

НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ ЗА ДИНАМИЧКЕ ПРОЦЕСЕ ТРОФАЗНЕ КАВЕЗНЕ АСИНХРОНЕ МАШИНЕ**NUMERICAL MODEL FOR DYNAMIC PROCESSES OF THREE-PHASE SQUIRREL CAGE INDUCTION MACHINE**Владан Живановић, Дејан Јеркан, *Факултет техничких наука, Нови Сад***Област – ЕЛЕКТРОТЕХНИКА И РАЧУНАРСТВО**

Кратак садржај – *Тема рада јесте динамички модел трофазне кавезне асинхроне машине са уваженим ефектима којима доприноси специфичности конструкције, као што је утицај жлебова на статору и ротору разматране машине. Извршене су симулације противструјног кочења и кочења једносмерном струјом на моделу који је развијен у MATLAB Simulinku. Такође, тако добијени резултати су упоређени са теоријским разматрањима.*

Кључне речи: *Кавезна асинхрона машина, метода коначних елемената, динамички модел, противструјно кочење,*

Abstract – *In this paper a dynamic model of a three-phase squirrel cage induction machine is developed while considering the effects which are contributed by the specificity of the construction, such as the influence of the stator's and rotor's slots of the considered machine. On the model developed in MATLAB Simulink, simulations of plugging and DC injection breaking were performed. Also, the results thus obtained were compared with theoretical considerations.*

Keywords: *Squirrel cage induction machine, Finite Element Analysis, dynamic model, DC injection breaking.*

1. УВОД

Асинхрони мотори су најчешће коришћена врста електричних машина, нарочито у савременој индустрији, где представљају њену погонску снагу. У циљу побољшања рада, асинхроне машине су на путу до савремене изведбе претрпеле низ измена. Имају широку примену у индустрији, поготово у погонима који захтевају изузетно брзо и прецизно управљање. Такође, њихова употреба је распрострањена и у домаћинствима, то јест различитим врстама кућних апарата. Главни недостатак асинхроних машина и њихова препрека за ширу примену је био мали опсег промене брзине обртања. Развојем и применом уређаја енергетске електронике, постало је могуће у ширем опсегу управљати брзином обртања асинхроне машине. Самим тим предност погона са машинама једносмерне струје, пренесена је на погоне са асинхроним машинама.

НАПОМЕНА:

Овај рад проистекао је из мастер рада чији ментор је био др Дејан Јеркан.

Познавање динамичког модела машине је потребно за решавање проблема управљања генераторима и моторима, за пројектовање заштите и надзора, за одређивање структуре и параметара регулације у роботизици, као и за решавање проблема у аутоматизацији производње, електричним возилима и другим сличним применама [1]. Математичка репрезентација система који се посматра, односно математички модел треба да буде једноставан, прегледан и употребљив. Дакле, потребно је да модел задржи битне физичке карактеристике моделоване машине и истовремено суштински осликава природу појава у њој. Са друге стране, потребно је да довољно детаљан модел буде погодан и за имплементацију у рачунару (рачунарске симулације). Значај математичког моделовања се огледа у анализирању различитих радних режима машине, развијања сложених алгоритама управљања истих и проучавања добијених карактеристика.

2. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛ ТРОФАЗНЕ КАВЕЗНЕ АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

С обзиром на то да се у овом раду говори о математичком моделу трофазног кавезног асинхроног мотора, при чему је модел динамички, јер омогућава проучавање транзијентних феномена у електричним машинама, неопходно је одредити улазне параметре модела применом методе коначних елемената. Сам модел се ослања на скуп релација које су познате под именом вишеструко спрегнута електрична кола (енгл. *Multiple Coupled Circuit Approach*) [2]. Математички модел је у оригиналном, нетрансформисаном моделу и као такав је повољан и довољно детаљан за проучавање свих појава и процеса везаних за изучавање трофазне кавезне асинхроне машине. Модел је математичка репрезентација система и као такав описује понашање истог, међутим да би се добила његова упрошћена представа потребно је занемарити небитне утицаје, то јест неопходно је уважити одређене апроксимације [3]: појаве у електричној машини се могу описати довољно детаљно помоћу сконцентрисаних параметара, појаве капацитивног карактера су, као и снага губитака у гвожђу занемарљиве, док се феромагнетски материјал у магнетском колу сматра линеарним. Омски отпори статора и ротора су константни, као и моменат инерције ротирајућих маса. Из разматрања се изузимају и струје цурења које се затварају ван штапних проводника. Нема закошења штапних проводника.

