рачунају на следећи начин:

$$P_i^+ = \frac{1}{3} P_{3\phi i} - P_i^- - P_i^0, i \in \{2, \dots, N_T\}, \quad (5.2.1.8)$$

$$Q_i^+ = \frac{1}{3} Q_{3\phi i} - Q_i^- - Q_i^0, i \in \alpha_{3PQ} \cup \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma I}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma V_{sym}}}; \quad (5.2.1.9)$$

$$\hat{f}_i^- = \begin{cases} 0, i \in \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma I}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma VI}}, \\ -\hat{Y}_{\text{ДГ(EE)}i}^- \hat{U}_{\text{ДГ(EE)}i}^-, i \in \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma V}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma V}}, \\ \frac{1}{3} \left(\frac{P_i^a - jQ_i^a}{(\hat{U}_i^a)^*} + \hat{a}^2 \frac{P_i^b - jQ_i^b}{(\hat{U}_i^b)^*} + \frac{\hat{a}(P_i^c - jQ_i^c)}{(\hat{U}_i^c)^*} \right), i \in \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma}}}; \end{cases} \quad (5.2.1.10)$$

$$\hat{f}_i^0 = \begin{cases} 0, i \in \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma I}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma VI}}, \\ -\hat{Y}_{\text{ДГ(EE)}i}^0 \hat{U}_{\text{ДГ(EE)}i}^0, i \in \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma V}}} \cup \alpha_{P_{\Sigma V}}, \\ \frac{1}{3} \left(\frac{P_i^a - jQ_i^a}{(\hat{U}_i^a)^*} + \frac{\hat{a}(P_i^b - jQ_i^b)}{(\hat{U}_i^b)^*} + \hat{a}^2 \frac{P_i^c - jQ_i^c}{(\hat{U}_i^c)^*} \right), i \in \alpha_{3P_DQ_D} \cup \alpha_{P_{\Sigma Q_{\Sigma}}}. \end{cases} \quad (5.2.1.11)$$

Делови модела директног (5.2.1.4), (5.2.1.5), инверзног (5.2.1.6) и нултог (5.2.1.7) редоследа повезани су релацијама (5.2.1.8)–(5.2.1.11). Нове апроксимације левих страна релација (5.2.1.4)–(5.2.1.7) израчуната су коришћењем релација (5.2.1.8)–(5.2.1.11). У овој дисертацији предложено је да се нелинеарни модел (5.2.1.4)–(5.2.1.7) решава комбинацијом два итеративна метода. Релације дела модела директног редоследа (5.2.1.4) и (5.1.1.5) решавају се користећи се једном итерацијом Њутновог метода [34], док се једна итерација имплицитног Z_{BUS} метода [29] користи за решавање делова модела инверзног и нултог редоследа (5.2.1.6) и (5.2.1.7):

$$(\Delta S^+)^h = (JAC^+)^h (\Delta X^+)^h, \quad (5.2.1.12)$$

$$(\hat{J}^-)^h = (\hat{Y}^-) (\hat{X}_T^-)^{h+1}, \quad (5.2.1.13)$$

$$(\hat{J}^0)^h = (\hat{Y}^0) (\hat{X}_T^0)^{h+1}, \quad (5.2.1.14)$$

при чему ΔS^+ представља вектор резидуала активних/реактивних снага, JAC^+ матрица Јакобијана дела модела директног редоследа (5.2.1.4) и (5.2.1.5), док су \hat{J}^- , \hat{J}^0 вектори левих страна релација (5.2.1.6) и (5.2.1.7). Матрице \hat{Y}^- и \hat{Y}^0 се добијају из матрица адмитанси традиционалних погонских кола инверзног и нултог редоследа, као што је

описано у [34]. Три линеаризоване релације (5.2.1.12)–(5.2.1.14) решавају се по вектору корекције непознатих величина стања директног редоследа $\Delta \mathbf{X}^+$, као и редом по векторима непознатих величина стања инверзног и нултог редоследа $\hat{\mathbf{X}}_T^-$ и $\hat{\mathbf{X}}_T^0$.

5.2.1.1 Комерцијални софтвер за ретке линеарне системе

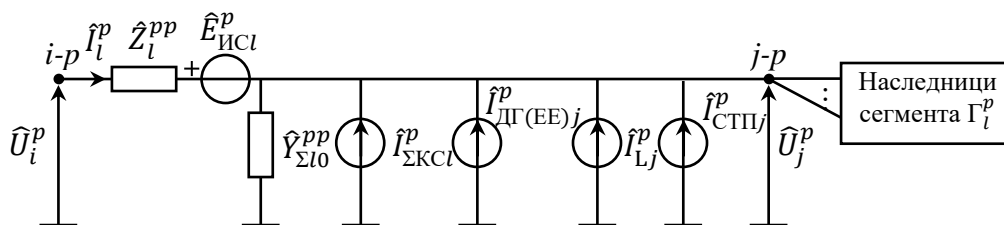
Робусност Њутнове методе у великој мери зависи од квалитета софтвера који се користи за решавање линеарних система једначина. За потребе овог рада, за решавање система линеарних једначина коришћена је библиотека Intel® oneAPI Math Kernel Library 2021 [80]. Прорачун токова снага ПМ чији модели подразумевају лошу условљеност матрица (блиско сингуларне матрице), пријављених у [25, 26], извршени су успешно без појава дивергенције. Ово је демонстрирано у делу 8.2.

5.2.2 Модел токова снага дистрибутивних мрежа

За потребе прорачуна токова снага ДМ користи се декупловано коло/сегмент Γ_l^p (индекс гране l и индекс фазе p), приказано на слици 5.2.2.1. ДМ је радијализована користећи се принципом слагања мреже по слојевима/лејерима (део 4.1) [32, 33]. Коло Γ_l^p има само једног *претходника* повезаног у првом чвору $i-p$, може имати више следбеника који се напајају преко чвора $j-p$. Сегменти Γ напајани преко чвора $j-p$ зовемо *наследницима*, и њихови индекси се налазе у скупу наследника β_l^p (слика 5.2.2.1).

Декупловано коло Γ_l^p формира се на следећи начин:

- 1) Сви оточни компензациони струјни извори и оточне адмитансе кола l и наследних кола $v, v \in \beta_l^p$ замењују се укупним компензационим струјним извором $\hat{I}_{\Sigma KCl}^p$ и оточном адмитансом $\hat{Y}_{\Sigma IO}^{pp}$.
- 2) Извођење импедансе редне гране \hat{Z}_l^{pp} и компензационог напона \hat{E}_{ISCl}^p дато је у [32].
- 3) Потрошач и/или генератор, који су прикључени у другом чвору $j-p$, представљени су редом струјним изворима струје \hat{I}_{Lj}^p и $\hat{I}_{DG(EE)j}^p$. Струја потрошача \hat{I}_{Lj}^p рачуна се користећи се прорачуном токова снага за РМ (глава 4), док се струја струјног извора $\hat{I}_{DG(EE)j}^p$ добија користећи се релацијом (5.1.2.5) и (5.1.2.2). Уколико је чвор $j-p$ један од чворова прекида петљи, (који је резултат радијализације мреже [32]), компензациона струја \hat{I}_{STPj}^p , је такође прикључена у том чвору (слика 5.2.2.1).



Слика 5.2.2.1. Декупловано фазно коло Γ_l^p , $p = a \vee b \vee c$.

Процедура сумирања струја и корекција напона (ССКН) се спроводи за сваку фазу ДМ засебно, $p = a, b, c$. У h -тој итерацији добијају се нове апроксимације струја оточних и редних грана (корак сумирања струја) и напона чворова (корак корекције напона).

Корак сумирања струја дефинише се на следећи начин (Ω_l је скуп фаза секције l):

$$(\hat{I}_{\Sigma KCl}^p)^{h+1} = -\sum_{q \in \Omega_l \wedge q \neq p} [\hat{Y}_{\Sigma l 0}^{pq} (\hat{U}_j^q)^h], \quad (5.2.2.1)$$

$$(\hat{I}_{Lj}^p)^{h+1} = -\frac{(\hat{S}_{PM}^{xp})^h}{[(\hat{U}_j^p)^h]}, \quad (5.2.2.2)$$

$$(\hat{I}_{Gj}^p)^{h+1} = \begin{cases} (\hat{I}_{DG(EE)j}^p)^h, p = a, \\ \hat{a}^2 (\hat{I}_{DG(EE)j}^p)^h, p = b, \\ \hat{a} (\hat{I}_{DG(EE)j}^p)^h, p = c, \end{cases} \quad (5.2.2.3)$$

$$(\hat{I}_l^p)^{h+1} = -(\hat{I}_{Gj}^p)^{h+1} - (\hat{I}_{Lj}^p)^{h+1} - (\hat{I}_{STПj}^p)^h + \hat{Y}_{\Sigma l 0}^{pp} (\hat{U}_j^p)^h - (\hat{I}_{\Sigma KCl}^p)^{h+1} + \sum_{d \in \beta_l^p} (\hat{I}_d^p)^{h+1}. \quad (5.2.2.4)$$

Резултат процедуре ССКН је нова апроксимација струја редних грана сегмента Γ_l^p , односно \hat{I}_l^p .

Прорачун целокупне потрошње PM_x је дефинисан следећом релацијом:

$$(\hat{S}_{PM}^{xp})^{h+1} = [(\hat{U}_j^{xp})^h]^* \sum_{y \in \eta_x^p} (\hat{I}_y^{xp})^{h+1}, \quad (5.2.2.5)$$

и користи се за прорачун комплексне снаге једне фазе целокупне PM_x повезане на ДМ у чвору j . Скуп индекса грана првог слоја РМ означен је са η_x^p .

Корак корекција напона састоји се из следећих релација:

$$(\hat{E}_{ICl}^p)^{h+1} = \sum_{q \in \Omega_l \wedge q \neq p} [\hat{Z}_l^{pq} (\hat{I}_l^q)^{h+1}], \quad (5.2.2.6)$$

$$(\hat{U}_j^p)^{h+1} = (\hat{U}_i^p)^{h+1} - \hat{Z}_l^{pp} (\hat{I}_l^p)^{h+1} - (\hat{E}_{ICl}^p)^{h+1}. \quad (5.2.2.7)$$

Резултат процедуре сумирања струја је нова вредност напона чвора наследника j - p , односно \hat{U}_j^p .

Компензационе струје чворова прекида петљи добијају се на следећи начин [32]:

$$(\Delta \hat{I}_{STП}^{abc})^{h+1} = \hat{Z}_T^{abc} \times (\Delta \hat{U}_{STП}^{abc})^{h+1}, \quad (5.2.2.8)$$

$$(\hat{I}_{STП}^{abc})^{h+1} = (\Delta \hat{I}_{STП}^{abc})^{h+1} + (\hat{I}_{STП}^{abc})^h, \quad (5.2.2.9)$$

где вектори $\hat{I}_{STП}^{abc}$ и $\Delta \hat{I}_{STП}^{abc}$ обухватају нове апроксимације корекција компензационих струја и компензационих струја $\hat{I}_{STПj}^p$ свих фаза. \hat{Z}_T^{abc} представља Гевененову матрицу импеданси гледану из чворова прекида петљи, док је $\Delta \hat{U}_{STП}^{abc}$ вектор нових апроксимација промене напона гледано из свих парова тачака прекида.

Нове апроксимације струја интерних извора генератора добијају се користећи се следећом релацијом:

$$(\hat{I}_{\text{ДГ(EE)}j}^a)^{h+1} = - \frac{\hat{S}_{3\phi j - \Sigma p=a,b,c} \left[[(\hat{U}_j^p)^{h+1}]^* \left(\hat{Y}_{\text{ДГ(EE)}l}^{pp} (\hat{U}_j^p)^{h+1} - (\hat{I}_{\text{КС}j}^p)^{h+1} \right) \right]}{[(\hat{U}_j^a)^{h+1}]^* + \hat{a}^2 [(\hat{U}_j^b)^{h+1}]^* + \hat{a} [(\hat{U}_j^c)^{h+1}]^*} \quad (5.2.1.10)$$

Прорачун фазног комплексног напона локалног корена ДМ (локални балансни чвор) m -тог фазног декуплованог кола ДМ се врши на следећи начин:

$$(\hat{U}_1^{mp})^{h+1} = \begin{cases} \hat{U}_i^+ + \hat{U}_i^- + \hat{U}_i^0, p = a, \\ \hat{a}^2 \hat{U}_i^+ + \hat{a} \hat{U}_i^- + \hat{U}_i^0, p = b, \\ \hat{a} \hat{U}_i^+ + \hat{a}^2 \hat{U}_i^- + \hat{U}_i^0, p = c, \end{cases} \quad (5.2.1.11)$$

при чему \hat{U}_i^s , $s = +, -, 0$ представљају симетричне компоненте напона чвора i ПМ. У овом чвору повезана је целокупна ДМ.

5.2.2.1 Зависност конвергенције метода сумирања струја и корекција напона од броја петљи

Уврежено мишљење да повећан број петљи у ДМ доводи до увећаног броја итерација није увек тачно. На пример, постављање везе – линка између два чвора са сличним напонима проузрокује струје прекида петљи $\hat{I}_{\text{СТП}}^{\text{abc}}$ и $\Delta \hat{I}_{\text{СТП}}^{\text{abc}}$ са вредностима блиске нулама [релације (5.2.2.8) и (5.2.2.9)]. Овакве струје не утичу на пораст броја итерација код процедуре ССКН. Ово је детаљно истражено у делу 8.4.

6 Интегрисана једнонитна и вишенитна метода за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа

Прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних (ИПДР) мрежа заснован је на Њутн-Рафсоновој методи за преносну мрежу (ПМ) и методи сумирања струја и корекција напона (ССКН) за дистрибутивну (ДМ) и резиденцијалну мрежу (РМ). Као што је раније изложено, ПМ је моделована у домену симетричних компоненти, док су ДМ и РМ у моделоване у фазном домену. Прорачун токова снага целокупне (ИПДР) мреже се рачуна унутар једне итерације без додатних унутрашњих целокупних итеративних процеса. Процедура се може извести користећи се једном или више нити. Изложена материја је у потпуној сагласности са референцом [72].

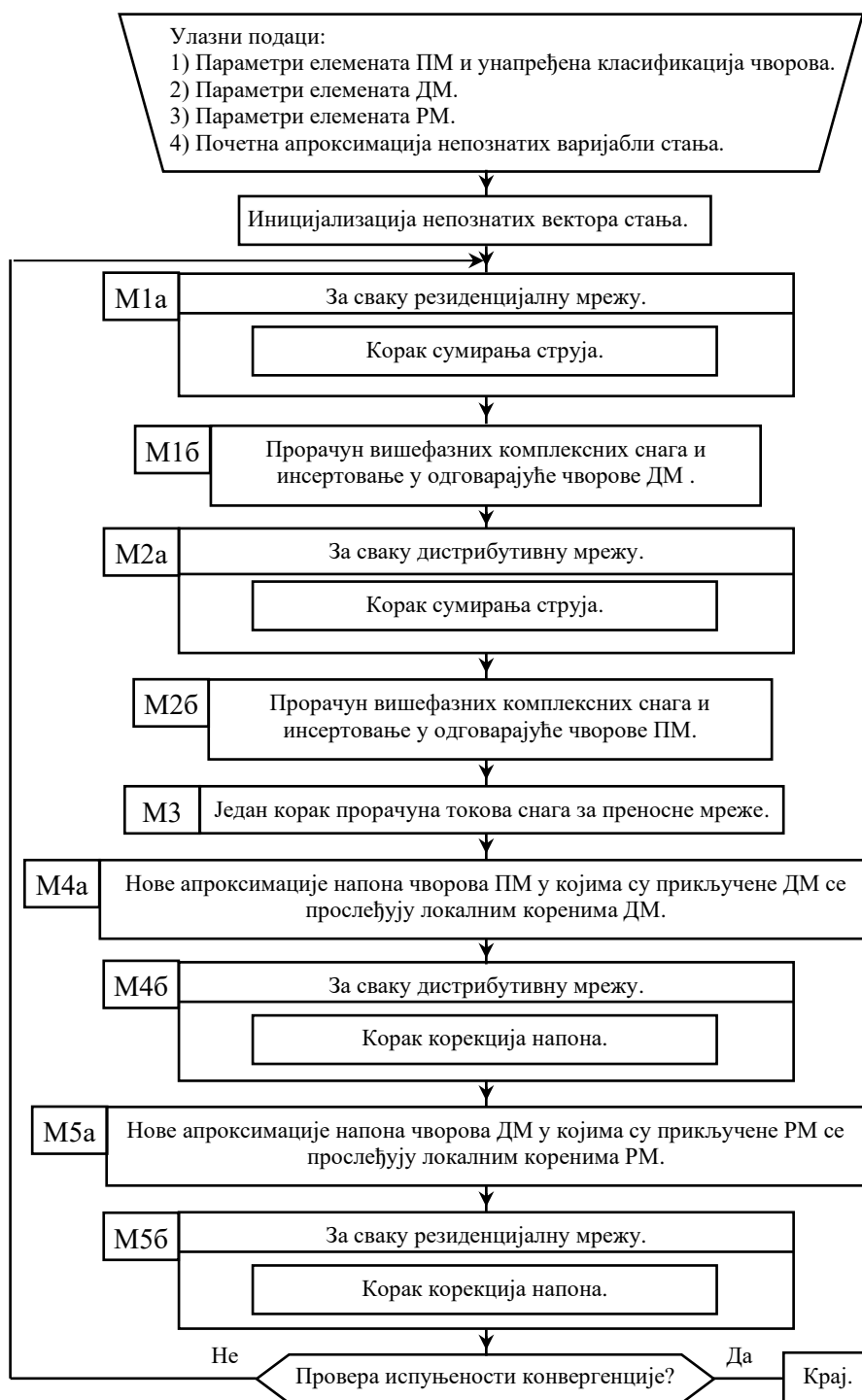
6.1 Једнонитни прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа

Блок дијаграм процедуре за прорачун токова снага ИПДР мрежа дат је на слици 6.1.1. Представљена процедура садржи основне блокове М1–М5. Детаљни дијаграми једног корака процедуре за прорачун токова снага ПМ, корака сумирања струја и корака корекција напона нису приказани.

Процедура прорачуна се иницијализује модификованим почетним стартом (flat-start): сви фазни модули напона чворова постављени су на вредност модула напона балансног чвора (30V, параграф 5.2.1) одговарајуће фазе. Углови напона чворова за фазе b и c су ротирани за вредност фазног помераја трансформатора. Углови фаза напона чворова једнаки су угловима фаза балансног чвора, осим уколико се чворови налазе са супротне стране трансформатора и треба да буду ротирани за фазни померај трансформатора.

Процедура за прорачун токова снага са слике 6.1.1 завршава се када су задовољени сви услови конвергенције:

- 1) Нове апроксимације корекције вектора непознатих величина стања директног редоследа морају да задовоље следећи критеријум конвергенције $|\Delta X^+|^h < \varepsilon_x$.
- 2) Нове апроксимације фазних напона чворова ДМ и РМ морају да задовоље следеће критеријуме конвергенције: $|(U_i^p)^{h+1} - (U_i^p)^h| < \varepsilon_U \wedge |(\theta_i^p)^{h+1} - (\theta_i^p)^h| < \varepsilon_\theta$.



