

MATEMATIČKI MODEL KLIMA KOMORE  
 MATHEMATICAL MODEL OF AN AIR HANDLING UNIT

Nađa Mandić, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad*

Oblast – ELEKTROTEHNIKA I RAČUNARSTVO

**Kratak sadržaj** – U ovom radu detaljno se razmatra matematički model klima komore koji je razvijen kako bi omogućio analizu i istraživanje podataka koji proizilaze iz simulacionog modela same klima komore. Cilj ovog modela jeste pružiti dublje razumevanje ponašanja klima komore i analizu različitih parametara i uslova. Pored toga, rad takođe obuhvata opis teorijskih osnova na kojima se temelji funkcionalnost klima komore. To uključuje objašnjenje svih podsistema koji čine jednu klima komoru, a sve u cilju energetske efikasnosti, s obzirom da su ovakvi sistemi veliki energetske potrošači.

**Ključne reči:** Klima komora, Optimizacija, Automatsko upravljanje, Simulacija, Energetska efikasnost, HVAC sistemi

**Abstract** – This paper examines a mathematical model of an air handling unit, which is developed for analyzing and investigating data from simulation model of the air handling unit itself. The primary goal of this model is to provide a deeper understanding of the behavior of the air handling unit and to facilitate the analysis of various parameters and conditions. Additionally, the paper also includes a description of the theoretical foundations of the air handling unit. This includes an explanation of all the subsystems that constitute the air handling unit, with a focus on energy efficiency, as these systems are significant energy consumers.

**Keywords:** Air handling unit, Optimization, Automatic control, Simulation, Energy efficiency, HVAC systems

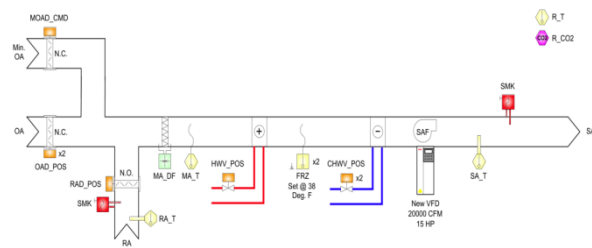
1. UVOD

Klima komore su sistemi koji služe da obezbede ventilaciju zatvorenog prostora, odnosno da opremaju svež vazduh i obezbeđuju njegov kvalitet. U ovom radu, sistem klima komore će biti analiziran i dekomponovan u više celina [1]. Te osnovne celine su: ventilatori svežeg i otpadnog vazduha, rekuperator, filterska sekcija, izmenjivač toplote, izvršni elementi i senzori.

Svaki od ovih elemenata prikazan je na aplikativnoj šemi klima komore, na slici 1. Pored toga, ovaj rad će obuhvatiti i simulaciono rešenje koje je razvijeno u Matlab-u i prikaz i analizu dobijenih podataka iz simulacionog modela. Modelovanjem i simulacijom se približno može opisati dinamika jednog ovakvog sistema.

NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio prof. dr Velimir Čongradac.



Slika 1 - Aplikativna šema klima komore

2. OSNOVNI ELEMENTI KLIMA KOMORE

Kao što je već istaknuto, ovaj deo rada ima za cilj opis svih ključnih elemenata klima komore, kako bi se olakšala integracija ovih elemenata u matematički model [2]. Dekomponovanjem klima komore na više podsistema olakšava izradu matematičkog modela, kao i nove mogućnosti za analizu, simulaciju i optimizaciju rada klima komore. U matematičkom modelu, biće uvedene oznake koje se nalaze u tabeli 1.

Oznaka	Opis
$C_s$	Brzina ventilatora
$C_q$	Maksimalni protok vazduha
$C_{do}$	Žaluzina spoljašnjeg vazduha
$C_{dz}$	Žaluzina povratnog vazduha
$Q_o$	Zapreminski protok svežeg vazduha
$Q_z$	Zapreminski protok povratnog vazduha
$T_o$	Temperatura spoljašnjeg vazduha
$T_z$	Temperatura povratnog vazduha
$\dot{m}_o$	Maseni protok spoljašnjeg vazduha
$\dot{m}_z$	Maseni protok povratnog vazduha
$T_m = T_{ai}$	Temperatura vazduha na ulazu u izmenjivač
$Q_{sa}$	Zapreminski protok pomešanog vazduha
$T_{wi}$	Temperatura vode na ulazu u izmenjivač
$T_{ao}$	Temperatura vazduha na izlazu iz izmenjivača
$T_{bm}$	Temperatura zida izmenjivača toplote
$T_{wo}$	Temperatura vode na izlazu izmenjivača
$Q_{wi}$	Maksimalan zapreminski protok vode u sistemu
$C_{vq}$	Otvorenost protočnog ventila
$Q_{sw}$	Zapreminski protok vode na ulazu u izmenjivač
$T_{co}$	Temperatura vode iz toplotne pumpe
$C_{vm}$	Otvorenost mešnog ventila
$CO2z$	Količina CO2 povratnog vazduha
$CO2o$	Količina CO2 svežeg vazduha
$CO2out$	Količina CO2 pomešanog vazduha