Једна од чињеница, свакако јесте да ротор (роторски кавез) нема електричних приступа, те је проблем на први поглед, пронаћи адекватан начин за дефинисање свих појединачних електричних кола кавеза. Проблем се решава представљањем електричног кола ротора помоћу роторских петљи. Једну роторски петљу сачињава затворен проводни пут који се састоји од две суседна роторска штапа и два наспрамна сегмента краткоспојних прстенова [4].

Математички модел се састоји од електричног и механичког подсистема. Реч је о електричним колима са временски променљивим струјама, те се диференцијална једначина напонске равнотеже у матричној форми може записати помоћу следеће релације:

$$\mathbf{u} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\Psi}}{dt} \quad (1)$$

\mathbf{u} – вектор напона свих електричних кола којима је разматрана електрична машина моделована,

\mathbf{i} – вектор струје статорских намотаја и свих роторских петљи, укључујући и струје краткоспојног прстена,

$\boldsymbol{\Psi}$ – вектор свих флуksних обухвата статора и ротора,

\mathbf{R} – матрица свих статорских и роторских отпорности

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \\ & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \quad (2)$$

\mathbf{R}_s – дијагонална субматрица статорских отпорности димензија 3×3 и

\mathbf{R}_r – субматрица роторских отпорности димензија $(N_B+1) \times (N_B+1)$.

Ако се са N_B означи број роторских петљи (роторских штапних проводника), потребно је израчунати N_B+1 струја у роторском колу, уважавајући и краткоспојне прстенове. Субматрица статорских отпорности \mathbf{R}_s је дијагонална матрица која је проста и генерише се тривијално. Генерисање субматрице роторских отпорности \mathbf{R}_r није тривијално, зато што матрица није дијагонална и она описује топологију роторског кавеза, тј. начин успостављања напонске равнотеже у роторским петљама.

Саставни део електричног подсистема математичког модела је и једначина флуksног обухвата, која даје везу између струја и флуksева преко нестационарне матрице индуктивности:

$$\boldsymbol{\Psi} = \mathbf{L} \cdot \mathbf{i} \quad (3)$$

Матрицу индуктивности \mathbf{L} трофазне асинхроне машине чине четири субматрице, представљена је у следећем облику:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \quad (4)$$

\mathbf{L}_{ss} – субматрица свих сопствених и међусобних индуктивности намотаја статора,

\mathbf{L}_{sr} – субматрица статорско-роторских индуктивности,

\mathbf{L}_{rr} – субматрица свих сопствених и међусобних роторских индуктивности и

\mathbf{L}_{rs} – субматрица роторско-статорских индуктивности.

Субматрица статорских индуктивности \mathbf{L}_{ss} има димензије 3×3 и на њеној главној дијагонали се налазе елементи сопствених индуктивности намотаја статора, док на позицијама вандијагоналних елемената стоје коефицијенти међусобних индуктивности. Уважавање утицаја жлебова доводи до постојања

