Zbornik radova Fakulteta tehničkih nauka, Novi Sad

UDK: 51-7
DOI: https://doi.org/10.24867/29JV01Topalov

TEORIJA GRAFOVA I MODELIRANJE POJAVA U POSLOVANJU INVESTICIONIH FONDOVA

GRAPH THEORY AND MODELING OF BUSINESS PHENOMENA IN INVESTMENT FUNDS

Ana Topalov, Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad

Oblast- MATEMATIKA U TEHNICI

Kratak sadržaj – *Ovaj rad istražuje primenu teorije grafova u konteksu poslovanja investicionih fondova. Fokus je na analizi različitih aspekata investicionih strategija, rizika i performansi fondova kroz prizmu grafova. Cilj je istražiti kako teorija grafova može doprineti razumevanju kompleksnih interakcija između različitih finansijskih instrumenata u portfolijima investicionih fondova, kao i kako može olakšati donošenje odluka u procesu upravljanja portfolijima.*

Ključne reči – *teorija grafova, institucionalni investitori, investicioni fondovi, MST, TMPG, optimizacija portfolija.*

Abstract – *This paper explores the application of graph theory in the context of business and investment funds. The focus is on analyzing various aspects of investment strategies, risks, and fund performance through the lens of graphs. The aim is to investigate how graph theory can contribute to understanding the complex interactions among different financial instruments in investment fund portfolios, as well as how it can facilitate decision-making in portfolio management processes.*

Keywords: *graph theory, institutional investors, investment funds, MST, TMPG, portfolio optimization*.

1. UVOD

U savremenom globalnom ekonomskom okruženju, efikasno upravljanje investicionim fondovima zahteva duboko razumevanje kompleksnih veza i interakcija među različitim finansijskim instrumentima, kao i analitičke alate koji omogućavaju precizno modeliranje ovih pojava. U tom kontekstu, teorija grafova se pokazala kao izuzetno korisno oruđe koje omogućava vizualizaciju i analizu ovih veza putem apstraktnih struktura i matematičkih koncepata.
U ovom radu cilj istraživanja je predstavljanje grafova kroz kratak istorijat i kroz osnove teorije grafova. Takođe, cilj ovog rada jeste da istraži mesto, ulogu i značaj institucionalnih investitora, a posebno investicionih fondova. Cilj proučavanja investicionih fondova jeste razumevanje i analiza različitih aspekata upravljanja portfolijima investicionih fondova kako bi se omogućilo bolje upravljanje sredstvima investitora.

NAPOMENA:
Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Nebojša Ralević, red. prof.

Kroz praktičnu primenu, ovaj rad ima za cilj da pokaže kako teoriju grafova možemo primeniti i u drugim naučnim disciplinama, poput socijalnih mreža, biologije, transporta, telekomunikacija, informacionih tehnologija, ekonomije. Ova interdisciplinarna primena teorije grafova omogućava razumevanje i analizu složenih mrežnih struktura i njihovih karakteristika u različitim kontekstima, što može pružiti nove uvide i rešenja u mnogim oblastima nauke i tehnologije..

Bavimo se primenom teorije grafova u ekonomiji, tačnije primenom teorije grafova u investicionim fondovima. Cilj rada je istraživanje načina kako uključiti informacije iz grafičke strukture veza među aktivima u proces optimizacije portfolija. Ovaj proces se obično koristi u finansijskim analizama i investicionim strategijama. Konkretnije, cilj je pronaći načine da se diversifikuje portfolio na osnovu uticaja aktiva u grafu i njihovog okruženja. Koristeći informacije iz grafova i njihovih osobina, kao što su minimalno stablo obuhvatanja i triangulisani maksimalno filtrirani graf, cilj je napraviti optimalne investicione odluke koje uključuju strukturu veza između aktiva.

2. OSNOVE TEORIJE GRAFOVA

Neformalno, pod grafom smatramo strukturu koja se sastoji od skupine objekata koji se nazivaju čvorovi grafa i koji su međusobno povezani vezama koje se nazivaju grane grafa. Što se tiče formalne definicije grafa, postoji više različitih definicija. Jedna od najčešćih korišćenih definicija je da čvorove grafa možemo formalno predstaviti elementima nekog skupa X, dok grane grafa možemo formalno predstaviti elementima neke binarne relacije $R \subset X^2$ u skupu X, pri čemu uređeni par $(x_i, x_j) \in R$ ako i samo ako su elementi x_i и x_j povezani granom.