Слика 6.1.1. Процедура за прорачун токова снага ИПДР мреже

6.2 Вишенитни прорачун токова снага за интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа

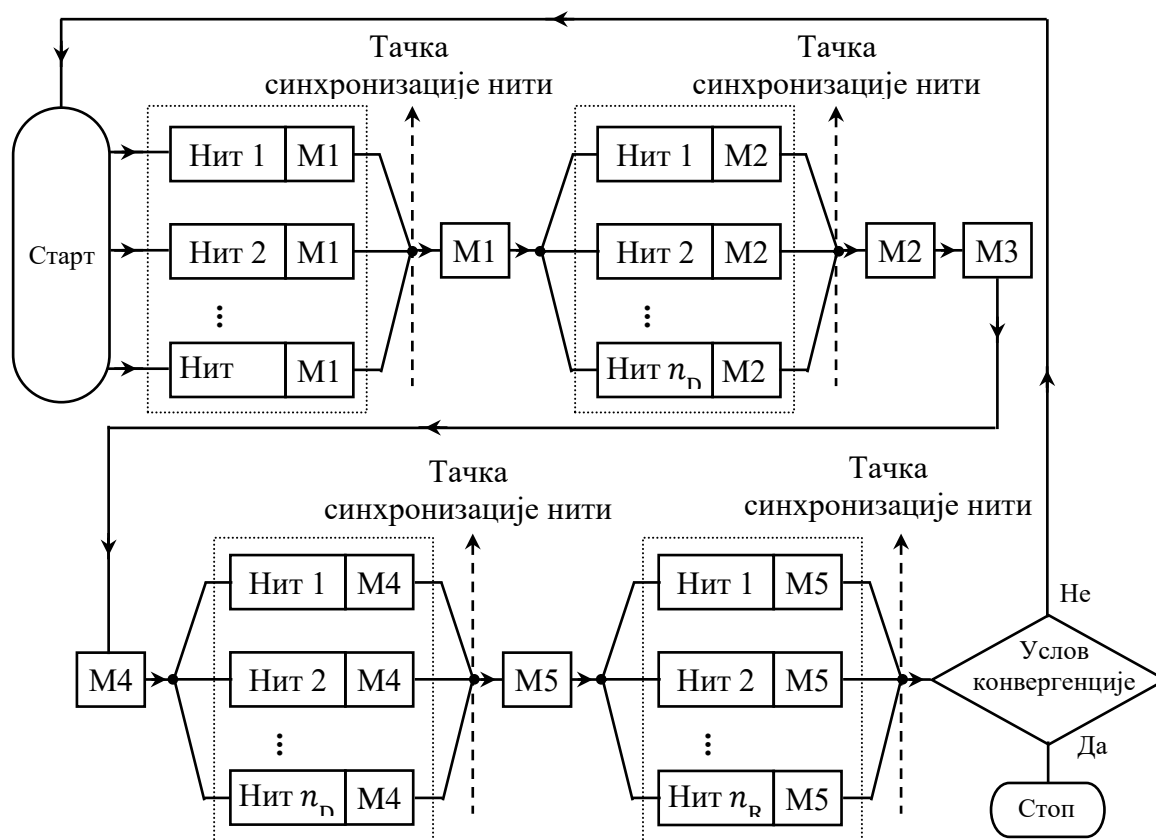
На основу једнонитног модела, могуће је дати следеће закључке (слика 6.1.1):

- 1) Процедуре сумирања струја се извршавају независно за сваку резиденцијалну мрежу (РМ) (M1a). Укупне прорачунате снаге ових мрежа се инсертују у одговарајуће чворове дистрибутивне мреже (ДМ) (M1b, слика 6.1.1).

- 2) Процедуру сумирања струја се извршавају независно за сваку ДМ (М2а, слика 6.1.1). Укупне прорачунате снаге ових мрежа се инсертују у одговарајуће чворове преносне мреже (ПМ) (М2б, слика 6.1.1).

Ове особине чине прорачун погодним за вишенитну имплементацију. Субпроцедуре дате у 1) и 2) могу бити извршене коришћењем већег броја нити, као што је то приказано на слици 6.2.1. Исти закључак може бити примењен и на процедуру корекција напона.

Прорачун почиње (слика 6.2.1) са сумирањем струја (М1а, слика 6.1.1) свих РМ, паралелно, користећи n_R нити. Након тога следи тачка синхронизације нити у којој се сакупљају резултати субпроцедуре сумирања струја за све РМ (слика 6.2.1). Резултати прорачуна су израчунате снаге које се инсертују у чворовима ДМ у којима су прикључене РМ (М1б, слика 6.1.1). Слично корацама сумирања струја за све РМ, процедура сумирања струја се извршава паралелно за све ДМ (М2а, слика 6.1.1) користећи n_D нити. Тачка синхронизације сакупља/синхронизује резултате свих нити (слика 6.2.1). Резултати у овој фази су израчунате снаге у свим гранама свих ДМ, и сходно томе, снаге у чворовима ДМ (локални корени) се инсертују у кореспондентне чворове ПМ са којих се напајају ДМ.



Слика 6.2.1. Вишенитни прорачун токова снага за ИПДР мреже

У једном кораку прорачуна токова снага за ПМ (М3, слика 6.1.1), напони свих чворова ПМ, у којима су прикључене ДМ, нове апроксимације напона се прослеђују локалним коренима ДМ (М4а, слика 6.1.1).

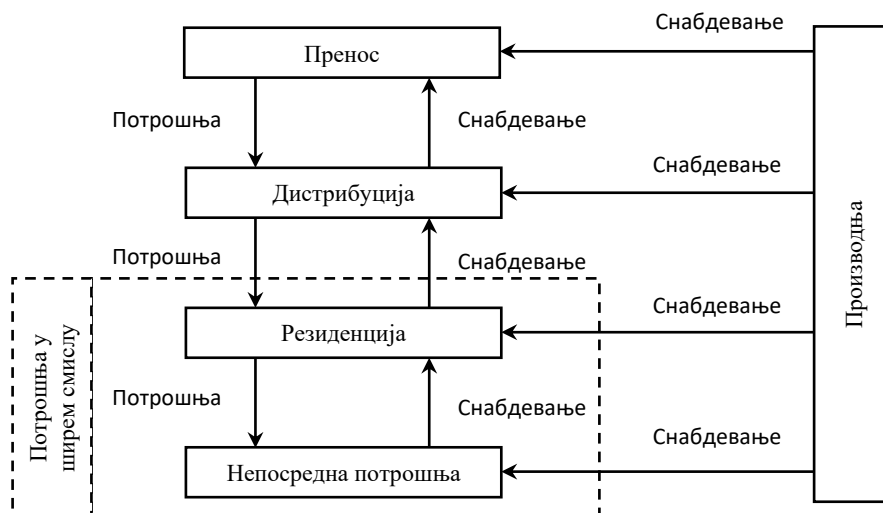
Корекција напона свих ДМ се врши користећи n_D нити (М4б, слика 6.1.1), сви резултати се сакупљају у следећој тачки синхронизације (слика 6.2.1) да би се нове апроксимације напона чворова ДМ у којима су прикључене РМ проследиле локалним коренима РМ (М5а, слика 6.1.1). Након тога, корекција напона свих РМ се врши паралелно (М5б, слика 6.1.1) користећи n_R нити. Критеријуми конвергенције овог алгоритма су дати у претходном делу.

7 Реализација софтвера за прорачун токова снага у електроенергетским системима

Да би се креирао софтвер који може да врши прорачун токова снага у интегрисаној преносно-дистрибутивно-резиденцијалној (ИПДР) мрежи, неопходно је одредити које све улоге имају подсистеми у таквој мрежи, као и шта је задатак сваке од подсистема (подсистем преноса, дистрибуције и резиденције као засебан део подсистема/мреже). У овој глави дефинишу се подсистеми и дефинисање улога мрежа. Претпоследња ставка у креирању софтвера представља дефинисање класа у систему, као и креирање дијаграма класа [81-96], док је последња њихова имплементација, укључујући и имплементацију алгоритама за прорачун токова снага у ИПДР мрежама чији су модели и блок-дијаграми процедура дати у главама 5 и 6.

7.1 Улоге у електроенергетским мрежама приликом прорачуна токова снага

У оквиру проблема прорачуна токова снага у ИПДР мрежама, неопходно је дефинисати основне улоге подсистема и њихове функционалности у оквиру ИПДР мрежа. Основни подсистеми електроенергетских мрежа, узимајући у обзир ток електричне енергије, као и њихова интеракција приказане су на слици 7.1.



Слика 7.1. Основни подсистеми ИПДР мрежа

Са слике 7.1, могу се уочити неке основне улоге у ИПДР мрежама [75, 76]:

- 1) Подсистем производње: Електране се могу градити на локацијама где је производња економична. Примарни ресурси (вода, угаљ, гас) диктирају коликих су капацитета електране које се по правилу граде непосредно у окружењу. Поред електрана „великих“ снага (које су прикључене на преносну мрежу) у овом подсистему налазе се и дистрибуирани генератори „малих снага“. Ови генератори прикључени су на дистрибутивну, резиденцијалну мрежу и могу бити инкорпорирани у оквиру индивидуалних потрошача.
- 2) Подсистем преноса: Преносна мрежа (ПМ) која повезује подсистем производње с једне стране и подсистем дистрибуције с друге стране. ПМ је упетљана мрежа и

задовољава принцип сигурности и поузданости напајања потрошача. Потрошач јесте целокупно дистрибутивно подручје.

- 3) Подсистем дистрибуције: чине све дистрибутивне мреже (ДМ) у оквиру једног електроенергетског система. ДМ имају радијалну структуру или су слабоупетљане.
- 4) Подсистем резиденције: Чине све резиденцијалне мреже (РМ) које се напајају из ДМ. У оквиру ових мрежа инкорпорирани су и индивидуални потрошачи, односно непосредна потрошња. РМ са непосредном потрошњом чини потрошња у ширем смислу.
- 5) Непосредна потрошња: Чине скуп елементарних потрошача (климе, шпорети, ТВ, топлотне пумпе) и генератора јако малих снага (прозјумери).

У овој дисертацији могу се уочити неке основне улоге у ИПДР мрежама, заједно са њиховим функционалностима, а то су *снабдевач* и *потрошач*. Заједничке особине ових улога, издвојене су у посебну компоненту која се назива основна компонента ЕЕС. Такође, за потребе даљих излагања у овој глави, термини РМ и потрошња у ширем смислу сматраће се синонимима.

7.1.1 Основна компонента електроенергетског система

Све компоненте електроенергетских система (ЕЕС) представљене на слици 7.1 (глава 7) имају неке заједничке функционалности и њих је могуће издвојити у посебну целину. У овој дисертацији, креирана је компонента која се назива *Основна компонента ЕЕС*, чији је основни циљ да представља коренску компоненту за остале компоненте система.

7.1.2 Потрошач

Потрошач у ЕЕС представља компоненту која има могућност да на директан или индиректан начин потроши одређену количину електричне енергије (слика 7.1, глава 7). Основне функционалности потрошача исте су као и функционалности основне компоненте ЕЕС, са том могућношћу да потрошач може и да пријави своју потрошњу, која се даље користи у прорачунима токова снага, као и да постави почетну апроксимацију напона за свој коренски чвор.

Са слике 7.1 може се приметити да постоје две врсте потрошача: потрошач у ширем смислу и дистрибуција. Потрошач у ширем смислу представља директног потрошача, чија је најбитнија функционалност у ЕЕС потрошња електричне енергије, док ДМ представљају индиректне потрошаче, тј. могу да се третирају као потрошач који обједињује све остале потрошаче који су пркључени на њу.

7.1.3 Снабдевач

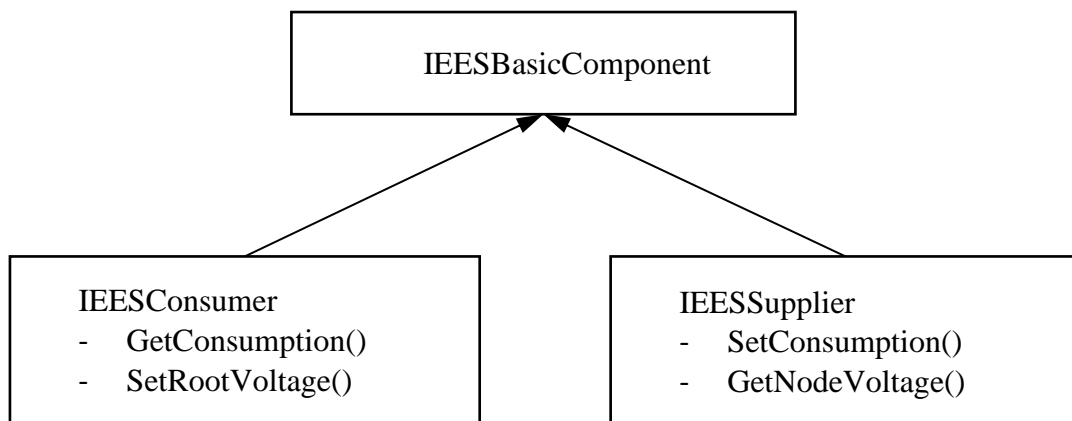
Снабдевач представља компоненту чији је главни задатак снабдевање електричном енергијом свих потрошача који су на њега повезани, без обзира да ли су они директни или индиректни потрошачи, односно, да ли су они индивидуални потрошачи или друге дистрибуције.

Приликом прорачуна токова снага, ова компонента поседује две функционалности. Прва функционалност јесте пријављивање потрошње електричне енергије у чворовима у којима су потрошачи повезани и ово је неопходно како би се у снабдевачу могли извршити одговарајући прорачуни. Друга функционалност представља одређивање напона у чворовима у којима су потрошачи повезани, како би они могли да изврше прорачуне приликом алгоритма корекције напона.

У овој дисертацији, могуће је уочити две врсте снабдевача (слика 7.1, глава 7): ДМ и ПМ. ДМ снабдевају електричном енергијом све потрошаче који су прикључени на њу, без обзира да ли су потрошачи у ширем смислу који су прикачени на ДМ или друге ДМ. За разлику од њих, ПМ се користи за снабдевање ДМ електричном енергијом која је преузета директно од произвођача.

7.1.4 Дефинисање улога у софтверу за прорачун токова снага електроенергетског система

Као што је и приказано у делу 7.1, да би дефинисали улоге у ЕЕС, неопходно је креирати три интерфејса који одговарају датим улозима. Шема ових интерфејса дата је на слици 7.1.4:



Слика 7.1.4. Шема интерфејса за улоге у ЕЕС

Свака од ових улога у ЕЕС, дефинисана је као један интерфејс програмског језика C# [81-96].

Интерфејс *IEESBasicComponent* представља интерфејс за основну компоненту ЕЕС. Он представља само основни интерфејс и не поседује ниједну битну функционалност.

Други интерфејс у ЕЕС представља интерфејс *IEESConsumer* који дефинише потрошача у систему. Овај интерфејс наслеђује интерфејс *IEESBasicComponent* и дефинише још две нове методе:

- 1) Метода *GetConsumption()* – користи се да се од потрошача, без обзир да ли је то индивидуални потрошач или дистрибуција преузме снаге потрошње потрошача. Ова снага прослеђује се касније његовом снабдевачу и користи у алгоритму приликом прорачуна токова снага снабдевача.

- 2) Метода *SetRootVoltage()* – користи се за постављање почетне апроксимације напона у коренском чвору приликом прорачуна токова снага. Као апроксимација напона, узима се вредност напона чвора снабдевача у којем је овај потрошач прикључен.

Трећи и последњи интерфејс јесте интерфејс *IEESSupplier* који се користи за дефинисање снабдевача у систему. Овај интерфејс наслеђује интерфејс *IEESBasicComponent* и дефинише још две методе:

- 1) Метода *SetConsumption()* – користи се да снабдевач постави снагу електричне енергије за одређеног потрошача у чвору у којем је он прикључен, без обзира да ли је у питању крајњи потрошач или дистрибуција. Ова потрошња користи се приликом следеће итерације алгоритма сумирања струја приликом прорачуна токова снага у ИПДР мрежи.
- 2) Метода *GetNodeVoltage()* – користи се да би се преузео напон у одређеном чвору мреже. Овај напон се користи да би се проследио потрошачу који је прикључен у тај чвор мреже и користио у прорачунима токова снага приликом корекције напона за тог потрошача.

7.2 Дефинисање типова мрежа у електроенергетском систему

Као што је наведено у глави 4, у ЕЕС постоје две структуре мрежа: упетљана и радијална.

7.2.1 Упетљане мреже

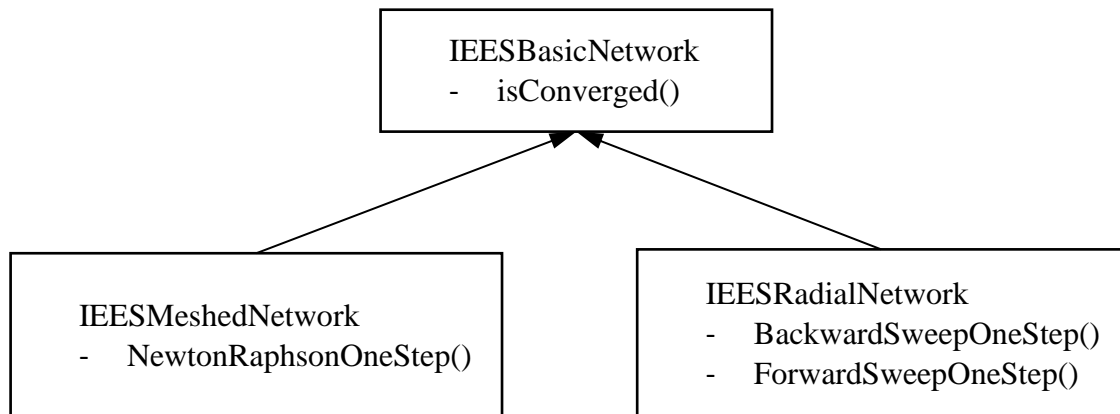
Упетљане мреже користе се у топологији ЕЕС унутар ПМ, како би се електрична енергија од великих произвођача што поузданије пренела до ДМ. Оно што је карактеристично за ове мреже јесте да се у њиховом прорачуну токова снага користи Њутн-Рафсонов метод, као што је то објашњено у параграфу 4.2.1. Приликом прорачуна токова снага у ИПДР мрежама, користи се више пута по једна итерација овог алгоритма.

7.2.2 Радијалне мреже

За разлику од упетљаних мрежа, радијалне мреже имају мању поузданост приликом дистрибуције електричне енергије од ПМ до потрошача у ширем смислу и углавном имају топологију стабла. За разлику од упетљаних мрежа, приликом прорачуна токова снага користи се метод ССКН (параграф 4.2.2). Оно што је карактеристично за прорачун токова снага у ИПДР мрежама јесте да се у једној његовој итерацији, унутар делова система са радијалним делом мреже, користи једна итерација алгоритма ССКН, и то посебно део субпроцедуре сумирања струја и посебно субпроцедуре корекција напона.

7.2.3 Дефинисање типова електроенергетских мрежа у софтверу за прорачун токова снага

Приликом креирања софтвера, креирана су три интерфејса која дефинишу понашање мрежа, као и њихове особине приликом прорачуна токова снага. Ова три интерфејса, као и односи између њих, дати су на слици 7.2.3.



Слика 7.2.3. Дефиниција интерфејса за типове мрежа

Први од њих јесте *IEESEBasicNetwork* интерфејс који представља основни интерфејс којим се дефинишу генералне особине мреже, док су преостала два интерфејси који дефинишу особине специфичне за сваку врсту мреже појединачно и наслеђују интерфејс *IEESEBasicNetwork*. Од метода овај интерфејс дефинише само једну методу:

- 1) *IsConverged()* – користи се за проверу да ли је прорачун токова снага у мрежи конвергирао.

Интерфејс *IEESEMeshedNetwork* се користи за мреже упетљане структуре и он су себи, осим наслеђене методе *isConverged()*, садржи само једну методу:

- 1) *NewtonRaphsonOneStep()* – користи се за рачунање једне итерације алгоритма прорачна токова снага Њутн-Рафсоновом методом.

Интерфејс *IEESERadialNetwork* се користи за мреже радијалне структуре и он су себи, осим наслеђене методе *isConverged()*, садржи две методе:

- 1) *BackwardSweepOneStep()* – користи се за рачунање једне итерације алгоритма сумирања струја приликом прорачна токова снага.
- 2) *ForwardSweepOneStep()* – користи се за рачунање једне итерације алгоритма корекције напона приликом прорачна токова снага.