Tabela 1 - oznake korišćene u matematičkom modelu

## 2.1. Ventilatori

Ventilatori omogućavaju cirkulaciju vazduha, pa tako u ovom modelu posmatramo ventilator koji doprema svež vazduh u klima komoru i ventilator koji izbacuje vazduh iz klima komore.

Oba ventilatora su matematički [3] predstavljena polinomom 4. reda (1), gde postoji zavisnost brzine tog ventilatora od njegovog zapreminskog protoka.

$$Qc_1C_s^0 + c_2C_s^1 + c_3C_s^2 + c_4C_s^3 + c_5C_s^4 \quad (1)$$

Identifikacijom parametara, dobijeni su koeficijenti  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$ ,  $c_4$ ,  $c_5$ :

$$C = \begin{bmatrix} -0.0068 \\ 0.5998 \\ 0.3598 \\ -0.2127 \\ 0.0184 \end{bmatrix}$$

S obzirom na to da na protok vazduha kroz klima komoru ne utiče samo brzina ventilatora, već i otvorenost žaluzina svežeg i povratnog vazduha, kao i maksimalni protok vazduha, zapreminski protok vazduha kroz ventilator računa se po sledećoj formuli:

$$Q_o = Q * C_{do} * C_q \quad (2)$$

$$Q_z = Q * C_{dz} * C_q \quad (3)$$

## 2.2. Mešna sekcija

Mešanje vazduha podrazumeva fizičko mešanje svežeg i povratnog vazduha [4], gde se u stvari vrši procena da li povratni vazduh ima termički gledano dobre parametre (npr. ima temperaturu ambijenta koja nam odgovara i ona može zagrejati/ohladiti ulazni vazduh), ali i procena njegovog, pre svega, kvaliteta što je najjednostavnije merenjem ugljen-dioksida (CO<sub>2</sub>) povratnog vazduha. Količinu ugljen-dioksida pomešanog dobijamo po sledećoj formuli:

$$CO2_{out} = \frac{\dot{m}_o * CO2_o + \dot{m}_z * CO2_z}{\dot{m}_{sa}} \quad (4)$$

gde  $\dot{m}_{sa}$  predstavlja zbir masenih protoka spoljašnjeg i povratnog vazduha:

$$\dot{m}_{sa} = \dot{m}_o + \dot{m}_z \quad (5)$$

Pored količine ugljen-dioksida, koju dobijamo na izlazu iz ovog podsistema, dobijamo i temperaturu pomešanog vazduha, koja se može izračunati na sledeći način:

$$T_m = \frac{\dot{m}_o * T_o + \dot{m}_z * T_z}{\dot{m}_{sa}} \quad (6)$$

$$\dot{m}_o = Q_o * \rho_a \quad (7)$$

$$\dot{m}_z = Q_z * \rho_a \quad (8)$$

Još jedan od izlaza iz ovog podsistema jeste zapreminski protok vazduha i on predstavlja količnik zbira masenih protoka spoljašnjeg i povratnog vazduha i specifične gustine vazduha:

$$Q_{sa} = \frac{\dot{m}_{sa}}{\rho_a} \quad (9)$$

## 2.3. Ventili

Protočni ventil reguliše protok vode ka izmenjivaču. Na ulaz protočnog ventila dovodimo njegov maksimalni protok  $Q_{wi} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$ , kao i procenat otvorenosti ventila  $C_{vq}[\%]$ , dok na izlazu iz modela takvog podsistema dobijamo zapreminski protok vode koju dovodimo na izmenjivač  $Q_{sw} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$  koji možemo izračunati po sledećoj formuli:

$$Q_{sw} = Q_{wi} * \frac{C_{vq}}{100} \quad (10)$$

Na ulaz mešnog ventila se dovodi temperatura vode iz toplotne pumpe  $T_{co}$  [°C], temperatura vode na izlazu iz izmenjivača  $T_{wo}$  [°C] i otvorenost samog mešnog ventila  $C_{wm}[\%]$ . Izlaz iz modela podsistema mešnog ventila je temperatura vode koja se dovodi na ulaz u izmenjivač toplote. Jednačina modela:

$$T_{wi} = T_{co} * \frac{C_{wm}}{100} + (1 - \frac{C_{wm}}{100}) * T_{wo} \quad (11)$$