варијација у магнетској пермеабилности по ободу ваздушног зазора. Самим тим елементи матрице \mathbf{L}_{ss} нису непроменљиви, већ су сложенопериодичне функције положаја ротора. Субматрица роторске индуктивности \mathbf{L}_{rr} је знатно сложеније форме (увек сложенопериодична функција положаја ротора). Димензија ове матрице су $(N_B+1) \times (N_B+1)$, због изузетно великог броја међусобних спрега унутар роторског кавеза. Суштински значај субматрице статорско-роторских \mathbf{L}_{sr} и роторско-статорских \mathbf{L}_{rs} индуктивности је заправо та могућност да се помоћу њих описује доминантна компонента оствареног електромагнетског момента. Субматрице међусобних индуктивности, димензија $3 \times (N_B+1)$ су симетричне, па важи да је $\mathbf{L}_{sr} = \mathbf{L}_{rs}^T$. Таласни облици елемената субматрице међуиндуктивности су идентични, са одговарајућим фазним помаком између елемената врста матрице \mathbf{L}_{sr} који износи $2\pi/N_B$, док су елементи колоне међусобно фазно померени за угао $2\pi/3$. Међутим, то не важи за елементе последње колоне у матрици \mathbf{L}_{sr} , нулти елементи указују на одсуство магнетске спреге између статорских намотаја и петље краткоспојног прстена.

Након електричног подсистема, неопходно је дефинисати и механички подсистем да би математички модел трофазне кавезне асинхроне машине био употпуњен. Израз за електромагнетни моменат, односно моменат конверзије, представљен је следећом релацијом:

$$M_{em} = \frac{1}{2} \cdot p \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}^T \cdot \frac{d}{d\theta} \left(\begin{bmatrix} \mathbf{L}_{ss} & \mathbf{L}_{sr} \\ \mathbf{L}_{rs} & \mathbf{L}_{rr} \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \quad (5)$$

M_{em} – електромагнетни моменат машине,

p – број пари полова трофазне асинхроне машине и

θ – електрични угао који описује тренутни положај ротора у односу на статор.

Математичком моделу, тј. његовом механичком подсистему се мора придодати и Њутнова диференцијална једначина за случај ротационог кретања, која је прилагођена моторском режиму рада.

$$M_{em} - M_m = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} + K_m \cdot \omega_m \quad (6)$$

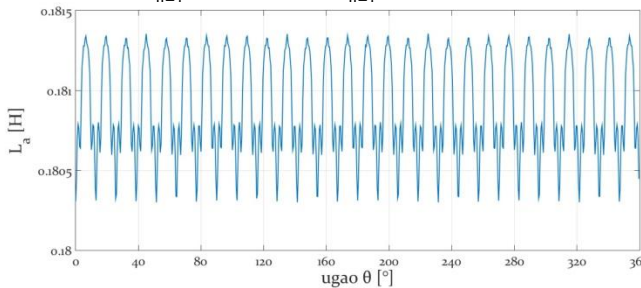
3. ОДРЕЂИВАЊЕ ЕЛЕКТРИЧНИХ ПАРАМЕТАРА КАВЕЗНЕ АСИНХРОНЕ МАШИНЕ

Познавање елемената свих матрица индуктивности и отпорности је неопходно ради извршавања рачунарских симулација над наведеним развијеним математичким моделом. Отпорности намотаја се добијају експериментално или адекватним прорачунима. За одређивање непознатих индуктивности машине користи се метода коначних елемената која подразумева спорвођење низа магнетостатичких симулација. То се најчешће реализује помоћу програмског пакета FEMM 4.2 [5]. Извођење магнетостатичких симулација подразумева побуђивање одређених намотаја или роторских петљи једносмерном струјом. Периодична зависност свих елемената матрице индуктивности од положаја ротора, потиче од уважавања постојања жлебова и промене релативног међусобног положаја намотаја статора и роторских петљи. Пошто су елементи матрице индуктивности сложенопериодичне функције положаја ротора, вредности индуктивности добијене магнетостатичким симулацијама се могу представити преко коефицијената Фуријеовог реда. Наиме, развој у Фуријеов ред је дефинисан искључиво за

континуалне функције, те се добијени дискретни одбирци могу добити као континуалне функција применом линеарне интерполације.