7.3 Дефинисање компоненти и класа у софтверу за прорачун токова сага

Да би се креирао софтвер за систем са структуром која је дефинисана у делу 7.1, неопходно је дефинисати три основне класе, које прате структуру самог система. Након овога, биће дефинисана и основна класа, која представља сам систем. Подсистем

производње неће бити дефинисан као посебна компонента, већ ће бити интегрисан унутар три основне класе.

7.3.1 Класа *EESConsumer*

Класа *EESConsumer* представља класу која имплементира све потребне функционалности потрошача у ширем смислу. Она имплементира интерфејс *IEESConsumer*, да би објаснила улогу потрошача у целокупном систему. Како је у питању радијална мрежа, ова компонента мора да имплементира и интерфејс *IEERadialNetwork* који дефинише методе потребне за прорачун токова снага.

Осим основних података о потрошачу у ширем смислу, ова класа садржи следеће методе:

- 1) *EESConsumer()* – конструктор класе који врши креирање објекта и иницијализацију свих његових поља.
- 2) *GetConsumption()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESConsumer*.
- 3) *SetRootVoltage()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESConsumer*.
- 4) *IsConverged()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESBasicNetwork*.
- 5) *BackwardSweepOneStep()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESRadialNetwork*.
- 6) *ForwardSweepOneStep()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESRadialNetwork*.

7.3.2 Класа *EESDistribution*

Класа *EESDistribution* представља класу која имплементира све потребне функционалности ДМ. Она имплементира интерфејсе *IEESConsumer* и *IEESSupplier*, што јој омогућава да се у истом тренутку понаша и као потрошач електричне енергије, када је у питању преносни део ИПДР мреже, и као снабдевач, када су у питању потрошачи у ширем смислу. Како је у питању мрежа са радијалном структуром, њено понашање приликом прорачуна токова снага дефинисано је у интерфејсу *IEESRadialNetwork*.

Осим основних података о ДМ, ова класа садржи и следеће методе:

- 1) *EESDistribution()* – конструктор класе који врши креирање објекта и иницијализацију свих његових поља.
- 2) *GetConsumption()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESConsumer*.
- 3) *SetRootVoltage()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESConsumer*.
- 4) *SetConsumption()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESSupplier*.
- 5) *GetNodeVoltage()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESSupplier*.
- 6) *IsConverged()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESBasicNetwork*.
- 7) *BackwardSweepOneStep()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESRadialNetwork*.
- 8) *ForwardSweepOneStep()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESRadialNetwork*.

7.3.3 Класа *EESTransmission*

Да би се креирала ПМ у софтверу за прорачун токова снага, креирана је класа *EESTransmission* која садржи све основне податке неопходне за функционисање ПМ. Како се ПМ у једном свом делу понаша и као снабдевач, класа *EESTransmission*

имплементира интерфејс *IEESSupplier*, од којег наслеђује већину метода. Остатак метода наслеђен је из интерфејса *IEESMeshedNetwork* који дефинише понашање ПМ приликом прорачуна снага.

Методе класе *EESTransmission* су следеће:

- 1) *EESTransmission()* – конструктор класе који врши креирање објекта и иницијализацију свих његових поља.
- 2) *SetConsumption()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESSupplier*.
- 3) *GetNodeVoltage()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESSupplier*.
- 4) *IsConverged()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESBasicNetwork*.
- 5) *NewtonRaphsonOneStep()* – метода наслеђена из интерфејса *IEESMeshedNetwork*.

7.3.4 Класа EES

Класа *EES* представља главну класу система и у њој су имплементирани алгоритми који врше прорачун токова снага ИПДР мреже. Приликом покретања саме апликације, креира се једна инстанца ове класе и врши њена иницијализација. Приликом иницијализације, врши се учитавање самог система, а учитани подаци се распоређују по улогама (нивоима), како је приказано на слици 7.1 (глава 7). Основне методе ове класе су следеће:

- 1) *EES()* – конструктор класе који врши креирање објекта, учитавање свих података и иницијализацију свих поља у објекту.
- 2) *calculate()* – метода која врши прорачун токова снага у ИПДР мрежама. Испис резултата врши се на екран.

Осим наведених главних метода, у циљу лакше имплементације и одржавања софтверских система, креирано је неколико помоћних метода, које нису видљиве ван класе. Свака од тих метода представља једну целину приликом израде главних алгоритама објашњених у деловима 6.1 и 6.2, а реализоване су као приватне методе.

- 1) *CalculateBSForAllConsumers()* – користи се за једну итерацију алгоритма сумирања струја за потрошаче у ширем смислу.
- 2) *SetConsumptionForAllConsumers()* – користи се да би се у свим ДМ пријавила потрошња за потрошаче у ширем смислу (PM) који су прикључени на њих.
- 3) *CalculateBSForAllDistributions()* – користи се за једну итерацију алгоритма сумирања струја за ДМ.
- 4) *SetConsumptionForAllDistributions()* – користи се да би се у ПМ пријавила ДМ за све потрошаче који су прикључени на ПМ.
- 5) *CalculateTransmissionOneStep()* – користи се за једну итерацију прорачуна токова снага за ПМ.
- 6) *SetRootVoltageForAllDistributions()* – користи се да постављање текуће апроксимације напона свих чворова ДМ.
- 7) *CalculateFSForAllDistributions()* – користи се за једну итерацију алгоритма корекције напона чворова за све ДМ.
- 8) *SetRootVoltageForAllConsumers()* – користи се да постављање почетних апроксимација напона код индивидуалних потрошача.
- 9) *CalculateFSForAllConsumers()* – користи се за једну итерацију алгоритма корекције напона чворова код потрошача у ширем смислу (PM).

10) *IsConverged()* – метода која проверава да ли је испуњен услов конвергенције алгорита.

7.3.5 Класа *EESConfig*

Класа *EESConfig* представља класу чији једини задатак јесте да садржи почетна подешавања мреже. Коришћењем ове класе, могуће је сва подешавања држати на једном месту, што олакшава одржавање кода и његове измене.

Ова класа имплементирана је као статичка класа која садржи само статичка поља којима је могуће приступити из свих осталих класа, како би могли да се прочитају неки основни параметри система. Најчешће коришћени параметри су следећи:

- 1) *NumberOfIntervals* – број интервала на који је подељен дан при симулацији понашања потрошача у ширем смислу.
- 2) *CurrentInterval* – тренутни интервал дана при симулацији потрошача у ширем смислу.
- 3) *MaxIterationNumber* – максималан број итерација алгорита до успостављања конвергенције.
- 4) *NumberOfThreads* – број нити коришћен при оптимизацији прорачуна.
- 5) *Structure* – структура података у којој се чува дефиниција структуре целокупне мреже

Велик број ових података користи се приликом иницијализације система унутар класе *EES*. На пример, поље *Structure* садржи дефиницију свих ДМ у ИПДР мрежи, као и списак свих потрошача у ширем смислу (PM), заједно са ДМ и редним бројем чвора ДМ у којем су прикључени. Остала поља, углавном се користе у самом прорачуну токова снага, попут поља *NumberOfThreads* које дефинише број нити који ће бити коришћен приликом самог прорачуна.

7.3.6 Остале класе у систему

Осим главних класа објашњених у претходним параграфима, у софтверском систему је реализовано још неколико класа чији је једини циљ био креирање софтвера који је читљивији, ефикаснији и лакши за одржавање. Управо из наведених разлога, креиране су још две помоћне класе *IEESConsumerCollection* и *IEESDistributionCollection* које представљају колекције неких од класа представљених у претходним параграфима.

Креиране су следеће класе:

- 1) *EESConsumerCollection* – класа која представља колекцију индивидуалних корисника. Користи се унутар класе *EESDistribution* за памћење свих индивидуалних корисника који су повезани на ту дистрибуцију, као и у класи *EES* да би се запамтили сви индивидуални корисници у систему.
- 2) *EESDistributionCollection* – класа која представља колекцију ДМ. Користи се у класи *EESTransmission* да би се запамтиле све ДМ повезане на ПМ, као и у класи *EES* да би се запамтиле све ДМ у целој ИПДР мрежи.

Основу система чини класа *EES* која у себи садржи поља типа *EESTransmission*, *EESDistributionCollection* и *EESConsumerCollection*, која представља конкретну ПМ, колекцију ДМ које су повезане на ПМ, као и колекцију потрошњи у ширем смислу (РМ) који су повезани на те ДМ. Ради ефикасније имплементације, сви корисници се држе у јединственој колекцији, али сваки корисник садржи референцу ка дистрибуцији којој припада. Осим ових класа, на слици 7.4.1 је приказана и класа *EESConfig* која садржи основна подешавања система.

Осим класа, на слици 7.4.1 приказани су и основни интерфејси. Класа *EESTransmission* имплементира интерфејс *IEESMeshedNetwork* којим се дефинишу понашања упетљаних мрежа, док класе *EESDistribution* и *EESConsumer* имплементирају интерфејс *IEESRadialNetwork* којим се дефинишу понашања радијалних мрежа. Класе *EESTransmission* и *EESDistribution* имплементирају интерфејс *IEESSupplier* којим се дефинише улога снабдевача електричном енергијом, док класе *EESDistribution* и *EESConsumer* имплементирају интерфејс *IEESConsumer* којим се дефинише улога потрошача исте.

7.5 Имплементација прорачуна токова снага интегрисаних преносно-дистурбутивно-резиденцијалних мрежа

Основна функционалност представљеног система јесте прорачун токова снага који се заснива на алгоритму представљеном у деловима 6.1 и 6.2, главе 6. Као што је већ речено у параграфу 7.3.4, прорачун је имплементиран у методи *calculate()* унутар класе *EES*, која представља основну класу система. Имплементација овог алгоритма прати алгоритам дефинисан на сликама 6.1.1 и 6.2.1.

Приликом имплементације методе *calculate()*, ради боље прегледности и лакшег одржавања програмског кода, коришћена је по једна метода за сваки корак алгоритма. Свака од коришћених метода у имплементацији овог алгоритма, описана је у параграфу 7.3.4. Већина ових метода задужена је само за позивање метода дефинисаних у класама *EESConsumerCollection*, *EESDistributionCollection* и *EESTransmission* представљених у делу 7.3. Метода *calculate()* ради сукцесивно позивање ових метода редом у оквиру једне итерације алгоритма, која је имплементирана као једна итерација *do-while* петље, док је целокупан алгоритам представљен *do-while* петљом.

Као што се може видети у листингу 7.5.1, *do-while* петља методе *calculate()* може да се заустави на два начина:

- 1) Када укупан број итерација премаши максималан број дозвољених итерација. Овај број дефинисан је у класи *EESConfig* (део 7.3), а његова подразумевана вредност је 100 и најчешће је довољна да се утврди конвергенција алгоритма.
- 2) Када су све компоненте система конвергирале. Ово се провера методом *IsConverged()*.

Метода *IsConverged()* враћа вредност тачно само у ситуацији када све компоненте система конвергирају. Она прво проверава да ли су конвергирали сви крајњи корисници у систему. Уколико неки корисник није конвергирао, она прекида са својим радом и враћа вредност нетачно. У супротном, врши се провера конвергенције ДМ. Уколико нека од ДМ није конвергирала, провера се прекида и враћа се вредност нетачно, а у супротном

се прелази на проверу конвергенције ПМ. У зависности од ове провере, враћа се вредност тачно или нетачно. Код методе *IsConverged()* дат је у листингу 7.5.2.

```
public void Calculate()
{
    bool converged = false;
    do
    {
        // Sumiranje struja za korisnike
        CalculateBSForAllConsumers();
        SetConsumptionForAllConsumers();
        // Sumiranje struja za distribucije
        CalculateBSForAllDistributions();
        SetConsumptionForAllDistributions();
        // Jedna iteracija Njutn-Rafsona
        CalculateOneStepForTransmission();
        // Korekcija napona za distribucije
        SetRootVoltageForAllDistributions();
        CalculateFSForAllDistributions();
        // Korekcija napona za krajnje korisnike
        SetRootVoltageForAllConsumers();
        CalculateFSforAllConsumers();
        // Provera uslova konvergencije
        if (IsConverged())
            converged = true;
        // Provera maksimalnog broja iteracija
        if (counter == EESConfig.maxIterationNumber)
            break;
        counter++;
    } while (!converged);
    FinishAll();
}
```

Листинг 7.5.1. Имплементација алгорита за прорачун токова снага ИПДРМ у методи *calculate()*

```
private bool IsConverged() {
    if (!IsConsumersConverged())
        return false;
    else if (!IsDistributionConverged())
        return false;
    else if (!IsTransmissionConverged())
        return false;
    else
        return true;
}
```

Листинг 7.5.2. Имплементација методе *IsConverged()* за проверу конвергенције алгорита

Када се заврши извршавање главне петље у методи *calculate()*, позива се метода *FinishAll()* чији је основни задатак да изврши ослобађање заузетих ресурса потребних за имплементацију алгорита, као и чување неких резултата и међурезултата прорачуна у унапред предвиђеним фајловима.

7.6 Паралелизација алгорита прорачуна токова снага

Алгоритам представљен у делу 6.1. реализован је као итеративан алгоритам који конвергира после одређеног броја итерација. Свака од итерација реализована је као секвенцијални алгоритам, а сваки његов корак оптимизован је за извршавање на једном процесору/језгру. Појавом вишејезгарних процесора, јавља се могућност паралелизације извршавања алгорита, или барем неких његових делова, коришћењем нити и паралелног програмирања. На овај начин долази се до његовог убрзања, што повећава могућности његове примене у реалним софтверским системима. Како су вишејезгарни процесори у данашње време постали стандард, ово не захтева додатна улагања у новији и скупљи хардвер, већ само долази до бољег искоришћавања ресурса постојећег хардвера.

Како је алгоритам генерално линеаран и прати хијерархијску структуру представљану на слици 6.1.1 (део 6.1) у којој прорачуни за сваки ниво зависе од прорачуна за претходни ниво, паралелизација целокупног алгорита није баш једноставна, а и поставља се питање да ли би се тиме добило нешто значајно. Једна од варијанти овакве паралелизације биће разматрана касније. Уместо да се паралелизује целокупан алгоритам, идеја која је примењена у овом раду јесте паралелизација појединих делова алгорита, поготово оних у којима се врши велик број сличних прорачуна који не зависе једни од других. У овој дисертацији, извршена је паралелизација четири од пет најзахтевнијих корака алгорита, конкретно рачунања сумирања струја и корекције напона за потрошњу у ширем смислу (PM) и ДМ, с обзиром на то да систем обично поседује већи број PM и ДМ чији се прорачуни могу истовремено извршавати. Паралелизација прорачуна за ПМ, имплементирана у методи *CalculateOneStepForTransmission()* није извршена, јер у систему постоји само један подсистем за пренос, па његов прорачун нема са чиме да се паралелизује.

Посматрајући методу *calculate()* дату у листингу 7.5.1 и на основу претходно реченог, може се закључити да је паралелизацију потребно урадити у само четири методе и то су:

- 1) *CalculateBSForAllConsumers();*
- 2) *CalculateBSForAllDistributions();*
- 3) *CalculateFSForAllDistributions();*
- 4) *CalculateFSForAllConsumers();*

Остале методе у алгоритму коришћене у имплементацији методе *calculate()* дате у листингу 7.5.1, (*SetConsumptionForAllConsumers()*, *SetConsumptionForAllDistributions()*, *SetRootVoltageForAllDistributions()* и *SetRootVoltageForAllConsumers()*) нису паралелизоване из разлога што послови које они обављају захтевају изузено мало времена. Због тога паралелизација и синхронизација нити би захтевале можда и више времена, него што би паралелизација донела у овом случају.

Како би се паралелизација лакше и ефикасније реализовала, подаци о свим потрошњама у ширем смислу (PM) у ЕЕС чувају се унутар класе *EES* у колекцији корисника *consumerCollection* типа *EESConsumerCollection*. Подаци о свим ДМ чувају се у пољу *distributionCollection* типа *EESDistributionCollection*. Паралелизација наведених метода извршена је унутар класа *EESConsumerCollection* и *EESDistributionCollecton*, а да би се остварила боља контрола над паралелизацијом, користи се помоћна класа

EESThreadPool. Ове три класе, као и паралелизација, биће детаљније обрађене у остатку ове главе.

7.6.1 Класа *EESThreadPool*

Приликом одабира методе за паралелизацију, изабрано је коришћење *thread pool* структуре података, односно коришћење фиксног броја нити које се могу више пута користити. Основни разлог јесте што *thread pool*-а користи одређени предефинисани скуп нити и за време извршавања алгорита не долази до креирања нових нити, нити њиховог уништавања, што додатно штеди време. Такође, и сами процесори хардверски подржавају одређен константан број језгара/нити, најчешће између 2 и 8 језгара, односно 2 и 16 нити, мада постоје и процесори са 64 језгра, који подржавају и 128 нити, па чак и више.

Класа *EESThreadPool* представља класичан *thread pool*, при чему омогућује много бољу контролу над бројем тредова и њихову синхронизацију у односу на стандардну класу дефинисану у програмском језику *C#*, а што је било од велике важности приликом тестирања развијеног система. Осим поља са бројем тредова, класа поседује и следеће методе:

- 1) *SetMaxThreads(int)* – поставља максималан број нити које је дозвољено креирати и креира саме нити које одмах постају доступне за коришћење.
- 2) *QueueUserWorkItem(EESDelegate, Object)* – поставља делегата (методу) и његов параметар у ред опслуживања. Када буде слободних нити, делегат ће бити извршен.

Делегат *EESDelegate* представља методу која треба да се изврши унутар нити. Он има један параметар типа *Object* и приказан је у листингу 7.6.1.

```
public delegate void EESDelegate(Object obj);
```

Листинг 7.6.1. Дефиниција методе *EESDelegate*

7.6.2 Паралелизација извршавања унутар класа *EESConsumerCollection* и *EESDistributionCollection*

Као што је речено у претходним параграфима, паралелизација одређених процеса урађена је у оквиру класа *EESConsumerCollection* и *EESDistributionCollection*. Ове класе у себи поседују методе *BackwardSweepOneStep()* и *ForwardSweepOneStep()* које обављају по једну итерацију алгоритама сумирања струја и корекција напона за све РМ (потрошњу у ширем смилсу), односно ДМ у колекцији. Како ове методе заузимају највећи део времена потребан за извршавање алгорита, њиховом паралелизацијом добија се највећа уштеда.

Када је у питању метода *BackwardSweepOneStep()*, њен посао је у суштини да изврши сумирања струја једне итерације прорачуна, било за све РМ, било за све ДМ у колекцији. Уколико колекција у себи садржи N елемената, у линеарном алгоритму биће потребно урадити сваку од N итерација једну за другом, што ће дати потребно време V_{lin} за линеарно извршавање које се рачуна на следећи начин

$$V_{\text{lin}} = N * T_{\text{BS}}, \quad (7.6.2.1)$$

при чему T_{BS} представља време потребно за извршење једне итерације корака сумирања струја за један елемент колекције. У случају да рачунар поседује K нити које је могуће користити, теоретски време се рачуна на следећи начин:

$$V_k = [N/K] * T_{\text{BS}}, \quad (7.6.2.2)$$

што за довољно велико N даје убрзање од K пута. У пракси, како се одређена количина времена троши на административне послове (попут синхронизације нити, стављање задатака у ред опслуживања и скидање са њега), укупно убрзање је нешто мање од K . Коришћењем *thread pool*-а, време потребно за креирање и деалокацију нити сведено је на минимум, јер се његовим коришћењем креира укупно K нити и то пре покретања алгорита, што је обично неупоредиво мање од броја N , а уништавање нити се врши на крају алгорита.

Контрола паралелизације у развијеном софтверском систему, одређује се преко дозвољеног броја нити K које се користе за паралелизацију, а који се дефинише у класи *EESConfig* и учитава приликом стартовања програма. Уколико је овај број 1, софтвер ће користити само једну нит и добија се линеаран алгорита који је представљен на слици 6.1.1 (део 6.1). Уколико се овај број повећа на 2 или више, добија се алгорита који је представљен на слици 6.2.1 (део 6.2). Детаљнија анализа резултата у зависности од броја нити K , приказана је у глави 8, која приказује резултате тестирања.