## 2.4. Izmenjivač toplote

Model podsistema izmenjivača ima 4 ulaza:

1. Zapreminski protok pomešanog vazduha  $Q_{sa} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$
2. Zapreminski protok vode  $Q_{sw} \left[ \frac{m^3}{s} \right]$
3. Temperatura pomešanog vazduha  $T_{ai}$  [°C]
4. Temperatura vode na ulazu u izmenjivač  $T_{wi}$  [°C]

Dok su izlazi iz ovog modela podsistema:

1. Temperatura vazduha na izlazu iz izmenjivača  $T_{ao}$  [°C]
2. Temperatura zida na izlazu iz izmenjivača  $T_{bm}$  [°C]
3. Temperatura vode na izlazu iz izmenjivača  $T_{wo}$  [°C]

Matematički model izmenjivača toplote [3, 4] se opisuje sa tri diferencijalne jednačine, koje su date u nastavku:

$$\frac{dT_{ao}}{dt} = a_1 * Q_{sa} * (T_{ai} - T_{ao}(t)) - a_2 * (T_{am}(t) - T_{bm}(t)) \quad (12)$$

$$\frac{dT_{wo}}{dt} = c_1 * Q_{sw} * (T_{wi} - T_{wo}(t)) - c_2 * (T_{wm}(t) - T_{bm}(t)) \quad (13)$$

$$\frac{dT_{bm}}{dt} = b_1 * (T_{am}(t) - T_{bm}(t)) - b_2 * (T_{bm}(t) - T_{wm}(t)) \quad (14)$$

Ovim jednačinama [5, 6] su redom opisane promene temperatura vazduha, vode i zida izmenjivača, a  $T_{am}$  i  $T_{wm}$  predstavljaju usrednjene vrednosti ulazne i izlazne temperature vazduha i vode izmenjivača:

$$T_{am}(t) = \frac{T_{ai} - T_{ao}(t)}{2} \quad (15)$$

$$T_{wm}(t) = \frac{T_{wi} - T_{wo}(t)}{2} \quad (16)$$

Preostale konstante iz diferencijalnih jednačina računata su po sledećim formulama:

$$a_1 = \frac{1}{V_a}, \quad a_2 = \frac{\alpha_{ba} * A_{ab}}{\rho_a * c_a * V_a} \quad (17)$$

$$c_1 = \frac{1}{V_w}, \quad c_2 = \frac{\alpha_{wb} * A_{wb}}{\rho_w * c_w * V_w} \quad (18)$$

$$b_1 = \frac{\alpha_{ba} * A_{ab}}{\rho_b * c_b * V_b}, \quad b_2 = \frac{\alpha_{wb} * A_{wb}}{\rho_b * c_b * V_b} \quad (19)$$

Konstante korišćene u jednačinama (17), (18), (19), prikazane su u tabeli 2.

Oznaka	Opis
$V_a$	Zapremina vazduha u izmenjivaču
$V_w$	Zapremina vode u izmenjivaču
$A_{ab}$	Površina izmenjivača između vazduha i zida
$A_{wb}$	Površina izmenjivača između vode i zida
$\alpha_{ba}$	Koeficijent prenosa toplote sa zida na vazduh
$\alpha_{wb}$	Koeficijent prenosa toplote sa vode na zid
$\rho_a$	Specifična gustina vazduha
$\rho_w$	Specifična gustina vode
$\rho_b$	Specifična gustina zida (aluminijum)
$c_a$	Specifični toplotni kapacitet vazduha
$c_w$	Specifični toplotni kapacitet vode
$c_b$	Specifični toplotni kapacitet zida

Tabela 2 - konstante korišćene u proračunu temperatura

#### 4. ALGORITAM RADA KLIMA KOMORE

Klima komore svoj algoritam zasnivaju kontrolom nekoliko procesnih promenljivih, a najčešće su u pitanju

temperatura, kvalitet vazduha, pritisak vazduha u kanalima ili vlažnost vazduha. Prioritetno je da kvalitet vazduha bude zadovoljavajući, odnosno da se prema stepenu zaprljanosti vazduha preduzmu sve mere kako bi u relativno kratkom vremenskom periodu nadomestili kvalitet vazduha, propuštajući veće količine svežeg vazduha. Sledeća po prioritetu upravljanih procesnih promenljivih je temperatura vazduha. Postoje dve referentne tačke prema kojima regulišemo temperaturu vazduha, a zavise pre svega od projektovanog kapaciteta i namene klima komore. U pitanju su:

-Merenje temperature vazduha na potisu, pre eksploatacije vazduha, kada je potrebno distribuirati određenu temperaturu vazduha u prostor.