Израз за развој сопствене индуктивности статорског намотаја фазе а у Фуријеов ред дат је релацијом (7), а пример израчунавања ове индуктивности дат за конкретну машину је приказан на слици 1. Уколико се израчуна сопствена индуктивност статорске фазе а, сопствене индуктивности преостале две фазе се добијају фазним померајем за $-2\pi/3$, односно $+2\pi/3$,

$$L_a(\theta) = L_{ss0} + \sum_{n=1}^{\infty} L_{ssan} \cdot \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} L_{ssbn} \cdot \sin(n\theta) \quad (7)$$



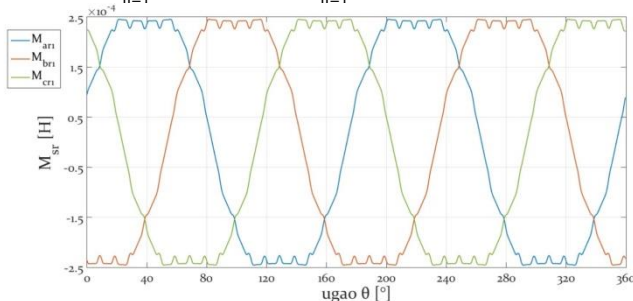
Слика 1. Сопствена индуктивност статорске фазе а

Израз за развој међусобне индуктивности статорских намотаја M_{ab} у Фуријеов ред дат је релацијом (8), док су релације за развој индуктивности M_{ac} и M_{bc} исте, али фазно померене за $-2\pi/3$, односно $+2\pi/3$, респективно.

$$M_{ab}(\theta) = M_{ss0} + \sum_{n=1}^{\infty} M_{ssan} \cdot \cos(n\theta) + M_{ssbn} \cdot \sin(n\theta) \quad (8)$$

Слика 2 приказује таласне облике међусобних индуктивности статорских намотаја фаза а, б и с и прве у низу роторских петљи унутар краткоспојеног кавезног ротора разматране машине (роторска петља са индексом 1), а израз за развој индуктивности M_{ar1} у Фуријеов ред дат је релацијом (9). С обзиром на то да су елементи врста субматрице статорско-роторских индуктивности L_{sr} међусобно фазно померени за $2\pi/3$, таласни облици представљених индуктивности су такође померени за исти угао.

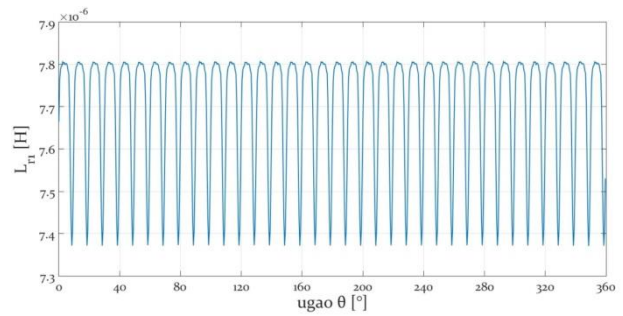
$$M_{ar1}(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} M_{sran} \cdot \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} M_{srbn} \cdot \sin(n\theta) \quad (9)$$



Слика 2. Статорско-роторске индуктивности

Израз који представља развој у Фуријеов ред сопствене индуктивности прве у низу роторских петљи унутар кавезног ротора машине дат је релацијом (10), док је пример израчунавања ове индуктивности приказан на слици 3.

$$L_{r1}(\theta) = L_{rr0} + \sum_{n=1}^{\infty} L_{rran} \cdot \cos(n\theta) + \sum_{n=1}^{\infty} L_{rrbn} \cdot \sin(n\theta) \quad (10)$$



Слика 3. Сопствена индуктивност прве роторске петље

Све преостале сопствене индуктивности роторских петљи имају идентичан таласни облик, уз одговарајући фазни помак између суседних роторских петљи за угао $2\pi/N_B$. Израз за развој међусобних роторско-роторских индуктивности у Фуријеов ред, дат је следећом релацијом:

$$M_{rjk}(\theta) = M_{ljk|0} + \sum_{n=1}^{\infty} M_{ljk|an} \cdot \cos(n\theta) + M_{ljk|bn} \cdot \sin(n\theta) \quad (11)$$