За потребну паралелизацију, прво је неопходно дефинисати методе која ће бити прослеђене нитима на извршавање. Свака од две класе, *EESConsumerCollection* и *EESDistributionCollection*, садрже у себи по једну методу *MyThreadBSOneStep()* и *MyThreadFSOneStep()* које извршавају по једну итерацију алгорита сумирања струја, односно корекције напона за једну компоненту у колекцији. Након тога, потребно је дефинисати методе *BackwardSweepOneStep()* и *ForwardSweepOneStep()*. Њихов основни задатак јесте да, коришћењем класе *EESThreadPool*, стартују претходно објашњене методе за све елементе колекције појединачно. Након тога, оне треба да препознају када је њихово извршавање завршено, након чега се прелази на следећи корак у алгориту. На слици 6.2.1 (део 6.2) ово препознавање краја извршавања означено је као тачка синхронизације, и тек након што су све нити завршиле све своје послове, могуће је прећи на следећи корак у алгориту.

У листингу 7.6.2.1 дат је код методе *MyThreadBSOneStep()*.

```
private void MyThreadBSOneStep(object callback)
{
    EESConsumer con = (EESConsumer)callback;
    con.BackwardSweepOneStep();
    countdownEvent.Signal();
}
```

Листинг 7.6.2.1. Метода *MyThreadBSOneStep()*

Након стартовања методе, она преузима податке о кориснику за којег је потребно урадити алгорита сумирање струја. Након тога, позива се метода *BackwardSweepOneStep()* која врши само сумирање струја, након чега се шаље сигнал ДМ да је извршено сумирање струја за једну РМ из колекције.

Покретање прорачуна за комплетну колекцију врши се у методи *BackwardSweepOneStep()*, чији код је дат у листингу 7.6.2.2.

```
public void BackwardSweepOneStep()
{
    countdownEvent = new CountdownEvent(consumer.Length);
    foreach (EESConsumer con in consumer)
    {
        EESThreadPool.QueueUserWorkItem(MyThreadBSOneStep, con);
    }

    countdownEvent.Wait();
}
```

Листинг 7.6.2.2. Метода *BackwardSweepOneStep()*

На почетку методе, задаје се број догађаја који је потребно синхронизовати, а који одговара броју РМ, тј. дужини низа у којем се чувају РМ. За синхронизацију краја извршања свих догађаја користи се класа *CountdownEvent*, а број догађаја прослеђује се као параметар конструктора приликом креирања објекта те класе. Након тога, покреће се извршавање алгоритма сумирања струја за све РМ, тако што се они стављају у ред опслуживања у *thread pool*-у, који даље преузима извршавање алгоритма. Осим корисника, у ред опслуживања ставља се и метода *MyThreadBSOneStep()* која ће покренути извршавање прорачуна за датог корисника, на начин који је претходно описан у овом параграфу.

Након што су сви корисници стављени у *thread pool*, покреће се извршавање алгоритма сумирања струја за све њих. Теоретски, покретање алгоритма могуће је већ након стављања података о првом кориснику у ред, а рачуна о томе води оперативни систем који врши прекључење процесора са једне нити на другу, укључујући и програмску нит. Након извршења алгоритма сумирања струја за сваког корисника, корисник шаље сигнал да је завршио са радом. На крају методе *BackwardSweepOneStep()* налази се тачка синхронизације која је реализована методом *Wait()* класе *CountdownEvent*. Ова метода чека да се одброји довољан број сигнала послатих из методе *MyThreadBSOneStep()*. Након што се довољан број сигнала одброји, тј. сви прорачуни буду завршени, метода *BackwardSweepOneStep()* завршава са радом и прелази се на следећи корак алгоритма.

Функционисање паралелизације алгоритма корекције напона аналогно је паралелизацији алгоритма сумирања струја, са тим да се у овом кораку користе методе *MyThreadFSOneStep()* и *ForwardSweepOneStep()* које су аналогне методама *MyThreadBSOneStep()* и *BackwardSweepOneStep()*. Како ове методе функционишу по истом принципу, оне неће бити обрађене, док је њихов код дат у листингу 7.6.2.3.

Комплетан описани алгоритам са слике 6.2.1 (део 6.2), могуће је приказати и следећим UML дијаграмом који је приказан на слици 7.6.2 [81-96]:

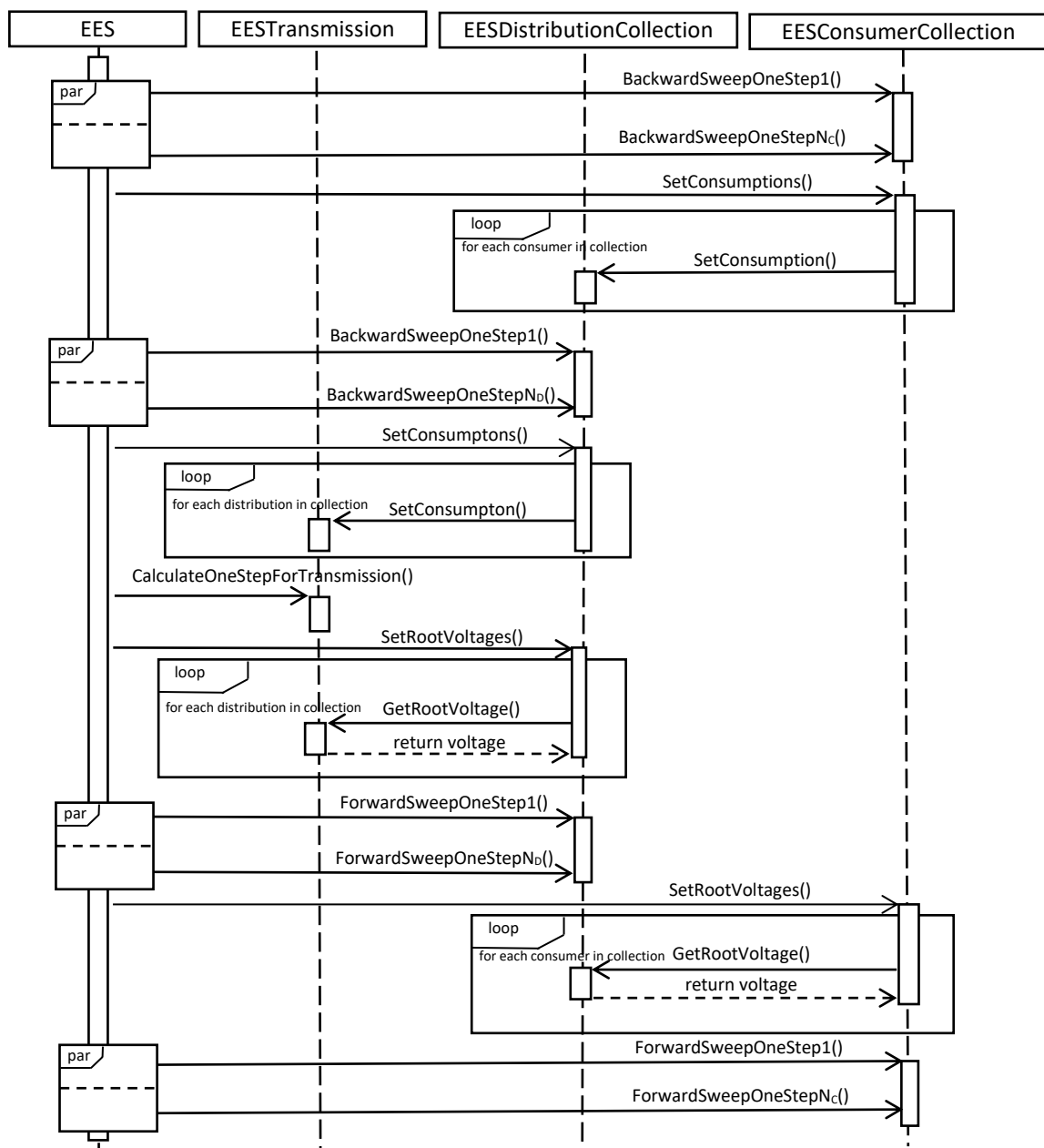
```

private void MyThreadFSOneStep(object callback)
{
    EESConsumer con = (EESConsumer)callback;
    con.ForwardSweepOneStep();
    countdownEvent.Signal();
}

public void ForwardSweepOneStep()
{
    countdownEvent = new CountdownEvent(consumer.Length);
    foreach (EESConsumer con in consumer)
    {
        EESThreadPool.QueueUserWorkItem(MyThreadFSOneStep, con);
    }
    countdownEvent.Wait();
}

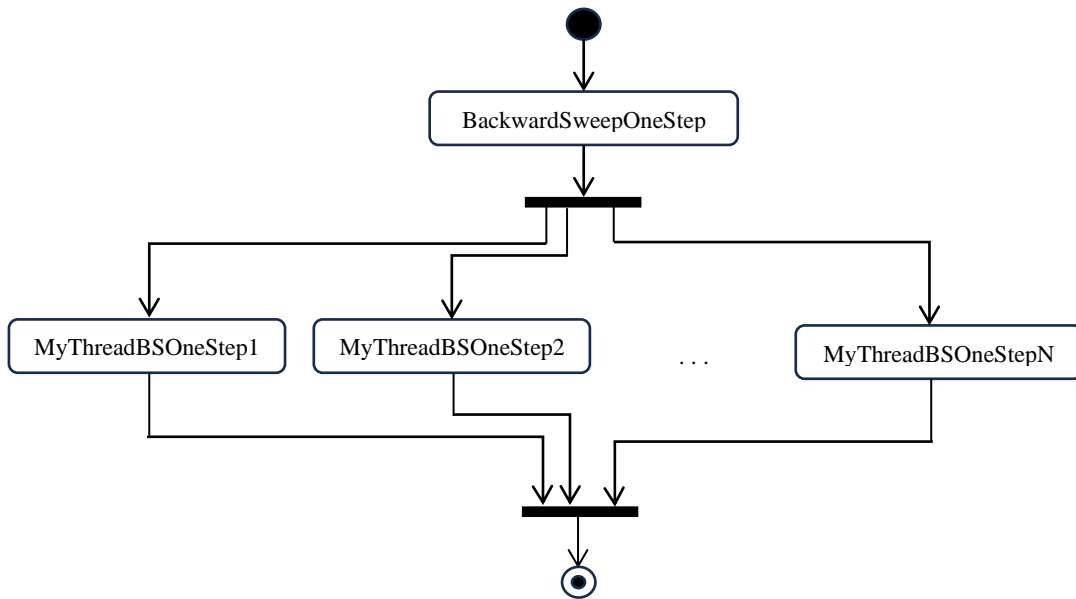
```

Листинг 7.6.2.3. Методы *MyThreadFSOneStep()* и *ForwardSweepOneStep()*

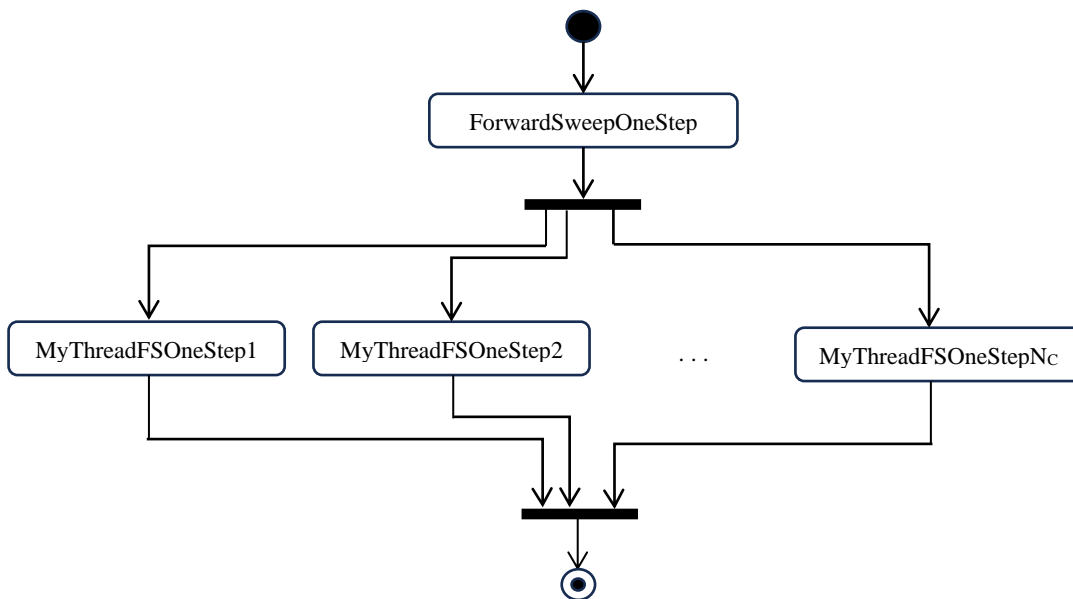


Слика 7.6.2. UML дијаграм секвенце

UML дијаграм који описује рад метода *BackwardSweepOneStep()* и *ForwardSweepOneStep()* дат је на сликама 7.6.3 и 7.6.4.



Слика 7.6.3. UML дијаграм активности методе *BackwardSweepOneStep()*



Слика 7.6.4. UML дијаграм активности методе *ForwardSweepOneStep()*

Функционисање класе *EESDistributionCollection* и њених метода, аналогно је функционисању класе *EESConsumerCollection* и њених претходно описаних метода.

7.6.3 Пакедна паралелизација прорачуна снага

Осим основне методе паралелизације представљене у претходном параграфу, систем подржава и пакетну паралелизацију која у појединим случајевима може дати нешто боље резултате, јер штеди време које се троши на неке административне послове.

Основа пакетне паралелизације јесте да свака од нити унапред добије одређени скуп задатака који треба да уради. На овај начин, укупан број покретања нити смањен је са N колико има елемената у колекцији на K , колико је укупно нити. Оптималан случај углавном се добија када и конкретан рачунар подржава тачно K нити.

За потребе оваквог начина паралелизације, унутар класа *EESConsumerCollection* и *EESDistributionCollection*, креиране су методе *MyThreadBSOneStepBatch()* и *MyThreadFSOneStepBatch()* које могу да изврше у просеку N/K итерација корака сумирања струја, односно корекција напона приликом прорачуна токова снага. Да би се извршио прорачун токова снага за све елементе у колекцији, неопходно је креирати K нити и свакој од нити проследити за које елементе колекције треба да се изврши овај корак u у текућој итерацији. За овај део алгоритама задужене су методе *BackwardSweepOneStepBatch()* и *ForwardSweepOneStepBatch()* које врше прослеђивање пакета од N/K компоненти на обраду, као и синхронизацију краја извршавања нити.

Осим убрзања које доноси смањење административних послова, овакав вид паралелизације може да донесе и одређене проблеме које је немогуће унапред предвидети. На пример, ако оперативни систем мора да уради нешто у неком тренутку и паузира извршавање једне нити, тада се њено извршавање наставља након операција оперативног система. Због паузирања, може доћи до ситуације да када остале нити заврше са радом, нит која је била паузирана мора да заврши M итерација над елементима колекције. Ових M итерација тада није могуће пребацити осталим нитима, а предвиђено време за све итерације се повећава за време које је потребно за M итерација.

У ситуацијама када је могуће обезбедити несметани рад сваке нити, овакав вид паралелизације би дао најбоље резултате.

7.6.4 Хијерархијска паралелизација прорачуна снага

Хијерархијска паралелизација је паралелизација која представља најприроднији вид паралелизације, обзиром на хијерархијску структуру система. У оваквој паралелизацији, чим се заврши извршавање сумирања струја за све подкомпоненте неке компоненте, могуће је одмах прећи на извршавање сумирања струја за конкретну компоненту. На пример, уколико имамо три ДМ (А, Б и В) од чега ДМ А има две РМ, а ДМ Б и В по шест РМ, тада се након завршетка рачунања за две РМ дистрибуције А, може прећи на сумирање струја за дистрибуцију А, пре него што се заврши сумирање струја за све РМ дистрибуција Б и Ц. Слична ситуација је и када се рачунају корекције напона, где се након корекција напона за неку ДМ, одмах може прећи на прорачуне корекције напона везане за њене РМ.

Овакав вид паралелизације, захтева измену и у алгоритму представљаном у делу 6.2, јер захтева да се измени део са тачкама синхронизације. Уместо да се користе глобалне тачке синхронизације за цео алгоритам, потребно је увести локалне тачке синхронизације за сваку компоненту посебно. Овде се мисли углавном на ДМ, јер код ПМ постоји тачно једна тачка синхронизације.

Овакав вид паралелизације може да доведе и до одређених проблема, мада може и да доведе до одређених побољшања. У примеру који је изложен у првом пасусу, уколико

рачунар поседује четири језгра/нити, тада прорачун сумирања струја за ДМ А успорава прорачуне за РМ које припадају ДМ Б и В, док за време прорачуна за ДМ Б и В остају два неискоришћена језгра/нити, па се укупно време повећава.

Основна предност оваквог начина паралелизације јесте могућност паралалног извршавања прорачуна на више процесора/рачунара. На пример, уколико би се располагало са три рачунара, и на сваком извршили прорачуне за сваку од ДМ А, Б и В, као и њихових РМ, тада би укупно време које би било потребно било једнако најдужем времену које би било потребно за прорачун за неку ДМ и њене РМ. Овакав вид паралелизације разматран је у глави 9, где је представљан будући рад на развоју нових верзија софтвера.

8 Резултати

Развијене процедуре за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа (ИПДР) мрежа имплементирани су у језику C# користећи развојно окружење Visual Studio 2019. За решавање система линеарних једначина користи се библиотека Intel® oneAPI Math Kernel Library (MKL) 2021 [80]. Перформансе једно- и више-нитне процедуре тестиране су на РС рачунару са процесором i5 на 3.3 GHz са четири језгра и четири логичка процесора и RAM меморије 24 GB. Критеријум конвергенције за све непознате варијабле стања јесте 10^{-7} релативних јединица – [р.ј.]. У свим разматраним случајевима употребљене су модификоване почетне вредности описане у делу 6.1. Да би се демонстрирале предности развијеног алгорита за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивних (ИПД) и ИПДР мрежа извршене су следећа системска тестирања:

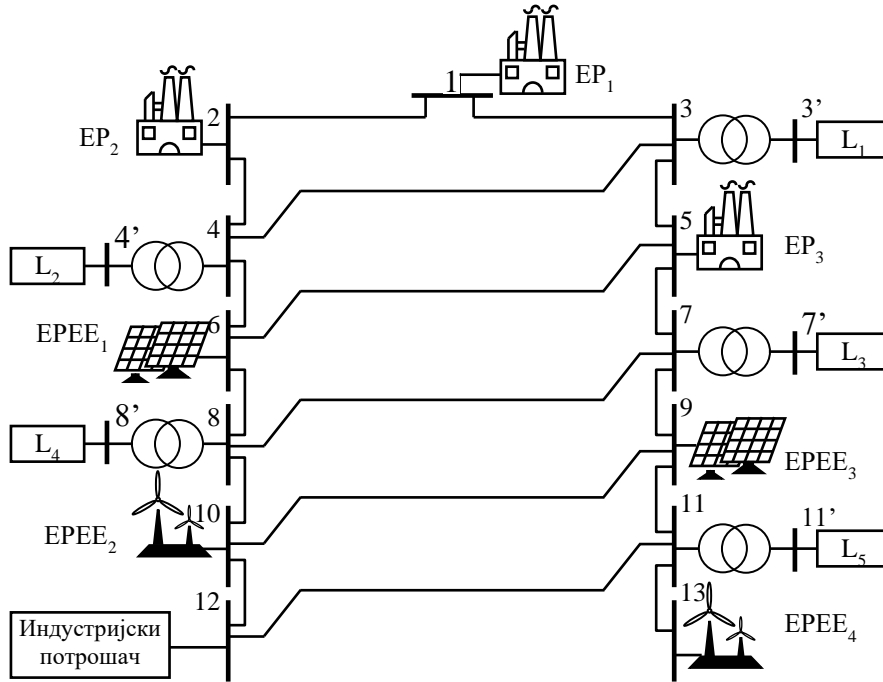
- 1) Несиметрија проузрокована неуравнотеженим потрошачима и утицај различитих управљачких стратегија енергетских ресурса (EP) и EP који су прикључени на мрежу преко уређаја енергетске електронике (EPЕЕ) (параграф 8.1.1).
- 2) Реконфигурација мреже укључујући и уклањање петљи (параграф 8.1.2).
- 3) Утицај дугачких и кратких водова на процедуру прорачуна (део 8.2).
- 4) Утицај различитих конфигурација дистрибутивних мрежа (DM) (део 8.3).
- 5) Утицај броја петљи у DM на број итерација (део 8.4).
- 6) Поређење перформанси са репрезентативним алгоритмима за прорачун токова снага (део 8.5).
- 7) Валидација модела на малим ИПДР мрежама (део 8.6).
- 8) Валидација модела на великим ИПДР мрежама и тестирање перформанси (део 8.7).