Usmeren i neusmeren graf- Graf se naziva neusmeren (neorjentisan) ukoliko je R simetrična relacija, odnosno ukoliko iz činjenice da postoji veza između čvorova $x_i \ i \ x_j$ (tj, ukoliko su oni spojeni granom) sledi da postoji veza i između čvorova $x_i \ i \ x_j$. Graf se naziva usmeren (orijentisan) ukoliko je R antisimetrična relacija, odnosno ukoliko iz činjenice da postoji veza između čvorova $x_i \ i \ x_j$ sledi da veza između čvorova $x_i \ i \ x_j$ ne postoji, osim eventualno ukoliko su $x_i \ i \ x_j$ isti čvorovi.

Multigraf- U teoriji grafa često se dopušta mogućnost da par čvorova bude povezano s više od jedne grane u istom smeru. Takvi grafovi nazivaju se multigrafovi i na njih se na prirodan način može preneti većina pojmova koji se definišu na obične grafove.

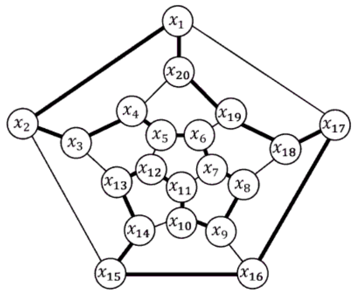
Putevi i povezanost grafova- Pod putem u nekom grafu $\mathcal{G}=(X,R)$ smatramo svaki niz grana (tj. elemenata iz R) $g_1, g_2, \dots, g_k$ pri čemu svaka grana $g_i, i = 2, 3, \dots, k$ počinje u onom čvoru u kojem završava grana g_{i-1}. Početni čvor grane g_1 i krajnji čvor grane g_k nazivaju se početak i kraj puta. Putevi mogu prolaziti više puta istom granom ili kroz isti čvor. Ukoliko razmatrani put ne prolazi više puta kroz isti čvor, on se tada naziva elementarni put. Niz grana koji je put, ili koji bi eventualno bio put ukoliko bismo obrnuli orijentaciju nekih grana, naziva se lanac.

Predstavljanje grafova- Za relaciju raznih algoritama za rešavanje tipičnih grafovskih problema potrebno je imati reprezentaciju grafa u nekom obliku pogodnom za algoritamsku obradu. Naravno, već sama formalna definicija grafa kao uređenog para (X,R) daje jednu mogućnost reprezentacije grafa, odnosno, graf možemo opisati skupom čvorova i grana. Međutim, takva reprezentacija obično nije pogodan za efikasno korišćenje algoritama s grafovima.

Operacije sa grafovima- Postoji mnogo vrsta operacija s grafovima, kod kojih rezultirajući graf ima za skup čvorova Dekartov proizvod $X_1 \times X_2$ skupa čvorova prvog i drugog grafa. Takve operacije se generalno nazivaju proizvodi grafova. U teoriji grafova je razmatrano čak 256 različitih definicija proizvoda grafova, u zavisnosti šta se uzima da su grane takvog proizvoda grafova. Od svih tako definisanih proizvoda, praktičnu primenu je našlo možda desetak. Na ovom mestu će biti opisano nekoliko najvažnijih tipova proizvoda grafova. Neka su $\mathcal{G}_1 = (X_1, \mathcal{R}_1)$ и $\mathcal{G}_2 = (X_2, \mathcal{R}_2)$ dva grafa. Dva najčešće korišćena proizvoda grafova su proizvodi od kojih se jedan naziva prosto proizvod grafova, dok se drugi naziva suma grafova ili Dekartov proizvod grafova. Ovi proizvodi se obično obeležavaju respektivno s $\mathcal{G}_1 \times \mathcal{G}_2$ и $\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2$, a formalno su definisani kao $\mathcal{G}_1 \times \mathcal{G}_2 = (X_1 \times X_2, \mathcal{R}_x)$ и $\mathcal{G}_1 + \mathcal{G}_2 = (X_1 \times X_2, \mathcal{R}_+)$, gde su relacije $\mathcal{R}_x$ и $\mathcal{R}_+$ date kao

$$\mathcal{R}_\times = \{((u_1, v_1), (u_2, v_2)) \mid (u_1, u_2) \in \mathcal{R}_1 \wedge (v_1, v_2) \in \mathcal{R}_2\}$$
$$\mathcal{R}_+ = \{((u_1, v_1), (u_2, v_2)) \mid ((u_1, u_2) \in \mathcal{R}_1 \wedge v_1 = v_2) \vee (u_1 = u_2 \wedge (v_1, v_2) \in \mathcal{R}_2)\}$$