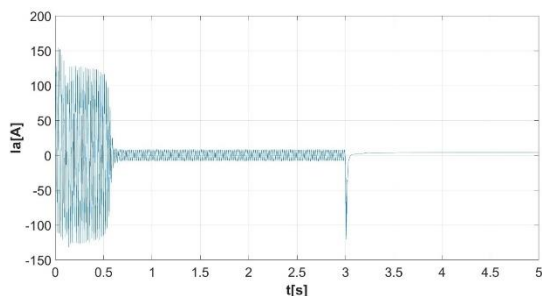
4. КОЧЕЊЕ У ПОГОНУ СА ТРОФАЗНИМ АСИНХРОНИМ МОТОРОМ

Погони са асинхроним моторима се у појединим индустријским системима заустављају природним путем, што се постиже искључењем напајања мотора. Међутим, наведени начин кочења није прихватљив, због честе потребе за скраћењем времена кочења. У условима електричног кочења мотор развија момент који делује тако да погон успорава **Error! Reference source not found.** Стога се електрично кочење намеће као једноставно и ефикасно решење. Са становишта практичне примене, електрично кочење у погонима са асинхроним моторима се традиционално реализује као противструјно кочење, генераторско кочење (рекуперативно и отпорничко) и кочење једносмерном струјом. Када је реч о кавезним асинхроним моторима, противструјно кочење (енгл. *counter-current braking* или *plugging*) се постиже променом смера обртања обртног магнетног поља укрупњеним превезивањем двеју фаза мотора. Отпорничко кочење (енгл. *rheostatic braking*), као врста динамичког кочења, примењује се када се асинхрона машина напаја преко погонског претварача чији улазни степен не може да врати генерисану електричну енергију у мрежу. Алтернативу отпорничком кочењу, као врста динамичког кочења, представља кочење једносмерном струјом (енгл. *DC injection braking*). Изводи се тако што се статорски намотаји одвоје од извора наизменичног напона напајања и повежу на извор једносмерног напона. У роторским проводницима се индукује електромоторна сила, услед стојеће магнетопобудне силе коју ствара једносмерна струја која се успоставља у намотајима статора.

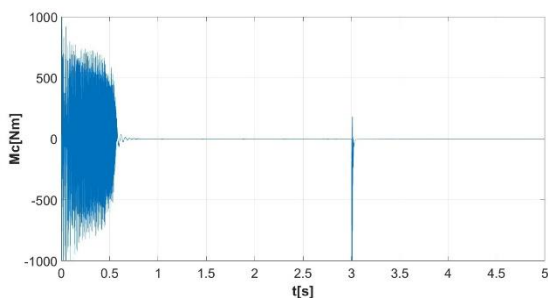
5. МАТЛАВ СИМУЛАЦИЈЕ НА РАЗВИЈЕНОМ МОДЕЛУ МАШИНЕ

За реализацију динамичког математичког модела трофазне кавезне асинхроне машине, користи се програмски пакет MATLAB/Simulink који омогућава истраживање свих релевантних појава и феномена који се одвијају унутар машине као средства електромеханичке конверзије путем најразличитијих рачунарских симулација. На примеру логичке замене реалног система у форми математичког модела, рачунарске симулације служе за прибављање

података и информација о различитим појавама које се одвијају унутар електричне машине без стварних догађаја.