8.1 Утицај радних услова и управљачких стратегија на решење и перформансе Њутн-Рафсонове процедуре

Да би се истражио утицај радних услова и управљачких стратегија на резултате прорачуна токова снага и брзину конвергенције Њутн-Рафсонове процедуре, извршен је велик број тестирања користећи тест систем преносних мрежа (ПМ) малих димензија приказан на слици 8.1.1. Сви водови у ПМ имају једнаку дужину (60 km) са параметрима датим у табели 8.1.1. EP и EPЕЕ са слике 8.1.1 су повезани на ПМ преко блок-трансформатора који нису експлицитно приказани на слици 8.1.1.

8.1.1 Утицај на резултате прорачуна токова снага

Три студије случајева су посматране: у случају 1, разматра се уравнотежени систем. Случај 2 укључује неуравнотежену потрошњу и традиционалне EP и EPЕЕ са управљачким стратегијама у несиметричним режимима. У случају 3 разматрају се додатне управљачке стратегије EPЕЕ. Сви типови чворова свих случајева приказани су у табели 8.1.1.1.



Слика 8.1.1. ПМ малих димензија

Табела 8.1.1. Параметри водова у ПМ

r^+	x^+	g^+	b^+	r^0	x^0	g^0	b^0
[Ω/km]	[Ω/km]	[nS/km]	[$\mu\text{S}/\text{km}$]	[Ω/km]	[Ω/km]	[nS/km]	[$\mu\text{S}/\text{km}$]
0,01	0,336	2,6	3,33	0,146	1,681	0,53	0,667

Табела 8.1.1.1. Класификација чворова

Чвор	Тип чвора		
	Случај 1	Случај 2	Случај 3, 4, и 5
1	$\emptyset V$	$3\emptyset V$	$3\emptyset V$
2	PQ	$P_{\Sigma} Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma} Q_{\Sigma}$
5	PV	$P_{\Sigma} V$	$P_{\Sigma} V$
6	PQ	$P_{\Sigma} Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma} Q_{\Sigma} I$
9	PV	$P_{\Sigma} V$	$P_{\Sigma} VI$
10	PQ	$P_{\Sigma} Q_{\Sigma}$	$P_{\Sigma} Q_{\Sigma} V_{\text{sym}}$
13	PV	$P_{\Sigma} V$	$P_{\Sigma} V_{\text{sym}}$
3, 4, 7, 8, 11, 12, 3', 4', 7', 8', 11'	PQ	3PQ	3PQ

8.1.1.1 Случај 1

У овом случају, употребљени су традиционални модели пофазних токова снага узимајући у обзир да је систем уравнотежен у симетричном режиму. Традиционални ресурси EP_1 – EP_3 повезани су на чворове 1, 2 и 5, респективно. Обновљиви $EPEE_1$ – $EPEE_4$ повезани су редом на чворове 6, 9, 10 и 13.

Балансном чвору 1 додељен је напон модула 115 kV и угао 0° . Трофазна активна снага осталих EP и EPEE подешена је на 15 MW. Трофазна инјектирана реактивна снага

EP₂, EP_{EE1}, и EP_{EE2} подешена је на 7.5 MVA_r. Модули напона EP₃, EP_{EE3}, и EP₄ јесу 115 kV. Параметри EP и EP_{EE} укључујући номинални напон, номиналну снагу, директне, инверзне и нулте погонске адмитансе једнаке су за све ресурсе и износе редом: $V_n = 110$ [kV], $S_n = 20$ [MVA], $\hat{Y}^+ = 110$ %, $\hat{Y}^- = 20$ %, $\hat{Y}^0 = 10$ %. Потрошачи су повезани на чворове 3', 4', 7', 8', 11' и 12. Трофазне активне и реактивне снаге свих потрошача износе 15 MW и 7.5 MVA_r, респективно. Израчунати модули напона и модули инјектираних струја у чворовима 10 (чвор EP_{EE}) и 3' (потрошачки чвор) су представљени у табели 8.1.1.1.1.

Табела 8.1.1.1.1. Резултати прорачуна (Случај 1)

Чвор	Модул напона [kV]	Модул инјектиране струје [A]
10	114.86	28.1
3'	4.194	2308.53

8.1.1.2 Случај 2

Овај случај изведен је из случаја 1 тако што су сви потрошачи учињени неуравнотеженим. Једнофазне активне и реактивне снаге све три фазе специфициране су редом: $P_a = 5,5$ [MW], $P_b = 5$ [MW], $P_c = 4,5$ [MW], $Q_a = 2,8$ [MVA_r], $Q_b = 2,5$ [MVA_r], $Q_c = 2,2$ [MVA_r]. У овом случају употребљена је процедура за прорачун трофазних токова снага. Израчунати модули трофазног напона и модули трофазних инјектираних струја чворова 10 и 3' дати су у табели 8.1.1.2.1.

Табела 8.1.1.2.1. Резултати прорачуна (Случај 2)

Чвор	Модул напона [kV]			Модул инјектиране струје [A]		
	V_a	V_b	V_c	I_a	I_b	I_c
10	112,11	115,38	117,12	34,94	29,31	20,85
3'	4,11	4,22	4,26	2600,79	2296,57	2038,71

Значајна несиметрија се може приметити и за напоне и за инјектиране струје чворова:

- 1) У чвору 10, модул фазног напона креће се у вредности од 112,11 до 117,12 kV (табела 8.1.1.2.1), у поређењу са случајем 1 где је вредност од 114,86 kV у свакој фази (табела 8.1.1.1.1). Такође, вредности модула инјектираних фазних струја крећу се од 21 до 35 A, у поређењу са случајем 1 (28 A по фази).
- 2) У чвору 3', вредности модула инјектираних фазних струја се крећу од 2000 до 2600 A (табела 8.1.1.2.1), у поређењу са случајем 1 где је вредност од 2300 A у свакој фази (табела 8.1.1.1.1).

8.1.1.3 Случај 3

Овај случај изведен је из случаја 2 увођењем додатних управљачких стратегија EP_{EE}: EP_{EE1} и EP_{EE3} инјектирају трофазне симетричне струје, док EP_{EE2} и EP_{EE4} одржавају трофазне симетричне напоне (додатне управљачке стратегије уведене са унапређеном класификацијом чворова из табеле 5.2.1.1, параграф 5.2.1).

Израчунати модули трофазних напона и модули инјектираних трофазних струја у чворовима 10 и 3' приказани су у табели 8.1.1.3.1. Након увођења додатних управљачких стратегија, могу се дати следећи закључци:

- 1) Модули једнофазних напона на чвору 10 су једнаки (114,86 kV) у поређењу са различитим вредностима модула напона у случају 2. Односно, тројка напона чвора 10 јесу симетрични за разлику од тројке напона чвора 3'.
- 2) Вредности модула инјектираних струја се крећу у опсегу од 7 до 58 А, што је много шири у поређењу са случајем 2 где су вредности у опсегу од 21 до 35 А. Слични закључци могу се извести и за чвор 3'.

Табела 8.1.1.3.1. Резултати прорачуна (Случај 3)

Чвор	Модул напона [kV]			Модул инјектиране струје [A]		
	V_a	V_b	V_c	I_a	I_b	I_c
10	114,86	114,86	114,86	58,50	26,10	7,27
3'	4,13	4,22	4,23	2587,20	2295,27	2050,19

8.1.2 Утицај на број итерација

У овом параграфу изведена су два додатна случаја (случај 4 и 5). Такође, узимајући у обзир случајеве 1–3 из претходног параграфа утврђен је утицај конфигурације ПМ као и утицај додатних управљачких стратегија ЕРЕЕ у несиметричним режимима на број итерација.

8.1.2.1 Случај 4

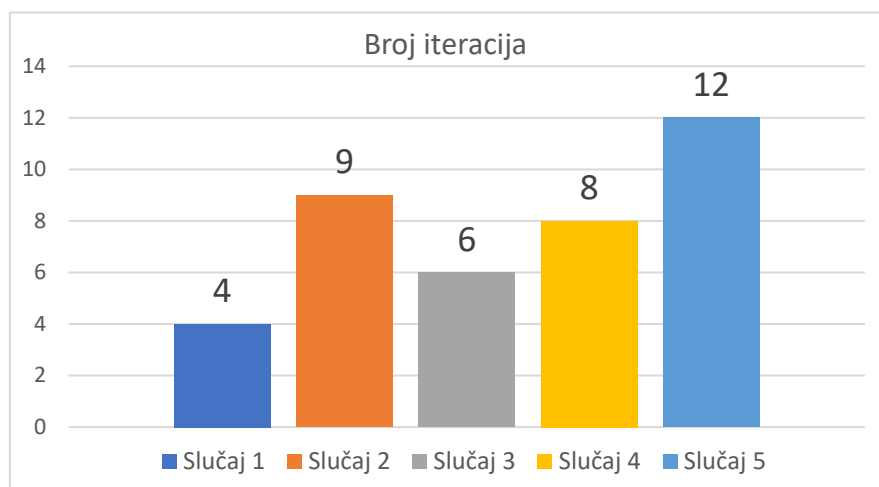
Овај случај изведен је из случаја 3 уклањањем водова из мреже са слике 8.1.1 који се налазе у скупу {(3-4), (5-6), (7-8), (9-10), (11-12)}. На овај начин, формиране су две радијалне путање: прва повезује чворове 1-2-4-6-8-10-12, док друга повезује чворове 1-3-5-7-9-11-13.

8.1.2.2 Случај 5

У овом случају, вод који повезује чворове 1 и 3 је уклоњен, док је додат вод између чворова 11 и 12, формирајући једну (дугачку) путању од балансног чвора до осталих чворова у ПМ.

Поређење претходних пет тест случаја дато је на слици 8.1.2.2.1. Случај 1 представља основни случај, док случаји 2, 3, 4 и 5 приказују утицај следећих фактора на број итерација: неуравнотеженост потрошње, управљачке стратегије традиционалних ЕР и ЕРЕЕ, уклањање петљи и промена топологија мреже. Несimetriја у случају 2 проузроковала је повећање броја итерација са 4 на 9. У случају 3, увођењем ЕРЕЕ са новим управљачким стратегијама, смањио се број итерација са 9 на 6. У овом случају, ово је последица бољег напонског профила у мрежи постигнутог након додавања соларних (ЕРЕЕ₂) и ветроелектрана (ЕРЕЕ₄) и имплементације додатних управљачких стратегија за контролу симетрије напона. У случају 4, број итерација је порастао са 6 на 8 јер недостатак петљи доводи до повећаног диспаритета у напонима широм мреже. У

случају 5, број итерација је порастао на 12, што је и очекивано јер постоји само једна путања снабдевања потрошача и ресурса с једне стране и балансног чвора с друге стране.



Слика 8.1.2.2.1. Број итерација за случајеве 1–5

8.2 Утицај кратких водова на број итерација

Један од наслеђених проблема при раду са ПМ или ДМ које садрже кратке и дуге водове јесте тенденција да софтвер (процедура) за прорачун токова снага дивергира када се користи Њутн-Рафсонова процедура. Другим речима, комбиновање водова малих дужина са водовима великих дужина може да проузрокује нумеричку нестабилност у случајевима када се не користи професионални нумерички софтвер за решавање система линеарних једначина [25, 26]. Уколико се користи неки од индустријских нумеричких пакета, на пример MKL [80], симултано скраћивање сваког другог вода преносне мреже са слике 8.1.1 не утиче на нумеричку стабилност Њутн-Рафсонове процедуре. Табела 8.2.1. показује утицај скраћивања водова на број итерација. Разматран је случај 3 из параграфа 8.1.1 са следећим водовима где су дужине значајно скраћене: 2-4, 6-8, 10-12, 3-5, 7-9, 11-13. Осталим водовима остављена је оригинална дужина од 60 km. Важно је напоменути да је у овом тесту дужина кратких водова мењана у вредности од 1 km до 10^{-7} km.

Број итерација приликом смањивања дужине одређених водова приказан је у табели 8.2.1 и остаје исти за све случајеве.

Табела 8.2.1. Утицај смањења дужине вода где је тест мрежа из Случаја 3 модификована

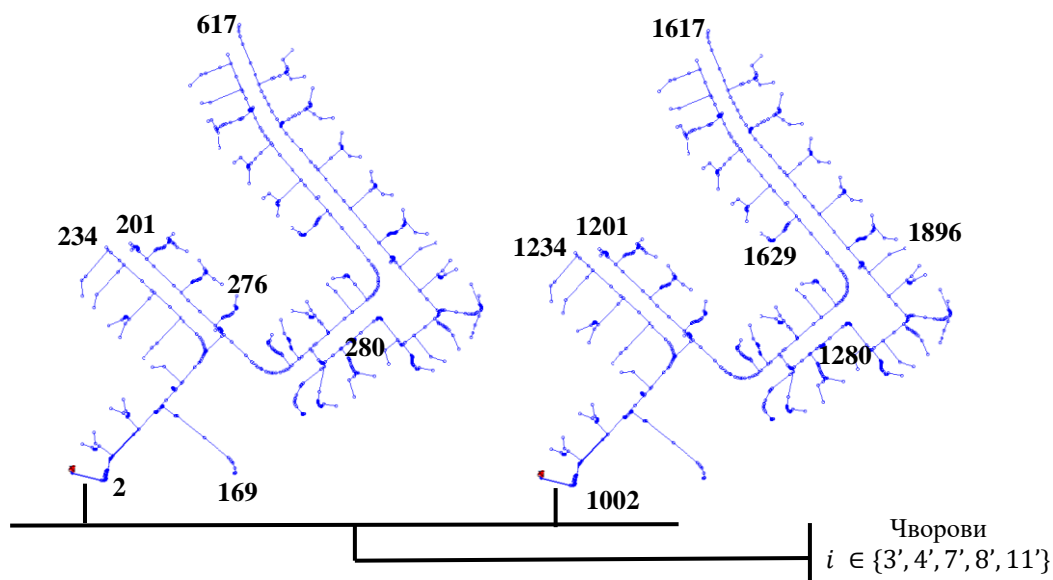
Дужина вода [km]	60	1	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}
Број итерација	6	5	5	5	5	5	5	5

8.3 Тестирање интегрисано преносно-дистрибутивне процедуре на различитим конфигурацијама дистрибутивних мрежа

У овој класи тестова, анализира се утицај топологије ИПД мрежа на број итерација. Ефекти несиметричних режима и управљачких стратегија су слични онима датим у претходном делу. Целокупна мрежа се решава са процедуром за прорачун токова снага ИПД мрежа датом у глави 5, док за потребе тестирања су уведени додатни случајеви 6–11.

8.3.1 Случај 6

Овај случај изведен је из случаја 3, заменом потрошача $L_1–L_5$ са слике 8.1.1 са две IEEE европске ДМ [97]. Две европске ДМ спојене су као што је дато на слици 8.3.1.1. Процедура за прорачун токова снага ИПД мреже је конвергирала у 7 итерација.



Слика 8.3.1.1. Тест–дистрибутивна мрежа формирана из две европске IEEE ДМ [97]

8.3.2 Случај 7

Овај случај изведен је из случаја 6 на следећи начин: на слици 8.3.1.1, вод између чворова $i \in \{3', 4', 7', 8', 11'\}$ и 1002 је уклоњен, а додат је вод између чворова 617 и 1002, чиме се добија дугачка радијална мрежа. Процедура за прорачун токова снага ИПД мреже је конвергирала у 8 итерација. Повећање броја итерација било је очекивано, јер десни део ДМ са слике 8.3.1.1 представља додатну потрошњу за леви део те мреже.

8.3.3 Случај 8

Овај случај изведен је из случаја 4 уводећи следеће модификације: Сваки потрошач $L_1–L_5$ са слике 8.1.1 је замењен са две IEEE европске ДМ, као што је и приказано на слици 8.3.1.1. Процедура за прорачун токова снага ИПД мреже у овом случају конвергира у 9

итерација. У односу на случај 6, број итерација је порастао, јер ПМ нема петље, и самим тиме нема водове (линкове) којима би се постигао бољи напонски профил широм мреже.

8.3.4 Случај 9

Овај случај формиран је из случаја 8, уклањањем вода између чворова 1 и 1002 и повезивањем чворова 617 и 1002 додатним водом. Процедура за прорачун токова снага ИПД мреже конвергира у 10 итерација. Разлог повећања броја итерација исти је као и у случају 7.

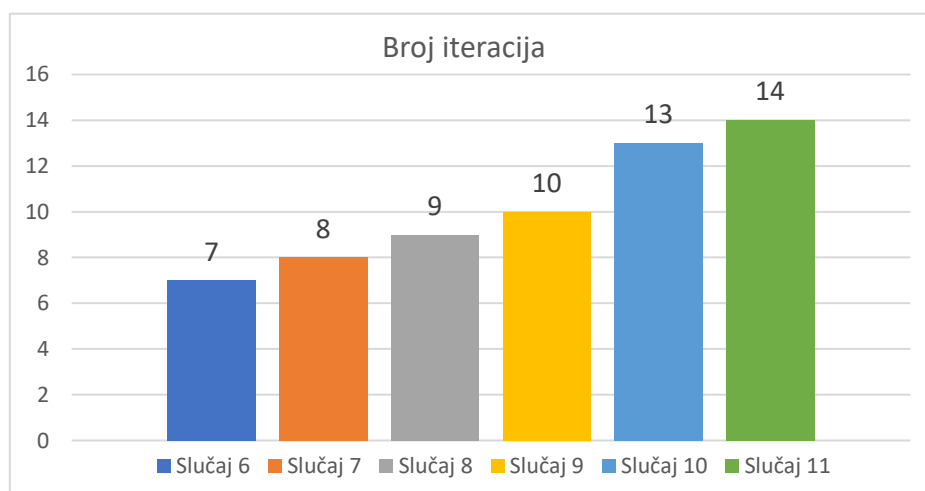
8.3.5 Случај 10

Овај случај изведен је из случаја 5: сваки потрошач $L_1 - L_5$ са слике 8.1.1 замењен је са две европске IEEE ДМ [34, 97], као што је приказано на слици 8.3.1.1. Процедура за прорачун токова снага ИПДМ конвергира у 13 итерација. У поређењу са случајем 8, повећање броја итерација је проузроковано формирањем дугачке путање снабдевања енергије од балансног чвора до потрошачких чворова.

8.3.6 Случај 11

Овај случај добијен је из случаја 10 следећим модификацијама: вод између чворова $i \in \{3', 4', 7', 8', 11'\}$ и 1002 је уклоњен, а додат је вод између чворова 617 и 1002 (слика 8.3.1.1). Процедура за прорачун токова снага ИПДМ конвергира у 14 итерација. Разлог повећања броја итерације је исти као и у случају 7.

Резиме броја итерација за случајеве 6–11 приказан је на слици 8.3.6.1. У случајевима 7, 9 и 11, у поређењу са случајевима 6, 8 и 10, повећани број итерација је очекиван због формирања дугачких путања снабдевања у ДМ са слике 8.3.1.1. Важно је напоменути да није било појава дивергенције током извршавања процедуре за прорачун токова снага чак ни у најтежим тест-случајевима (где десни део ДМ са слике 8.3.1.1 представља додатну потрошњу за леви део мреже).