Ojlerovi i Hamiltonovi putevi- Hamiltonov graf je graf u kojem postoji Hamiltonov ciklus. Inače, sam termin Hamiltonov put potiče od zagonetke pod nazivom „put oko sveta" koju je postavio LJ. H. Hamilton, u kojoj se tražio put koji prolazi kroz svaki vrh pravilnog dodekaedra (pravilnog poliedra s 12 stranica, čije su stranice pravilni petouglovi) tačno jednom. Kada se model dodekaedra projektuje na ravan i dobijeni graf nacrta tako da mu se stranice ne preklapaju (što je uvek moguće uraditi, jer se može dokazati da su grafovi dobijeni projekcijom ma kojeg poliedra u ravan uvek planarni), dobija se Hamiltonov graf prikazan na sledećoj slici, na koje je podebljanim linijama istaknut odgovarajući Hamiltonov ciklus (čvorove smo indeksirali u rastućem poretku duž Hamiltonovog ciklusa).



Slika 2.1 – Primer Hamiltonovog grafa

3. INVESTICIONI FONDOVI U FUNKCIJI KONCENTRACIJE I MOBILIZACIJE KAPITALA

Institucionalni investitori su organizacije koje kupuju najveći deo hartija od vrednosti na finansijskom tržištu. Oni su veliki igrači, raspolažu ogromnim kapitalom i u poslovanju se pridržavaju principa, kao što su profitabilnost, likvidnost i dr. Plasiraju viškove sredstava sa različitim rokovima, rizicima i očekivanim prinosom, takođe plasiraju štednju koja je prikupljena i različite vrste plasmana. Današnja iskustva pokazuju da institucionalni investitori (osiguravajuće kompanije, penzioni fondovi i investicioni fondovi) obimom poslovanja kreiraju obrasce trgovanja na tržištu.

3.1. Investicioni fondovi

Po definiciji, investicioni fond predstavlja vrstu investicionih investitora koji posredno povezuju emitente i investitore na tržištu. Cilj fondova je da prikupe slobodan kapital i stave ga u funkciju rasta investicione aktivnosti, a kao jedan od mogućih benefita je i očuvanje likvidnosti na tržištu. Slobodan kapital prikupljaju emisijom i prodajom akcija ili udela koje kasnije investiraju na mnogim segmentima tržišta.

Prednosti ulaganja u investicione fondove - Kod ulaganja sredstava u investicione fondove svakom investitoru omogućen je jednostavan pristup tržištu kapitala. Sredstvima upravljaju ovlašćeni stručnjaci, portfolio menadžeri, dok je za uspešno individualno ulaganje potrebno biti odličan poznavalac finansijskog tržišta i aktivan učesnik u dinamičnim kretanjima tržišta.

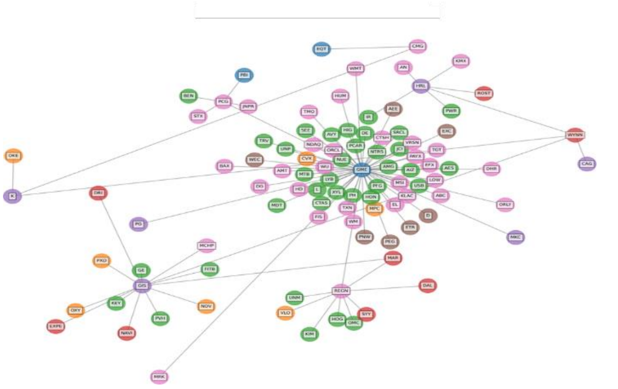
Upravljanje portfoliom investicionih fondova sprovodi se u najboljem interesu svojih akcionara, ali oni, ipak, podnose celinu investicionog rizika koji proističe iz poslovnih aktivnosti fonda. Investicioni fondovi kao subjekti investiranja na tržištu u ime investitora ulažu u čitav spektar različitih hartija od vrednosti.

4. PRIMENA TEORIJE GRAFOVA U INVESTICIONIM FONDOVIMA

Ovaj rad predstavlja dva pristupa koja nam omogućavaju da diversifikujemo portfolije na osnovu grafičkog prikaza odnosa između sredstava. Možemo da koristimo informacije dobijene iz grafikona kao što su minimalno obuhvatajuće stablo (MST) ili triangulisani maksimalno filtrirani graf (TMFG) da diversifikujemo naš portfolio na osnovu uticaja sredstava na grafikonu (centralitet) i okoline imovine.