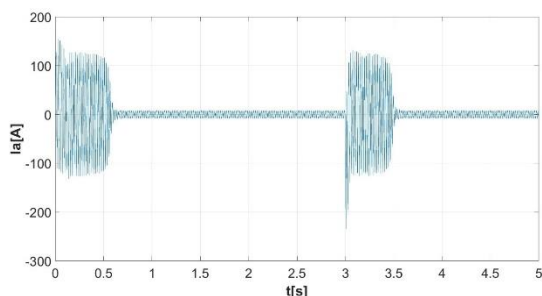
Слика 4. Фазна струја мотора током кочења једносмерном струјом



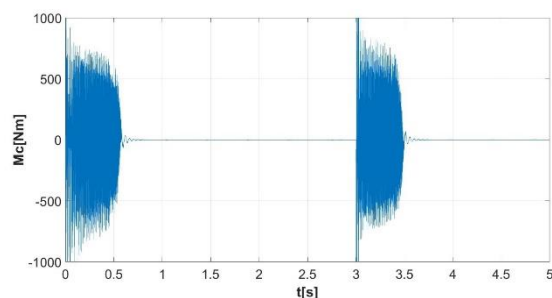
Слика 5. Момент конверзије током кочења једносмерном струјом

Дијаграм струје кроз један прикључни вод мотора приказан је на слици 4. Вредност струје је нагло порасла након краће безнапонске паузе и довођења напона на прикључне крајеве мотора, што је последица електромоторне силе у намотајима статора због постојања струје у намотајима ротора које нису у потпуности ишчезле у тренутку довођења једносмерног напона. На слици 5 приказана је динамичка моментна карактеристика мотора који се кочи једносмерном струјом. Велике осцилације у оствареном моменту су директна последица сложенопериодичних одзива струја и флуксева.

Дијаграм фазне струје (фаза а) приликом противструјног кочења приказан је на слици 6. На датој слици, може да се уочи скоковита промена струје мотора у тренутку након укрштеног превезивања фаза, што је последица промене електромоторне силе услед промене смера ротације. На слици 7 приказана је динамичка моментна карактеристика мотора који се кочи противструјно. Након промене смера ротације, мотор генерише негативан моменат, што указује на обраћање мотора у супротном смеру услед ефекта противструјног кочења.



Слика 6. Фазна струја мотора током противструјног кочења



Слика 7. Момент конверзије током противструјног кочења

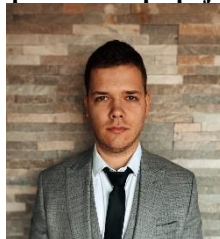
6. ЗАКЉУЧАК

У овом раду је развијен математички модел трофазне кавезне асинхроне машине. Модел је динамички, јер омогућава проучавање транзијентних појава у електричним машинама и ослања се на скуп релација које су познате као вишеструко спрегнута електрична кола. Улазни параметри модела се добијају применом методе коначних елемената. Приказани су одзиви фазних струја мотора и момента конверзије добијени симулацијом противструјног кочења и кочења једносмерном струјом неоптерећене машине са номиналним моментом инерције. Могућа су и бројна друга истраживања и изучавања најразличитијих феномена и процеса који се манифестују током рада трофазне кавезне асинхроне машине.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Слободан Н. Вукосавић, „Електричне машине“, Универзитет у Београду, Електротехнички факултет, „Академска мисао“, 2010.
- [2] Дејан Рељић, „Откирвање квара ротора кавезног асинхроног мотора применом техника анализе терминалних величина“, докторска дисертација, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2017.
- [3] Владан Вучковић, „Општа теорија електричних машина“, ИП „Наука“, 2009.
- [4] Дејан Јеркан, „Динамички модел трофазне кавезне асинхроне машине заснован на методи коначних елемената“, докторска дисертација, Факултет техничких наука, Нови Сад, 2016.
- [5] <http://www.femm.info/wiki/HomePage>
- [6] Дарко Марчетић, Петар Матић, Дигитално регулисани електромоторни погони, Академска мисао, Београд, 2020.

Кратка биографија:



Владан Живановић рођен је у Ужицу 1998. год. Дипломирао је на Факултету техничких наука у Новом Саду 2022. године. Мастер студије из области Електротехника и рачунарство – Енергетска електроника и електричне машине је уписао школске 2022/23. године.