Слика 8.3.6.1. Број итерација за случајеве 6–11

8.4 Утицај броја петљи на број итерација алгоритма сумирања струја и корекција напона

У електроенергетској литератури, уврежено је мишљење да додавањем петљи у мрежи се повећава број итерација. Међутим, локација и број додатих петљи могу имати значајан утицај на број итерација. На пример, више петљи може изједначити/приближити напоне у различитим деловима мреже, што доводи до смањења броја итерација. Да би се анализирао утицај броја и локација петљи у ДМ на број итерација за процедуру сумирања струја и корекције напона (ССКН), извршена је посебна класа нумеричких тестова, као што је приказано у табели 8.4.1. У свакој врсти табеле број петљи у ДМ је повећан за један тако што су инсертовани водови/линкови. Прве четири петље су формиране спајањем чворова са потпуно истим напонима чиме се није повећао број итерација. Ако се петља формира спајањем чворова са различитим напонима (петље 5 и 6 из табеле 8.4.1), долази до повећаног броја итерација. Међутим, ако се формира (специфична) петља додавањем вода између чворова 1 и 1617 (који изједначава напоне у мрежи) број итерација се смањује на претходну вредност. Било која друга петља формирана након ове специфичне петље није повећала број итерација. Ово показује да, генерално, већи број петљи не мора нужно довести до повећаног броја итерација, као што је наведено у [98].

Табела 8.4.1. Утицај броја петљи на број итерација процедуре ССКН

Број петљи	Додат вод између чворова	Број итерација
1	280 – 1280	7
2	617 – 1617	7
3	234 – 1234	7
4	201 – 1201	7
5	280 – 1617	9
6	276 – 1896	9
7	1 – 1617	7
8	169 – 1629	7

8.5 Поређење са репрезентативним процедурама за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивних мрежа

У овом делу, дато је поређење неколико приступа за прорачун токова снага у ИПД мрежа. Прва два приступа су репрезентативне процедуре дате у референцама [4, 6, 8]. Следећа два приступа представљају предложено једнонитну и вишенитну процедуру за прорачун токова снага ИПД мрежа. ПМ малих димензија са слике 8.1.1, са потрошачима који су моделовани да буду ДМ из случаја 6 (слика 8.3.1.1, параграф 8.3.1), је употребљена за поређење перформанси следећих приступа:

- 1) Обједињени приступ који решава целокупан систем помоћу Њутн-Рафсоновог метода [4, 6, 8].
- 2) Расподељени приступ који решава ПМ и ДМ одвојено помоћу Њутн-Рафсоновог метода [4, 6, 8].

- 3) Предложени једнонитни ИПД приступ који решава део модела ДМ употребом методе ССКН и део модела ПМ употребом Њутн-Рафсоновог метода, као што је предложено делу 6.1.
- 4) Предложени вишенитни ИПД приступ (део 6.2).

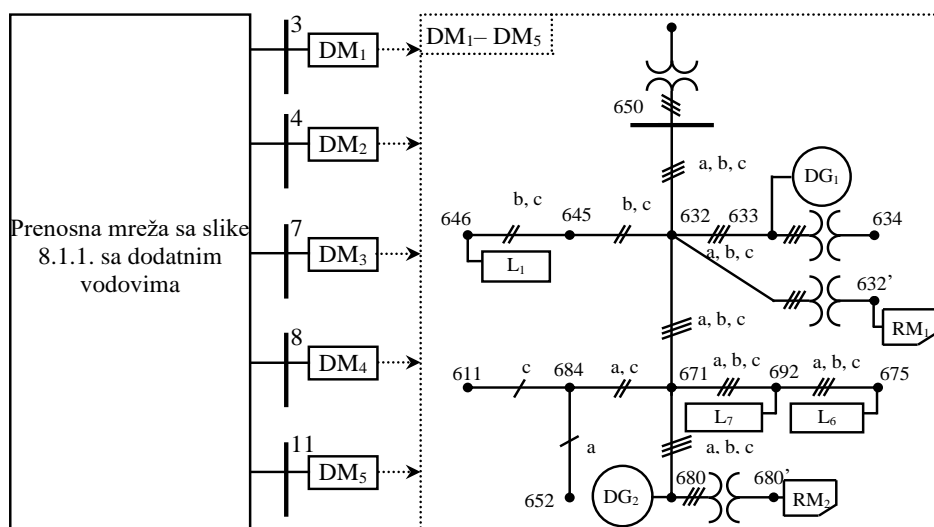
У табели 8.5.1 дато је укупно време извршења CPU и број итерација за изабране приступе. У поређењу обједињеног Њутновог са расподељеним Њутн-Њутн методом број итерација остаје исти с обзиром да је у питању иста топологија. Међутим, у дистрибутивном делу расподељеног Њутн-Њутн приступа постоји додатни унутрашњи итеративни процес који проузрокује повећање времена прорачуна. При поређењу предложене процедуре за прорачун токова снага ИПД мрежа са оба приступа с једне стране (једнонитна и вишенитна) и обједињеним Њутновим и расподељеним Њутн-Њутн методом с друге стране, може се приметити да је број итерација већи за процедуре које су развијене у овој дисертацији. Међутим, употребом ССКН у ДМ захтева значајно мање времена за прорачуне, што доводи до смањења укупног времена прорачуна. Треба напоменути да једнонитно предложено решење за прорачун токова снага конкретне тест мреже од 1,5 до 4 пута брже у односу на репрезентативне процедуре, док је вишенитно решење између 2 и 5 пута брже у поређењу са истим процедурама.

Табела 8.5.1. Поређење различитих приступа у прорачунима токова снага ИПД мрежа

Приступ	Укупно CPU време [ms]	Број итерација
Обједињени Њутн [4, 6, 8]	164	3
Расподељени Њутн-Њутн [4, 6, 8]	445	3
Предложена једнонитна процедура ИПД	102	7
Предложена вишенитна процедура ИПД	83	7

8.6 Валидација модела на малој интегрисаној преносно-дистрибутивно-резиденцијалној тест мрежи

Предложени модел и процедура дате у главама 3 и 4 су потврђени на малој ИПДР тест мрежи која је приказана на слици 8.6.1.



Слика 8.6.1. Мала тест ИПДР мрежа

ИПДР мрежа са слике 8.6.1 састоји се од следећих делова:

- 1) *Преносни део* ИПДР мреже који је изведен из ПМ са слике 8.1.1. У новој ПМ додати су преносни водови $\{(2-3), (4-5), (6-7), (8-9), (10-11), (12-13)\}$. Водови имају исте дужине и параметре које су дате у табели 8.1.1 (део 8.1). Балансни чвор 1 (чвор у коме је прикључен EP_1 са слике 8.1.1) има следеће фазне углове и модуле напона редом: $\theta_a = 0^\circ$, $V_a = 115$ [kV], $\theta_b = 240^\circ$, $V_b = 115$ [kV], и $\theta_c = 120^\circ$, $V_c = 115$ [kV]. Параметри EP и EPЕЕ су исти и дати су у параграфу 8.1.1, случај 1. Трофазне активне и реактивне снаге су специфициране за EP₂, EPЕЕ₁ и EPЕЕ₂ и износе редом 2,5 MW и 1,6 MVA_r. Трофазна активна снага и модул директне компоненте напона су специфицирани за EP₃, EPЕЕ₃ и EPЕЕ₄ и износе редом 2,5 MW и 110 kV. ДМ су прикључене у чворовима 3, 4, 7, 8 и 11. Тројка фазних активних и реактивних снага индустријских потрошача прикључених у чвору 12 су специфициране редом: $P_a = 870$ [kW], $P_b = 600$ [kW], $P_c = 800$ [kW], и $Q_a = 600$ [kVA_r], $Q_b = 400$ [kVA_r], $Q_c = 700$ [kVA_r]. Типови чворова дати су у табели 8.6.1.

Табела 8.6.1. Класификација типова чворова

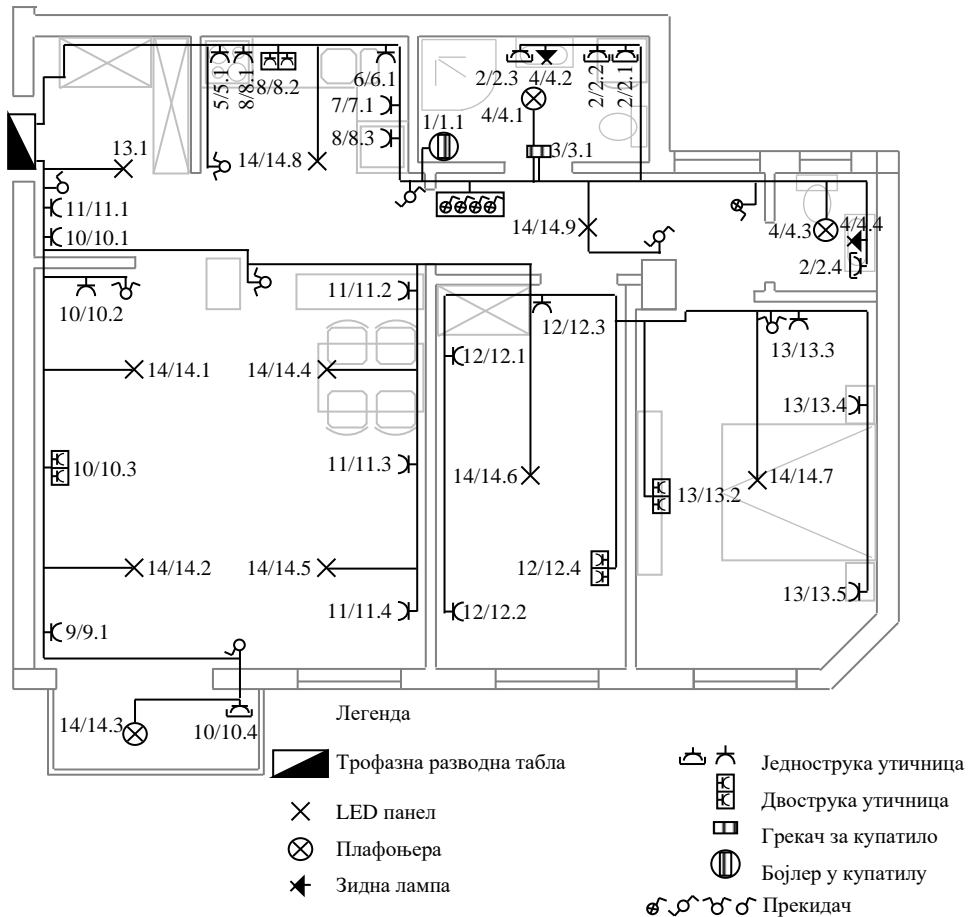
Чвор	1	2	5	6	9	10	3, 4, 7, 8, 11	12	13
Тип чвора	3 θ V	$P_\Sigma Q_\Sigma$	$P_\Sigma V$	$P_\Sigma Q_\Sigma I$	$P_\Sigma VI$	$P_\Sigma Q_\Sigma V_{sym}$	$3P_D Q_D$	3PQ	$P_\Sigma V_{sym}$

- 2) *Дистрибутивни део* ИПДР мреже укључујући пет мрежа обележене редом на слици 8.6.1 са ДМ₁–ДМ₅, које су формиране модификацијом мреже IEEE 13 [X43]. Направљене су следеће модификације (слика 8.6.1): у чворовима 633 и 680 прикључени су редом трофазни ДГ₁ и ДГ₂. Генератори имају исте погонске параметре: $V_n = 4.16$ [kV], $S_n = 500$ [kVA], $\hat{Y}^+ = 110\%$, $\hat{Y}^- = 20\%$, $\hat{Y}^0 = 10\%$. Специфициране трофазне активне и реактивне снаге за сваки ДГ су редом 450 kW и 200 MVA_r. Додатна управљачка стратегија за ДГ₂ јесте да инјектира симетричну трофазну струју. Једнофазне активне и реактивне снаге потрошача су исте као и у [97]. Чворови 632' и 680', као и трансформатори између чворова 632 и 632', и 680 и 680', су додати да би се омогућила веза између резиденцијалних мрежа РМ₁ и РМ₂ са ДМ. Оба трансформатора имају исте параметре као у [97].
- 3) *Резиденцијални део* ИПДР мреже који садржи две РМ стамбених јединица приказане на слици 8.6.1 и означене су редом са РМ₁ и РМ₂. Детаљни приказ РМ₁ и РМ₂ дат је на слици 8.6.2. Ове мреже са слике 8.6.2 прикључене су редом у чворовима 632' и 680' на слици 8.6.1.

Дата процедура конвергира у 7 итерација. Овај тест представља основни случај са којом ће бити поређена наредна 3 сценарија (случаја).

8.6.1 Случај 12

У овом случају тестира се утицај различитих потрошача на број итерација предложене процедуре, што је стандардан тест за све процедуре за прорачун токова снага. Специфициране активне и реактивне снаге потрошача из основног случаја су помножене са фактором потрошње λ . У табели 8.6.1.1 приказан је утицај фактора потрошње на број итерација. Резултати су у складу са очекивањима, јер додатна потрошња утиче на пораст броја итерација.



Слика 8.6.2. Стамбена јединица (PM)

Табела 8.6.1.1. Утицај различитих фактора потрошње

Фактор потрошње λ	0,1	0,5	1	1,5	2	2,5	3
Број итерација	5	6	7	8	10	13	23

8.6.2 Случај 13

У овом случају испитује се утицај различитог односа R/X код преносних и дистрибутивних водова на број итерација док се модул импедансе ($Z = \sqrt{R^2 + X^2}$) држи константним. Модул импедансе вода се држи константним из разлога што се тиме дужина водова не мења али се мења сама конфигурација (однос индуктивне и капацитивне спреге унутар водова). Резултати су дати у табели 8.6.2.1. Може се закључити да нема промене у броју итерација при различитим односима R/X , што је у складу са [41].

Табела 8.6.2.1. Утицај односа R/X на број итерација

Однос R/X	0,001	0,01	0,1	1	2	5	10
Број итерација	7	7	7	7	7	7	7

8.6.3 Случај 14

У овом случају ПМ са слике 8.6.1 замењена је са ПМ из случаја 4 и 5 који су описани у делу 8.3. Резултати су представљени у табели 8.6.3.1. Када се упореди ПМ из случаја 4 са оном са слике 8.6.1, број итерација се повећава јер преносна мрежа у случају 4 не садржи петље односно, не постоје преносни водови којим се изједначава напон широм мреже. Када се упореди ПМ из случаја 5 са оном са слике 8.6.1, број итерација се још више повећава. Разлог је у томе што постоји само једна путања између балансног чвора, с једне стране, и потрошње и енергетских ресурса, с друге стране.

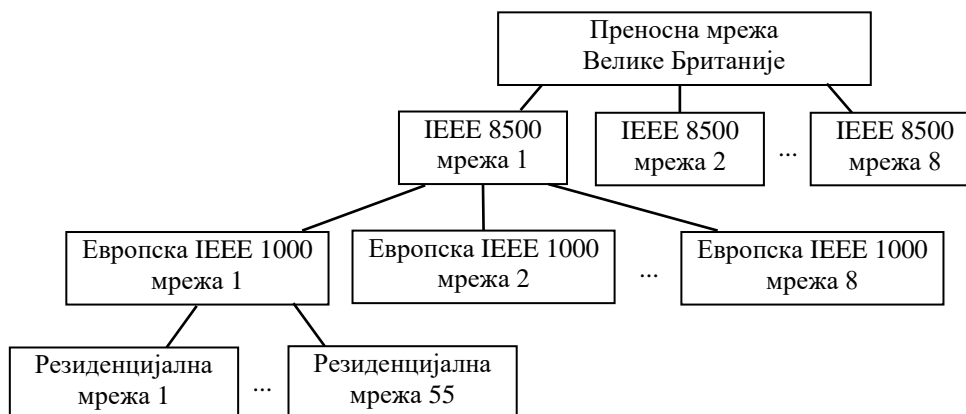
Табела 8.6.3.1. Утицај топологије преносне мреже

Преносна мрежа	Број итерација
Са слике 8.6.1	7
Из случаја 4 (део 8.3)	9
Из случаја 5 (део 8.3)	10

8.7 Перформансе процедуре за прорачун токова снага у интегрисаним преносно-дистрибутивно резиденцијалним мрежама примењене на великим системима

Перформансе једнонитне и вишенитне процедуре за прорачун токова снага ИПДР мрежа тестиране су на различитим великим ИПДР мрежама. Употребљена је ПМ Велике Британије (ВБ) [99] комбинована са мрежом IEEE 8500 и европском мрежом IEEE 1000 [97] на различите начине. Комбинацијом наведених мрежа добили су се различити велики тест системи. Структура великих тест мрежа дата је на слици 8.6.1. Преносна мрежа ВБ модификована је тако да укључује инверзне и нулте погонске параметре преносних водова (нулта погонска импеданса има пет пута већу вредност од директне погонске импедансе). Ово је урађено из разлога узимања у обзир несиметричних режима ПМ. Предложене управљачке стратегије које су моделоване трофазним типовима чворова унапређене класификације чворова (табела 5.2.1.1, параграф 5.2.1) имплементирани су над оригиналним генераторима. У чворовима ПМ, прикључен је различит број (од 1 до 8) дистрибутивних мрежа IEEE 8500. У трофазним чворовима ДМ, прикључен је различит број (од 1 до 8) европских ниско напонских (НН) мрежа IEEE 1000 које садрже 3000 фазних чворова. Потрошачи у НН мрежама замењени су са стамбеним јединицама (РМ) приказаних на слици 8.6.2 чије мреже садрже деведесет два фазна чвора. У осталим чворовима ПМ специфициране су неуравнотежене потрошње:

- 1) У фази а, вредности активне и реактивне снаге су једна трећина вредности специфициране у [99].
- 2) У фази b, задате су 10% ниже вредности активних и реактивних снага у односу на фазу а.
- 3) У фази с, задате су 10% више вредности активних и реактивних снага у односу на фазу а.



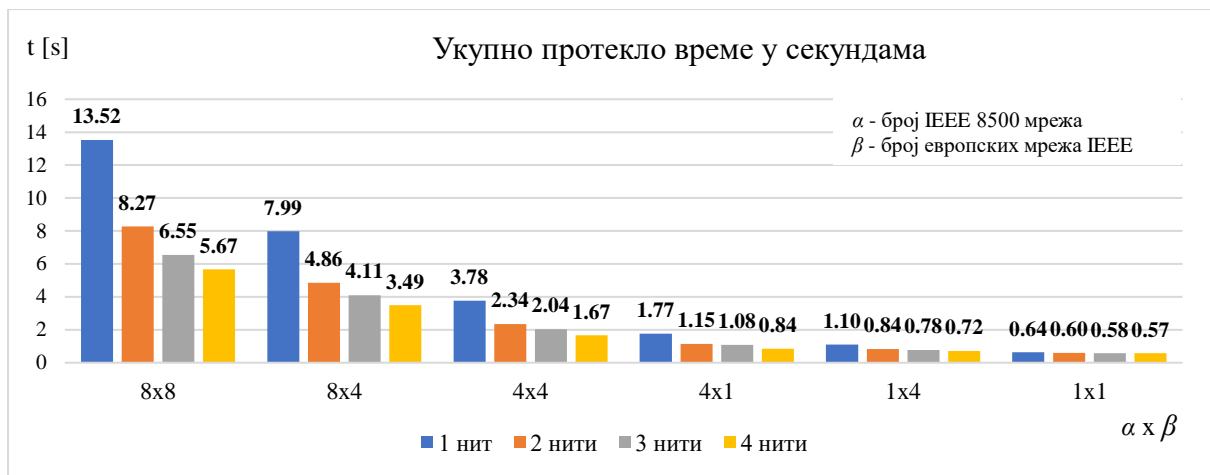
Слика 8.7.1. Велика ИПДР мрежа за тестирање развијене једнонитне и вишенитне процедуре за прорачун токова снага

Прорачуни токова снага примењени су на описаним мрежама великих димензија које имају број чворова у распону од 23.235 до 590.515. Резултати тестирања дати су у табели 8.7.1. Може се приметити да убрзање прорачуна иде од 1,12 пута за најмању мрежу (која садржи 23.235 чворова) до 2,39 пута за највећу мрежу (која садржи 590.515 чворова). Убрзање је дефинисано као однос времена конвергенције за једнонитну имплементацију и времена конвергенције за вишенитну имплементацију развијене процедуре.