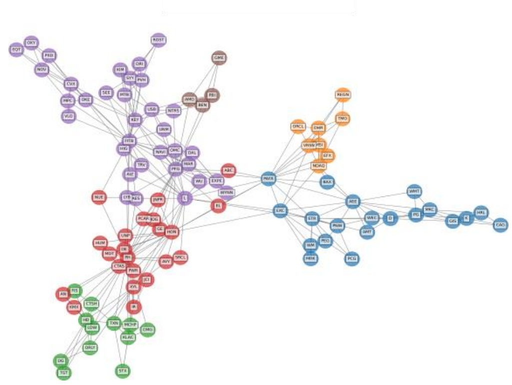
4.1 Grafovi u finansijskim tržištima

Minimalno razapinjuće stablo (MST) se koristi za pronalaženje podstabla minimalne težine u težinskom grafu. MST je podgraf koji sadrži sve čvorove originalnog grafa, ali nema cikluse i ima minimalnu moguću težinu, gde težina predstavlja zbir svih grana koje ga čine.



Slika 4.1: Minimalno razapinjuće stablo od 100 sredstava iz C&P500 (indeks koji prati proizvodnju akcija 500 američkih kompanija)

Triangulisani maksimalno filtrirani graf (TMFG) je metod mrežnog filtriranja koji su predložili Masara, koji daje približno rešenje za problem težinskog maksimalnog planarnog grafa. TMFG se sastoji u izgradnji triangulacije koja maksimizira funkciju rezultata povezanu sa količinom informacija koje zadržava mreža.



Slika 4.2- Triangulisani maksimalno filtrirani graf od 100 sredstava iz C&P500

4.2 Numerički primeri

Izabrali smo 100 sredstava (tj. akcije ABC, AEE, AES, AIZ, AMG, AMT, AN, AVY, BAX, BEN, CAG, CMG, CTAS, CTSH, CVX, D, DAL, DE, DG, DHR, DRI, EFX, EL, EQT, ETR, EXC, EXPE, FIS, FITB, GE, GIS, GME, HD, HIG, HOG, HON, HRL, HUM, IR, JCI, JNPR, K, KEY, KIM, KLAC, KMX, L, LOW, LYB, MAR, MCHP, MDT, MKC, MPC, MRK, MSI, MTB, NAVI, NDAQ, NOV, NTRS, NUE, OKE, OMC, ORCL, ORLY, OXY, PAYX, PBI, PCAR, PCG, PEG, PEG, PG, PH, PNW, PVH, PWR, PXD, REGN, ROST, SEE, SRCL, STX, SYY, TGT, TMO, TRV, TXN, UNM, UNP, USB, VLO, VRSN, WEC, WM, WMT, WU, WYNN i XYL) iz indeksa S&P 500 (NYSE) i preuzeli smo dnevne adaptirane cene sa Yahoo Finance za period od 1. januara 2020. godine do 30. decembra 2023. godine. Zatim smo izračunali dnevne promene formirajući matricu promena veličine T = 1006 i N = 100. Za izračunavanje portfolija koristili smo Python program.

4.2.1 Alokacija sredstava zasnovana na grupisanju grafikona

Ako izračunamo efikasnu granicu koristeći relativističku vrednost rizika (RLVaR) kao meru rizika, a zatim grupišemo težine sredstava po stepenu čvora svakog sredstva u MST-u i TMFG-u, dobijamo sledeće dijagrame:

Tabela 4.1: Sastav stepena MST čvora po portfoliju

Degree	HRP	HERC	NCO	Degree $\bar{c}$ = 1	MIP	SDP
1	60.65%	57.08%	61.86%	100.00%	74.84%	77.26%
2	20.03%	22.50%	21.83%	0.00%	21.27%	18.43%
3	7.79%	9.61%	11.60%	0.00%	3.88%	4.30%
4	7.78%	7.91%	4.71%	0.00%	0.00%	0.00%
5	1.26%	0.57%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
6	0.28%	0.14%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
7	0.36%	0.17%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
11	1.48%	1.84%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
12	0.42%	0.19%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$\mathbf{D}'_n x$	1.87	1.90	1.59	1.00	1.29	1.27
CA(x)	2.36%	3.06%	6.87%	0.00%	0.00%	0.00%