Табела 8.7.1. Утицај величине мреже на перформансе прорачуна токова снага

Мрежа	Број IEEE 8500 мрежа	Број IEEE 1000 по IEEE 8500	Укупан број једнофазних чворова	Једнонитно време конвергенције [s]	Вишенитно време конвергенције [s]	Број итерација	Убрзање
1	1	1	23235	0.64	0.57	10	1.12
2	1	4	47415	1.10	0.72	10	1.52
3	4	1	72915	1.93	0.84	11	2.30
4	4	4	169635	3.77	1.67	11	2.27
5	8	4	332595	7.99	3.49	12	2.29
6	8	8	590515	13.52	5.67	12	2.39

Утицај броја нити на време конвергенције представљен је на слици 8.7.2. Величина мреже се мења мењањем броја ДМ и РМ у ИПДР мрежи. Може се приметити да повећањем броја ДМ (мреже IEEE 8500 и IEEE 1000) убрзање (однос времена извршавања вишенитне и једнонитне имплементације) постаје значајније. Међутим, постоји и ограничавајући фактор, а то је број логичких процесора на CPU. Ипак, чак и са скромнијим процесорима (који садрже четири логичка процесора) убрзање је веће од 2 пута што значи да је вишенитни прорачун токова снага ИПДР мрежа више него два пута бржи у односу на једнонитни прорачун.



Слика 8.7.2. Утицај броја нити на време конвергенције

9 Дискусија резултата

Проблем модела и прорачуна токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивних (ИПД) и (ИПД) ИПД-резиденцијалних (ИПДР) мрежа као модел и прорачун над комплетном електроенергетском мрежом јесте да захтева додатне трансформације мрежа и одређена поједностављења која утичу на тачност резултата. Са друге стране, када се токови снага прорачунавају засебно за сваки подсистем, потребне су додатне итеративне шеме као што је приказано у табели 8.5.1, део 8.5. Такође, показано је и да је предложена процедура за прорачун токова снага ИПДР мрежа бржа од репрезентативних процедура из литературе када се примењује над истом топологијом мреже.

Кроз резултате прорачуна показано је да је веома важно да се узму у обзир управљачке стратегије традиционалних енергетских ресурса (ЕР) и додатне управљачке стратегије ЕР који су прикључени на мрежу преко уређаја енергетске електронике (ЕРЕЕ). Такође, у глави 5 и делу 8.1 редом је изложен модел и демонстриран утицај управљачких стратегија, како за прецизност прорачуна тако и на брзину конвергенције. На пример, у случају 3 (параграф 8.1.1.3) показано је да се укључивањем додатних управљачких стратегија ЕРЕЕ смањује број итерација са 9 на 6.

У највећем делу литературе резиденцијалне мреже (РМ) нису биле укључене у прорачун токова снага ИПД мрежа. Делови 8.6. и 8.7 показују да је могуће укључити РМ како у малим, тако и у мрежама великих димензија и развити процедуру за прорачун токова снага ИПДР мрежа.

У наредном делу, размотрени су робусност и ограничења предложене методологије.

9.1 Робусност предложене методологије

Робусност предложеног решења је анализирана на следећи начин:

- 1) Утицај односа R/X код водова на број итерација.
- 2) Утицај малих дужина водова на број итерација и нумеричку стабилност.
- 3) Утицај повећања потрошње у мрежи на број итерација.
- 4) Утицај броја петљи на број итерација процедуре сумирања струје и корекције напона (ССКН).
- 5) Утицај величине мреже на време извршавања прорачуна.

Тестирања робусности су показала следеће:

- 1) Различите вредности односа R/X не утичу на број итерација (параграф 8.6.2, случај 13).
- 2) Веома мале дужине водова не утичу на број итерација када се користи комерцијални нумерички софтвер за решавање система једначина (део 8.2).
- 3) Повећана потрошња повећава број итерација као што је и очекивано (параграф 8.6.1, случај 12).
- 4) Генерално, већи број петљи не доводи обавезно до повећаног броја итерација (део 8.4).
- 5) Код мрежа великих димензија вишенитна имплементација постаје доста ефикаснија

у односу на једнонитну имплементацију (део 8.7).

9.2 Ограничења предложене методологије

У предложеном моделу ИПДР мрежа, нису моделовани неуравнотежени надземни водови. Моделовање неких напредних технолошких решења, као што су квад-бустери, фазни шифтери, статички VAr системи (SVC) и различити типови складишта енергије, такође се могу инкорпорирати у развијени модел токова снага ИПДР мрежа.

У анализи робусности једно- и вишенитне процедуре за прорачун токова снага, приметно је да предложена вишенитна процедура даје боље резултате на већим мрежама у поређењу са једнонитном процедуром (слика 8.7.2, део 8.7.). Међутим, постоји ограничење у броју употребљених нити [32]. На ово ограничење директно утиче број CPU језгара и логичких процесора, односно, даље повећање броја нити може довести до деградације времена извршења прорачуна као што је показано у [32].

10 Закључак

Техничка интеграција преносних и дистрибутивних мрежа и повећана спрега са другим енергетским мрежама захтева даљи развој метода за анализу мрежа, модела и процедура за прорачуна токова снага. У овом раду предложен је модел и процедура за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивних (ИПД) и ИПД-резиденцијалних (ИПДР) мрежа која комбинује моделе трофазних преносних, вишефазних дистрибутивних и резиденцијалних мрежа. У моделима су имплементирани различите управљачке стратегије енергетских (ЕР) и ЕР који су на мрежу прикључени преко уређаја енергетске електронике (ЕРЕЕ) у несиметричним режимима ИПДМ/ИПДРМ као и примена вишенитног решења за прорачун токова снага.

Утврђено је да предложени приступ у коме се врши прорачун за целу мрежу у једној итерацији троши мање времена у поређењу са уједињеним приступом у коме се мреже решавају употребом Њутн-Рафсонове методе и расподељеним приступом у којем постоје унутрашњи итеративни процеси. Развијене управљачке стратегије енергетских ресурса значајно утичу на резултате прорачуна токова снага и брзину конвергенције. На предложено решење не утичу односи R/X код водова. Процедура за прорачун токова снага у дистрибутивним мрежама са великом потрошњом захтева више итерација и није било (традиционалних) проблема са конвергенцијом када мрежа у преносном делу система садржи изузетно кратке секције водова. Претпоставка да ова последња карактеристика развијене процедуре јесте последица употребе веома прецизног, индустријског софтверског пакета за решавање система линеарних алгебарских једначина. У поређењу са репрезентативним приступима, предложена методологија је бржа до четири пута за једнонитну и до пет пута за вишенитну имплементацију.

Када је у питању величина мреже, ефикасност вишенитне имплементације у поређењу са једнонитном имплементацијом постаје израженија у случају већих мрежа. Добијено убрзање за мрежу која садржи 50.000 фазних чворова је 1,52 пута, док је убрзање за мрежу која садржи пола милиона фазних чворова 2,39 пута.

Предложен модел и процедура прорачуна токова снага ИПДР мрежа могу бити корисни како за академску заједницу тако и за индустрију с обзиром на то да је најновији развој у овој области довео до високог нивоа међуповезаности мрежа и захтева за анализом и прорачунима интегрисаних мрежа из различитих области. Такође, ово решење је неколико пута брже од репрезентативних решења и показује значајну робусност.

Будућа истраживања могу бити усмерена у неколико праваца:

- 1) Развој и интеграције модела технолошки напредних решења и уређаја, као што су пуњачи електричних возила (ЕВ), FACTS засновани на енергетској електроници, различите врсте складишта енергије, лимитери струја квара, итд.
- 2) Инкорпорација предложеног модела и процедуре прорачуна токова снага у различитим енергетским функцијама као што су статичка/динамичка анализа безбедности, управљање електроенергетског система и (оптимално) планирање рада, цене, експлоатација у мултиенергетским системима, итд.
- 3) Развој нових вишенитних приступа при чему ће се ПМ такође обрађивати на паралелан начин, а дистрибуирано рачунање ће бити могуће на унапред одређеним сегментима мреже.

Литература

- [1] A. Pandey, M. Jereminov, M. R. Wagner, D. M. Bromberg, G. Hug, and L. Pileggi, "Robust power flow and three-phase power flow analyses," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 34, no. 1, pp. 616-626, Jan. 2019, doi: 10.1109/TPWRS.2018.2863042.
- [2] R. K. Portelinha, C. C. Durce, O. L. Tortelli, and E. M. Lourenco, "Fast-decoupled power flow method for integrated analysis of transmission and distribution systems," *Electric Power Systems Research*, vol. 196, Jul. 2021, Art. no. 107215, doi: 10.1016/j.epsr.2021.107215.
- [3] K. Tang, S. Dong, C. Zhu, and Y. Song, "Affine arithmetic-based coordinated interval power flow of integrated transmission and distribution networks," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 5, pp. 4116-4132, Sep. 2020, doi: 10.1109/TSG.2020.2991210.
- [4] H. Sun, Q. Guo, B. Zhang, Y. Guo, Z. Li, and J. Wang, "Master-slave-splitting based distributed global power flow method for integrated transmission and distribution analysis," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 6, no. 3, pp. 1484-1492, Sep. 2014, doi: 10.1109/TSG.2014.2336810.
- [5] H. Jain, B. A. Bhatti, T. Wu, B. Mather, and R. Broadwater, "Integrated transmission-and-distribution system modeling of power systems: State-of-the-art and future research directions," *Energies*, vol. 14, no. 1, 2020, Art. no. 12, doi: 10.3390/en14010012.
- [6] A. Pandey, L. Pileggi, "Steady-state simulation for combined transmission and distribution systems," *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 2, pp. 1124-1135, Mar. 2020, doi: 10.1109/TSG.2019.2932403.
- [7] S. M. Mohseni-Bonab, A. Hajebrahimi, I. Kamwa, and A. Moeini, "Transmission and distribution co-simulation: a review and propositions," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 14, no. 21, pp. 4631-4642, Nov. 2020, doi: 10.1049/iet-gtd.2020.0244.
- [8] M. E. Kootte, C. Vuik, "Steady-State Stand-Alone Power Flow Solvers for Integrated Transmission-Distribution Networks: A Comparison Study and Numerical Assessment," *Energies*, vol. 14, no. 18, Art. no. 5784, Sep. 2021, doi: 10.3390/en14185784.
- [9] Q. Huang, V. Vittal, "Integrated transmission and distribution system power flow and dynamic simulation using mixed three-sequence/three-phase modeling," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 5, pp. 3704-3714, Sep. 2017, doi: 10.1109/TPWRS.2016.2638910.
- [10] A. Kapetanaki, V. Levi, M. Buhari, and J.A. Schachter, "Maximization of wind energy utilization through corrective scheduling and FACTS deployment," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 32, no. 6, pp. 4764-4773, Nov. 2017, doi: 10.1109/TPWRS.2017.2662802.
- [11] S. W. Ali et al., "Offshore wind farm-grid integration: A review on infrastructure, challenges, and grid solutions," *IEEE Access*, vol. 9, pp. 102811-102827, Jul. 2021, doi: 10.1109/ACCESS.2021.3098705.
- [12] C.H. Lo, N. Ansari, "Alleviating solar energy congestion in the distribution grid via smart metering communications," *IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems*, vol. 23, no. 9, pp. 1607-1620, Sep. 2012, doi: 10.1109/TPDS.2012.125.
- [13] L. Gutierrez-Lagos, K. Petrou, and L. F. Ochoa, "Quantifying the effects of medium voltage-low voltage distribution network constraints and distributed energy resource

- reactive power capabilities on aggregators,” *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 15, no. 14, pp. 2019-2032, Jul. 2021, doi: 10.1049/gtd2.12152.
- [14] V. Rigoni, D. Flynn, and A. Keane, “Coordinating demand response aggregation with LV network operational constraints,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 2, pp. 979-990, Mar. 2021, doi: 10.1109/TPWRS.2020.3014144.
- [15] P. Arboleya, A. Koirala, L. Suárez, B. Mohamed, and C. González-Morán, “Impact Evaluation of the New Self-Consumption Spanish Scenario on the Low-Voltage Terminal Distribution Network,” *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 6, pp. 7230-7239, Nov. 2019, doi: 10.1109/TIA.2019.2913825.
- [16] P. C. Taylor et al., “An interdisciplinary research perspective on the future of multi-vector energy networks,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 135, Art. no. 107492, Feb. 2022, doi: 10.1016/j.ijepes.2021.107492.
- [17] Z. Li, W. Wu, M. Shahidehpour, J. Wang, and B. Zhang, “Combined heat and power dispatch considering pipeline energy storage of district heating network,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 1, pp. 12-22, Jan. 2016, doi: 10.1109/TSTE.2015.2467383.
- [18] Y. Feng, V. Levi, D. Četenović, J. Zhao, P. Taylor, and V. Terzija, “Primal-Dual Decomposed State Estimation for Multi-Energy Systems Leveraging Variational Bayesian Approximation,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, Oct. 2023, doi: 10.1109/TSG.2023.3328114.
- [19] G. Yin, D. Četenović, V. Levi, H. Sun, and V. Terzija, “Online State Estimation of the Integrated Electricity and Gas System Based on the Gaseous Circuit Method,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 14, no. 5, pp. 3465-3481, Sep. 2023, doi: 10.1109/TSG.2022.3231407.
- [20] X. Xu, Q. Wu, B. Zhou, C. Li, L. Bai, and S. Huang, “Distributed multi-energy operation of coupled electricity, heating, and natural gas networks,” *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 11, no. 4, pp. 2457-2469, Oct. 2020, doi: 10.1109/TSTE.2019.2961432
- [21] S. Pirouzi, “Network-constrained unit commitment-based virtual power plant model in the day-ahead market according to energy management strategy,” *IET Generation, Transmission and Distribution*, vol. 17, no. 22, pp. 4958–4974, Nov. 2023, doi: <https://doi.org/10.1049/gtd2.13008>.
- [22] X. Zhang, X. Yu, X. Ye, and S. Pirouzi, “Economic energy management of networked flexi-renewable energy hubs according to uncertainty modeling by the unscented transformation method,” *Energy*, vol. 278, Art. no. 128054, Jun. 2023, doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2023.128054>
- [23] F. Khalafian, N. Ilaee, E. Diakina, P. Parsa, M.M. Alhaider, M.H. Masali, S. Pirouzi, and M. Zhu, “Capabilities of compressed air energy storage in the economic design of renewable off-grid system to supply electricity and heat costumers and smart charging-based electric vehicles,” *Journal of Energy Storage*, vol. 78, Art. No. p.109888, Dec. 2024, doi: <https://doi.org/10.1016/j.est.2023.109888>
- [24] M. Norouzi, J. Aghaei, S. Pirouzi, T. Niknam, M. Fotuhi-Firuzabad, “Flexibility pricing of integrated unit of electric spring and EVs parking in microgrids,” *Energy*, vol. 239, Art. No. 122080, Jan. 2022, doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2021.122080>.
- [25] M. Karimi, A. Shahriari, M. R. Aghamohammadi, H. Marzooghi, and V. Terzija,

- “Application of Newton-based load flow methods for determining steady-state condition of well and ill-conditioned power systems: A review,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 113, pp. 298-309, Dec. 2019, doi: 10.1016/j.ijepes.2019.05.055.
- [26] A. Marini, S. S. Mortazavi, L. Piegari, and M. S. Ghazizadeh, “An efficient graph-based power flow algorithm for electrical distribution systems with a comprehensive modeling of distributed generations,” *Electric Power Systems Research*, vol. 170, pp. 229-243, May 2019, doi: 10.1016/j.epsr.2018.12.026.
- [27] N. Dkhili, J. Eynard, S. Thil, and S. Grieu, “A survey of modelling and smart management tools for power grids with prolific distributed generation,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 21, Art. no. 100284, Mar. 2020, doi: 10.1016/j.segan.2019.100284.
- [28] H. E. Fuentes, F. J. Soto, and J. L. Martínez-Ramos, “A Fast Non-Decoupled Algorithm to Solve the Load Flow Problem in Meshed Distribution Networks,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 32, Art. no. 100895, Dec. 2022, doi: 10.1016/j.segan.2022.100895.
- [29] R. Verma, V. Sarkar, “Application of modified Gauss-Zbus iterations for solving the load flow problem in active distribution networks,” *Electric Power Systems Research*. vol. 168, pp. 8-19, Mar. 2019, doi: 10.1016/j.epsr.2018.11.005.
- [30] F. Feng, P. Zhang, “Implicit Zbus Gauss Algorithm Revisited,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 35, no. 5, pp. 4108-4111, Sep. 2020, doi: 10.1109/TPWRS.2020.3000658.
- [31] H. M. Junior, I. D. Melo, and E. G. Nepomuceno, “An interval power flow for unbalanced distribution systems based on the Three-Phase Current Injection Method,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 139, Art. no. 107921, Jul. 2022, doi: 10.1016/j.ijepes.2021.107921.
- [32] N. Vojnović, J. Vidaković, and M. Vidaković, “Decoupled load flow for large-scale multiphase distribution networks,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 34, Art. no. 101049, Jun. 2023, doi: 10.1016/j.segan.2023.101049.
- [33] N. Vojnović, J. Vidaković, and M. Vidaković, “Multi-threaded power flow of large-scale active multiphase distribution networks,” *Expert Systems with Applications*, vol. 227, Art. no. 120313, Oct. 2023, doi: 10.1016/j.eswa.2023.120313.
- [34] N. Vojnović, J. Vidaković, and M. Vidaković, “Multi-threaded unbalanced power flow of large-scale networks with advanced bus classification,” *Computers and Electrical Engineering*, vol. 101, Art. no. 108134, Jul. 2022, doi: 10.1016/j.compeleceng.2022.108134.
- [35] L. Thurner et al., “Pandapower—an open-source python tool for convenient modeling, analysis, and optimization of electric power systems,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 33, no. 6, pp. 6510-6521, Nov. 2018, doi: 10.1109/TPWRS.2018.2829021.
- [36] I. Araújo, V. Tadaiesky, D. Cardoso, Y. Fukuyama, and Á. Santana, “Simultaneous parallel power flow calculations using hybrid CPU-GPU approach,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 105, pp. 229-236, Feb. 2019, doi: 10.1016/j.ijepes.2018.08.033.
- [37] L. Zeng, S. G. Alawneh, and S. A. Arefifar, “GPU-Based Sparse Power Flow Studies With Modified Newton’s Method,” *IEEE Access*, vol. 9, pp. 153226-153239, Nov. 2021,

doi: 10.1109/ACCESS.2021.3127393.

- [38] Z. Wang, S. Wende-von Berg, and M. Braun, “Fast parallel Newton–Raphson power flow solver for large number of system calculations with CPU and GPU,” *Sustainable Energy, Grids and Networks*, vol. 27, Art. no. 100483, Sep. 2021, doi: 10.1016/j.segan.2021.100483.
- [39] H. Cui, F. Li, and X. Fang, “Effective parallelism for equation and Jacobian evaluation in large-scale power flow calculation,” *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 36, no. 5, pp. 4872–4875, Sep. 2021, doi: 10.1109/TPWRS.2021.3073591.
- [40] X. Su, C. He, T. Liu, and L. Wu, “Full parallel power flow solution: A gpu-cpu-based vectorization parallelization and sparse techniques for newton–raphson implementation,” *IEEE Transactions on Smart Grid*, vol. 11, no. 3, pp. 1833–1844, May 2020, doi: 10.1109/TSG.2019.2943746.
- [41] V. C. Strezoski, N. R. Vojnović, and P. M. Vidović, “New bus classification and unbalanced power flow of large-scale networks with electronically interfaced energy resources,” *International transactions on electrical energy systems*, vol. 28, no. 3, Art. no. e2502, Mar. 2018, doi: 10.1002/etep.2502.
- [42] V. C. Strezoski, and L. D. Trpezanovski, “Three-Phase Asymmetrical Load-Flow,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 28, no. 7, pp. 511–520, Oct. 2000, doi: 10.1016/S0142-0615(00)00012-0.
- [43] California Energy Commission, “Distributed generation strategic plan,” Publication no. P700-02-002; 2002. pp. 42.
- [44] W. Kramer, S. Chakraborty, B Kroposki, and H. Thomas, “Advanced power electronic interfaces for distributed energy systems,” Part 1, Systems and topologies, National Renewable Energy Laboratory. Report TP-581-42672; March 2008. p. 132.
- [45] F. A. Farret, and M. G. Simoes, “Integration of alternative sources of energy,” Wiley-IEEE Press, 2006, 978-0-471-71232-9.
- [46] F. Blaabjerg, Z. Chen, and S. B. Kjaer, “Power electronics as efficient interface in dispersed power generation systems,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 5, pp.1184–1194, Sep. 2004; doi: 10.1109/TPEL.2004.833453.
- [47] J. M. Carrasco, L. G. Franquelo, J. T. Bialasiewicz, E. Galvan, R. C. PortilloGuisado, M. A. M. Prats, et al. “Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: a survey,” *IEEE Transactions on Industrial Electronics* vol. 52, no. 3, pp.1002–1016, Jun. 2006, doi: 10.1109/TIE.2006.878356.
- [48] R. H. Staunton, and B. Ozpineci, “Microturbine power conversion technology review, ” Oak Ridge National Laboratory, Report ORNL/TM-2003/74, p. 40, Apr. 2003.
- [49] K.W.E Cheng, D. Sutanto, Y. L. Ho, and K. K. Law, “Exploring the power conditioning system for fuel cell, ” *IEEE Power Electronics Specialists Conference IEEEPESC*, pp. 2197–2202, Jun. 2001.
- [50] Y. Kawabata, Y. Morine, T. Oka, E. C. Ejiogu, and T. Kawabata, “New stand-alone power generating system using wound-rotor induction machine,” *IEEE Conference on Power Electronics and Drive Systems IEEE-PEDS*, pp. 335–441, Oct. 2001.
- [51] EPRI-DOE handbook of energy storage for transmission and distribution applications, Jan. 2003.
- [52] M. L. Lazarewicz, and A. Rojas, “Grid frequency regulation by recycling electrical

- energy in flywheels,” Proceedings of IEEE Power Engineering Society General Meeting, vol. 2, pp. 2038–2042, Jul. 2004.
- [53] M. Z. Kamh, and R. Iravani, “Unbalanced Model and Power-Flow Analysis of Microgrids and Active Distribution Systems,” IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 25, no. 4, pp. 2851–2858, Nov 2010, doi: 10.1109/TPWRD.2010.2042825.
- [54] M. Z. Kamh, and R. Iravani, “Unified Three-Phase Power-Flow Analysis Model for Electronically Coupled Distributed Energy Resources,” IEEE Transactions on Power Delivery vol. 26, no. 2, Apr. 2011; pp. 899–909. doi: 10.1109/TPWRD.2010.2094627.
- [55] M. Z. Kamh, and R. Iravani, “Active Distribution Networks: Modeling and Real-Time Power Management,” USA: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, vol. 4, no. 4, Jul. 2011.
- [56] M. Z. Kamh, and R. Iravani, “Steady-State Model and Power-Flow Analysis of Single-Phase Electronically Coupled Distributed Resources,” IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 27, no. 1, pp. 131–139, Jan. 2012, doi: 10.1109/TPWRD.2011.2172640.
- [57] PSCAD, <https://hvdc.ca/pscad/>, poslednji put pristupljeno: 05.01.2025.
- [58] Y. Ju, F Ge, W. Wu, Y. Lin, and J. Wang, “Three-Phase Steady-State Model of Doubly Fed Induction Generator Considering Various Rotor Speeds,” IEEE Access; vol. 4: pp. 9479–9488, Dec. 2016, doi: 10.1109/ACCESS.2016.2646683.
- [59] H. Elmqvist, and S. E. Mattsson, “Modelica—The Next Generation Modeling Language An International Design Effort,” in Proceedings of the 1st World Congress on System Simulation (WCSS’97), Sep. 1997.
- [60] Y. Ju, W. Wu, B. Zhang, and H. Sun, “An Extension of FBS Three-Phase Power Flow for Handling PV Nodes in Active Distribution Networks,” IEEE Transactions on Smart Grid vol. 5, no. 4, pp. 1547–1555, Jul. 2014, doi: 10.1109/TSG.2014.2310459.
- [61] N. Vojnović, V. Krsman, J. Vidaković, M. Vidaković, Ž. Popović, D. Pejić, and Đ. Novaković, “Residential Load Flow Modeling and Simulation,” Applied System Innovation; vol. 8(5), no. 130, Sep. 2025, doi: <https://doi.org/10.3390/asi8050130>.
- [62] M. A. Akher, and K. Mahmoud, “Unbalanced Distribution Power-Flow Model and Analysis of Wind Turbine Generating Systems,” International Transactions on Electrical Energy Systems, vol. 5, pp. 689–700, Mar 2012, doi: 10.1002/etep.1634.
- [63] T. Datta, A. K. Sinha, and P. Bajpai, “Three-phase steady state model for unbalanced operation of grid-connected wind generation unit,” India Conference (INDICON) 2016; doi: 10.1109/INDICON.2016.7839157.
- [64] T. Q. Zhao, H. D. Chiang, and K. Koyanagi, “Convergence Analysis of Implicit Z-Bus Power Flow Method for General Distribution Networks with Distributed Generators,” IET Generation, Transmission & Distribution, vol. 10, pp. 412–420, Feb. 2016, doi: 10.1049/iet-gtd.2015.0679.
- [65] P. I. Hwang, G. Jang, S. L. Moon, and S. J. Ahn, “Three-Phase Steady-State Models for a Distributed Generator Interfaced Via a Current-Controlled Voltage-Source Converter,” IEEE Transactions on Smart Grid, vol. 7, no 3, pp. 1694–1702, May 2016, doi: 10.1109/TSG.2015.2428273.
- [66] S. Chakraborty, B. Kramer, and B. Kroposki, “A Review of Power Electronics Interfaces for Distributed Energy Systems Towards Achieving Low-Cost Modular Design,” Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 13, no 9, pp. 2323–2335, Dec 2009,

doi: <https://doi.org/10.1016/j.rser.2009.05.005>.

- [67] R. Teodorescu, M. Liserre, and P. Rodriguez, “Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems,” John Wiley-IEEE Press, Dec. 2010.
- [68] Z. R. Ivanovic, E. M. Adzic, M. S. Vekic, S. U. Grabic, N. L. Celanovic, V. A. Katic, et al, “HIL Evaluation of Power Flow Control Strategies for Energy Storage Connected to Smart Grid Under Unbalanced Conditions,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 27, no. 11, pp. 4699–4710, Nov. 2012, doi: 10.1109/TPEL.2012.2184772.
- [69] H. Nikkhajoei, and R. Iravani, “Steady-State Model and Power Flow Analysis of Electronically-Coupled Distributed Resource Units,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, no 1, pp. 721–728, Jul. 2007, doi: 10.1109/TPWRD.2006.881604.
- [70] F. Gao, and R. Iravani. “A Control Strategy for a Distributed Generation Unit in Grid-Connected and Autonomous Modes of Operation,” *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 23, no. 2, pp. 850–859, Apr. 2008. doi: 10.1109/TPWRD.2007.915950.
- [71] H. Karimi, A. Yazdani, and R. Iravani, “Negative-Sequence Current Injection for Fast Islanding Detection of a Distributed Resource Unit,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 1, pp. 298–307, Feb. 2008, doi: 10.1109/TPEL.2007.911774.
- [72] S. Tošić, N. Vojnović, M. Vidaković, J. Vidaković, V. Levi, and D. Četenović, “Single and multi-threaded power flow algorithm for integrated transmission-distribution-residential networks,” *Computers and Electrical Engineering*, vol. 120, no. B, Dec. 2024, 109735, doi: 10.1016/j.compeleceng.2024.109735
- [73] Z. Stojaković, and D. Herceg: “Linearna algebra i analitička geometrija,” Univerzitet u Novom Sadu, Institut za matematiku, Novi Sad, 1992.
- [74] V. C. Strezoski, “Osnovni proračuni elektroenergetskih sistema, Tom I,” FTN izdavaštvo, Srbija, Novi Sad, 2019.
- [75] V. C. Strezoski, “Osnovni proračuni elektroenergetskih sistema, Tom II,” FTN izdavaštvo, Srbija, Novi Sad, 2019.
- [76] N. Vojnović, “Proračun tokova snaga neuravnoteženih mreža sa energetske resursima priključenim na mrežu preko uređaja energetske elektronike,” Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad, 2018.
- [77] P. M. Vidović, “Proračuni tokova snaga neuravnoteženih distributivnih mreža,” Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad, 2015.
- [78] V. Strezoski, and D. Popović, “Proračuni stacionarnih režima elektroenergetskih sistema,” Fakultet tehničkih nauka, Srbija, Novi Sad, 2008.
- [79] R. N. Liao, N. C. Yang, and T. H. Chen, “A novel and fast single-phase three-wire power flow solution for a modern home premises wiring systems,” *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 90, pp. 190-207, Sep. 2017, doi: 10.1016/j.ijepes.2017.02.006.
- [80] Intel, Intel oneAPI Math Kernel Library (oneMKL), <https://www.intel.com/content/www/us/en/developer/tools/oneapi/onemkl.html>, poslednji put pristupljeno: 03.04.2024.
- [81] N. Benton, L. Cardelli, and C. Fournet, “Modern concurrency abstractions for C#,” *ACM Transactions on Programming Languages and Systems (TOPLAS)*, vol. 26, no. 5, pp. 769-804, Sep. 2024.
- [82] G. R. Andrews, and F. B. Schneider, “Concepts and notations for concurrent

- programming,” *ACM Computing Surveys (CSUR)*, vol. 15, no. 1, pp. 3-43, Mar. 1983.
- [83] E. W. Dijkstra, “Solution of a problem in concurrent programming control,” In *Pioneers and Their Contributions to Software Engineering: sd&m Conference on Software Pioneers*, Bonn, June 28/29, 2001, Original Historic Contributions, Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, pp. 289-294, Jun. 2001.
- [84] G. Agha, and C. Hewitt, “Concurrent programming using actors: Exploiting large-scale parallelism,” In *Readings in distributed artificial intelligence*, Morgan Kaufmann, pp. 398-407. Oct. 1988.
- [85] G. Agha, “Concurrent object-oriented programming,” *Communications of the ACM*, vol. 33, no. 9, pp. 125-141, Sep. 1990.
- [86] A. D. Birrell, “An introduction to programming with threads,” *Digital Systems Research Center*, vol. 8, Jan. 1989.
- [87] T. Rauber, and G. Runger, “Parallel programming,” Berlin, Germany, Springer, Mar. 2010.
- [88] P. S. Pacheco, “An introduction to parallel programming”, Elsevier, Jan. 2011.
- [89] K. M. Chandy, “Parallel program design,” In *Opportunities and Constraints of Parallel Computing*, New York, NY: Springer US, pp. 21-24, 1989.
- [90] R. D. Blumofe, “Executing multithreaded programs efficiently,” MIT, US, 1995.
- [91] Lee, Edward A. “The problem with threads,” *Electrical Engineering and Computer Sciences*, vol. 39, no. 5, pp. 33-42, May 2006, doi: 10.1109/MC.2006.180.
- [92] S. Kleiman, S. D. Shah, and B. Smaalders, “Programming with threads,” Sun Soft Press, Feb. 1996.
- [93] J. Diaz, C. Munoz-Caro, and A. Nino. “A survey of parallel programming models and tools in the multi and many-core era,” *IEEE Transactions on parallel and distributed systems*, vol. 23, no. 8, pp. 1369-1386, Jan. 2012.
- [94] G. E. Blelloch, “Programming parallel algorithms,” *Communications of the ACM*, vol. 39, no. 3 pp. 85-97, Mar. 1996.
- [95] G. R. Andrews, “Foundations of parallel and distributed programming,” Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Nov. 1999.
- [96] M. Ben-Ari, “Principles of concurrent and distributed programming,” Pearson Education, Feb. 2006.
- [97] IEEE, IEEE PES Test Feeder, <https://cmte.ieee.org/pes-testfeeders/resources/>, poslednji put pristupljeno: 03.04.2024.
- [98] D. Shirmohammadi, H. W. Hong, A. Semlyen, and G. X. Luo, “A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks,” *IEEE Transactions on power systems*, vol. 3, no. 2, pp. 753-762, May 1988, doi: 10.1109/59.192932.
- [99] University of Edinburgh, Great Britain Network, <https://www.maths.ed.ac.uk/optenergy/NetworkData/fullGB/>, last accessed on: 03.04.2024.

Биографија

Саша Тошић рођен је 1977. године у Новом Саду. Завршио је гимназију “Јован Јовановић Змај” у Новом Саду 1996. године, након чега уписује Природно-математички факултет, смер Дипломирани информатичар. Дипломирао је 2001. године одбранивши дипломским рад под називом „Транслатор из Модуласте Јаве у Јаву”, након чега уписује магистарске студије на истом факултету. Магистарску тезу под насловом “Пакет за планирање у агентним системима” одбранио је 2010. године. Од 2017. године, студент је докторских студија на Факултету техничких наука, на смеру Рачунарство и аутоматика. Аутор је и коаутор више научних радова објављених у домаћим и страним часописима, као и радова представљених на домаћим и страним конференцијама.

Овај Образац чини саставни део докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта који се брани на Универзитету у Новом Саду. Попуњен Образац укорицити иза текста докторске дисертације, односно докторског уметничког пројекта.

План третмана података

Назив пројекта/истраживања
Једнонитни и вишенитни алгоритам за прорачун токова снага интегрисаних преносно-дистрибутивно-резиденцијалних мрежа
Назив институције/институција у оквиру којих се спроводи истраживање
а) Факултет техничких наука, Универзитет у Новом Саду
Назив програма у оквиру ког се реализује истраживање
Рачунарство и аутоматика – докторска дисертација
1. Опис података
1.1 Врста студије
<i>Укратко описати тип студије у оквиру које се подаци прикупљају</i>
Докторска дисертација
1.2 Врсте података
а) квантитативни
б) квалитативни
1.3. Начин прикупљања података
а) анкете, упитници, тестови
б) клиничке процене, медицински записи, електронски здравствени записи
в) генотипови: навести врсту _____
г) административни подаци: навести врсту _____
д) узорци ткива: навести врсту _____
ђ) снимци, фотографије: навести врсту _____
е) текст, навести врсту Актуелна литаратура у области истраживања
ж) мапа, навести врсту _____
з) остало: Тестирања креираног софтера на припремљеним тест подацима
1.4 Формат података, употребљене скале, количина података

1.4.1 Употребљени софтвер и формат датотеке:

- a) Excel фајл, датотека _____
- b) SPSS фајл, датотека _____
- c) PDF фајл, датотека _____
- d) Текст фајл, датотека _____
- e) JPG фајл, датотека _____
- f) Остало, датотека _____

1.4.2. Број записа (код квантитативних података)

- a) број варијабли _____
- б) број мерења (испитаника, процена, снимака и сл.) **15 случајева описаних у поглављу 8**

1.4.3. Поновљена мерења

- a) да
- б) **не**

Уколико је одговор да, одговорити на следећа питања:

- a) временски размак измедју поновљених мера је _____
- б) варијабле које се више пута мере односе се на _____
- в) нове верзије фајлова који садрже поновљена мерења су именоване као _____

Напомене: _____

Да ли формати и софтвер омогућавају дељење и дугорочну валидност података?

- a) **Да**
- б) **Не**

Ако је одговор не, образложити _____

2. Прикупљање података

2.1 Методологија за прикупљање/генерисање података

2.1.1. У оквиру ког истраживачког нацрта су подаци прикупљени?

- a) експеримент **Резултати тестирања креираног софтвера на припремљеним тест подацима**
- б) корелационо истраживање, навести тип _____
- ц) анализа текста, навести тип **Анализа доступне литературе**

д) остало, навести шта _____

2.1.2 Навести врсте мерних инструмената или стандарде података специфичних за одређену научну дисциплину (ако постоје).

2.2 Квалитет података и стандарди

2.2.1. Третман недостајућих података

а) Да ли матрица садржи недостајуће податке? Да **Не**

Ако је одговор да, одговорити на следећа питања:

- а) Колики је број недостајућих података? _____
- б) Да ли се кориснику матрице препоручује замена недостајућих података? Да **Не**
- в) Ако је одговор да, навести сугестије за третман замене недостајућих података

2.2.2. На који начин је контролисан квалитет података? Описати

Квалитет података је контролисан поређењем експерименталних и теоријских података, као и поређењем добијених података са очекиваним резултатима

2.2.3. На који начин је извршена контрола уноса података у матрицу?

3. Третман података и пратећа документација

3.1. Третман и чување података

3.1.1. Подаци ће бити депоновани у _____ репозиторијум.

3.1.2. URL адреса _____

3.1.3. DOI _____

3.1.4. Да ли ће подаци бити у отвореном приступу?

- а) **Да**
- б) Да, али после ембарга који ће трајати до _____
- в) **Не**

Ако је одговор не, навести разлог _____

3.1.5. Подаци неће бити депоновани у репозиторијум, али ће бити чувани.

Образложење

3.2 Метаподаци и документација података

3.2.1. Који стандард за метаподатке ће бити примењен? _____

3.2.1. Навести метаподатке на основу којих су подаци депоновани у репозиторијум.

Ако је потребно, навести методе које се користе за преузимање података, аналитичке и процедуралне информације, њихово кодирање, детаљне описе варијабли, записа итд.

3.3 Стратегија и стандарди за чување података

3.3.1. До ког периода ће подаци бити чувани у репозиторијуму? _____

3.3.2. Да ли ће подаци бити депоновани под шифром? Да Не

3.3.3. Да ли ће шифра бити доступна одређеном кругу истраживача? Да Не

3.3.4. Да ли се подаци морају уклонити из отвореног приступа после извесног времена?

Да Не

Образложити

4. Безбедност података и заштита поверљивих информација

Овај одељак МОРА бити попуњен ако ваши подаци укључују личне податке који се односе на учеснике у истраживању. За друга истраживања треба такође размотрити заштиту и сигурност података.

4.1 Формални стандарди за сигурност информација/података

Истраживачи који спроводе испитивања с људима морају да се придржавају Закона о заштити података о личности (https://www.paragraf.rs/propisi/zakon_o_zastiti_podataka_o_licnosti.html) и одговарајућег институционалног кодекса о академском интегритету.

4.1.2. Да ли је истраживање одобрено од стране етичке комисије? Да **Не**

Ако је одговор Да, навести датум и назив етичке комисије која је одобрила истраживање

4.1.2. Да ли подаци укључују личне податке учесника у истраживању? Да **Не**

Ако је одговор да, наведите на који начин сте осигурали поверљивост и сигурност информација везаних за испитанике:

- a) Подаци нису у отвореном приступу
- б) Подаци су анонимизирани
- ц) Остало, навести шта

5. Доступност података

5.1. Подаци ће бити

a) јавно доступни

б) доступни само уском кругу истраживача у одређеној научној области

ц) затворени

Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести под којим условима могу да их користе:

Ако су подаци доступни само уском кругу истраживача, навести на који начин могу приступити подацима:

5.4. Навести лиценцу под којом ће прикупљени подаци бити архивирани.

6. Улоге и одговорност

6.1. Навести име и презиме и мејл адресу власника (аутора) података

Саша Тошић, sasa.tosic@uns.ac.rs

6.2. Навести име и презиме и мејл адресу особе која одржава матрицу с подацима

6.3. Навести име и презиме и мејл адресу особе која омогућује приступ подацима другим истраживачима