Tabela 4.2: Sastav stepena TMFG čvora po portfoliju

Degree	HRP	HERC	NCO	Degree $\bar{c}$ = 3	MIP	SDP
3	33.93%	36.40%	47.62%	100.00%	43.55%	47.50%
4	20.94%	20.97%	27.95%	0.00%	49.58%	38.02%
5	12.60%	8.28%	4.73%	0.00%	0.00%	4.38%
6	9.77%	6.98%	6.95%	0.00%	6.87%	10.10%
7	10.88%	15.06%	12.75%	0.00%	0.00%	0.00%
8	0.73%	0.21%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
9	2.02%	2.92%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
11	3.14%	3.37%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
12	1.99%	2.79%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
14	0.23%	0.13%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
15	1.48%	1.84%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
16	0.76%	0.33%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
18	0.50%	0.23%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
23	0.24%	0.13%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
25	0.36%	0.17%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
30	0.42%	0.19%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$\mathbf{D}'_n x$	5.40	5.32	4.09	3.00	3.70	3.77
CA(x)	6.35%	7.82%	12.14%	0.00%	0.00%	0.93%

Možemo videti da MST i TMFG, HRP i HERC alociraju težine na svim stepenima čvora sa prosečnim stepenom od 5,4 i 5,3, respektivno. U slučaju NCO, imamo sličnu alokaciju sredstava kao i portfolio sa minimalnom varijansom sa prosečnim stepenom od 4,09. Takođe, tri modela alokacije sredstava bazirani na grafičkom grupisanju investiraju veći deo težina u sredstva koja su susedna u MST i TMFG. S druge strane, tri portfolija koji se diversifikuju na osnovu strukture grafa imaju niže vrednosti za prosečni stepen čvora i procenat ulaganja u povezana sredstva.

Tabela 4.3:Sastav stepena MST čvora po portfoliju

Degree	HRP	HERC	NCO	Degree $\bar{c} = 1$	MIP	SDP
1	60.65%	57.08%	61.86%	100.00%	74.84%	77.26%
2	20.03%	22.50%	21.83%	0.00%	21.27%	18.43%
3	7.79%	9.61%	11.60%	0.00%	3.88%	4.30%
4	7.78%	7.91%	4.71%	0.00%	0.00%	0.00%
5	1.26%	0.57%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
6	0.28%	0.14%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
7	0.36%	0.17%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
11	1.48%	1.84%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
12	0.42%	0.19%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
$\mathbf{D}'_n x$	1.87	1.90	1.59	1.00	1.29	1.27
$\mathbf{CA}(x)$	2.36%	3.06%	6.87%	0.00%	0.00%	0.00%

5. ZAKLJUČAK

Istraživanje koje je sprovedeno na temu Teorije grafova i njenog modeliranja u poslovanju investicionih fondova otkriva značajne perspektive i mogućnosti za unapređenje upravljanja finansijskim resursima. Primenom teorije grafova, analiza strukture investicionih fondova kao grafova omogućava dublje razumevanje povezanosti finansijskih aktivnosti i efikasnije upravljanje portfolijima.

Kroz istraživanje su identifikovane ključne tačke na kojima se može primeniti teorija grafova radi optimizacije poslovnih procesa i donošenja informisanih investicionih odluka. Kvalitativne i kvantitativne analize pokazuju da diverzifikacija portfolija, identifikacija klastera aktivnosti, analiza centralnosti čvorova i primena algoritama optimizacije portfolija predstavljaju ključne strategije za postizanje boljih rezultata u investicionom poslovanju.

Ukratko, teorija grafova pruža moćan alat za analizu i modeliranje pojava u investicionim fondovima, te je njena primena od suštinskog značaja za unapređenje efikasnosti, bezbednosti i profitabilnosti u poslovanju investicionih fondova.

6. LITERATURA

[1] Anđelić G., Đaković V. : “*Osnove investicionog menadžmenta”,* Fakultet tehničkih nauka Novi Sad, 2017. godina,

[2] Jorion, P.: „Portfolio optimization in Practise“, Financial Analysts Journal, vol, 48, no. 1, Jan-Feb, 1992

[3] Baltić, V., "Teorija grafova", Fakultet organizacionih nauka, Beograd, 2008. godina

[4] Cvetković, D., "Teorija grafova i njene primene", Naučna knjiga, Beograd, 1990. godina

[5] Cajas, D., „Portfolio optimization of relativist0ic value at risk“, SSRN Electronic Journal 2023.

[6] Pozzi, F., T. D. Matteo, and T. Aste, „Spread of risk across financial markets: better to invest in the peripheries“, Scientific Reports 3 (1), 2013

[7] Diamond, S. and S. Boyd, „CVXPY: A Python-embedded modeling language for convex optimization“, Journal of Machine Learning Research 17 (83), 1–5., 2016.

Kratka biografija

Ana Topalov rođena 13. jula 1995. godine u Novom Sadu. Diplomirala je 2021. godine na Prirodno-matematičkom fakultetu, smer Matematika finansija, u Novom Sadu. U oktobru iste godine upisuje master studije primenjene matematike na Fakultetu tehničkih nauka.