-Merenje temperature vazduha na odsisu ili u prostoru, odnosno nakon ili tokom eksploatacije vazduha, kada je potrebno distribuirati vazduh potrebne temperature radi postizanja prethodno zadate vrednosti temperature vazduha u prostoru.

Posmatrajući tok kretanja svežeg vazduha od ulaska u klima komoru, prva predaja energije dešava se po prolasku kroz jedan od tipova rekuperatora [7, 8], zatim mešanje sa povratnim vazduhom u delu recirkulacije i prolaskom kroz topli, odnosno hladni razmenjivač čija se energija kontroliše trokrakim ventilima na vodenoj strani prema jednom od gore opisanih metoda.

Kontrola pritiska vazduha u klima komori vrši se odabirom jednog od dva moguća programa, koji zavisi od projektovane namene klima komore: održavanje konstantnog pritiska u kanalu ili održavanje konstantnog protoka u kanalu.

Potrebno je meriti pritisak/protok vazduha u potisnom i odsisnom kanalu kako bismo predefinisali radne tačke koje će odrediti da li će klima komora napraviti podpritisak ili nadpritisak u ventilisanom prostoru. U zavisnosti od zadate vrednosti pritiska ili protoka, brzina obrtanja motora se reguliše PID algoritmom koji generiše upravljački signal frekventnom regulatoru ili direktno EC motorima ventilatora klima komora.

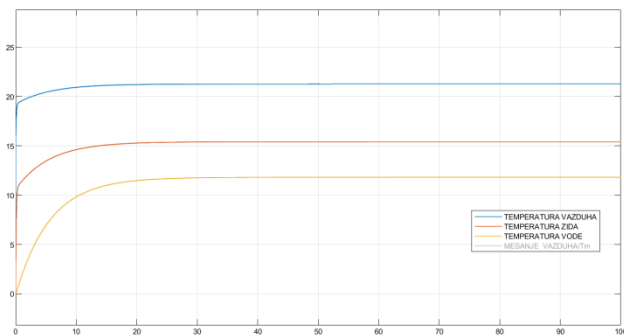
#### 5. REZULTATI SIMULACIJE

Za simulaciju modela (u letnjem režimu) postavljeni su sledeći parametri: zapremina vazduha koja prolazi kroz izmenjivač je  $C_q = 5.8 \text{ m}^3/\text{s}$ . Brzina ventilatora iznosi 1200 rpm (eng. rounds per minute).

Žaluzine su međusobno spregnute, pa ukoliko je otvorenost žaluzine povratnog vazduha 20%, otvorenost žaluzine spoljašnjeg vazduha iznosi 80%. Temperatura spoljašnjeg vazduha iznosi 27 °C, a temperatura povratnog vazduha iznosi 20 °C.

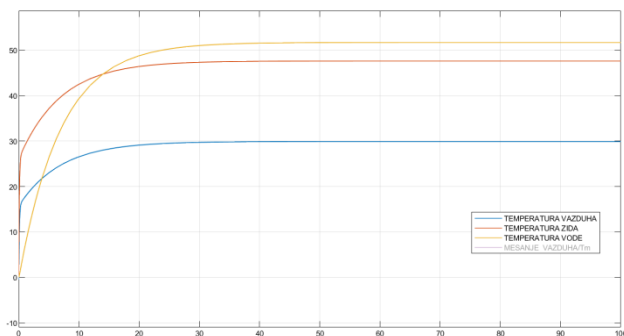
Otvorenost oba ventila je 100%, a temperatura vode iz toplotne pumpe je 7 °C, s obzirom na to da radi u režimu hlađenja. Maksimalni protok vode  $Q_{wi}$  kod protočnog ventila je 0.002  $\text{m}^3/\text{s}$ .

U ovom slučaju, tj. u režimu hlađenja, hladan medijum je voda, a topao medijum je vazduh, pa u tom slučaju voda je medijum koji biva zagrejan, a vazduh ohlađen. Izlazne temperature iz modela predstavljene su grafički na slici 2.



Slika 2 - Izlazni parametri modela u režimu hlađenja

U zimskom periodu, odnosno u režimu hlađenja, postavljeni su sledeći parametri: zapremina vazduha koja prolazi kroz izmenjivač je  $C_q = 3.2 \text{ m}^3/\text{s}$ . Temperatura spoljašnjeg vazduha  $T_o$  iznosi  $-10 \text{ }^\circ\text{C}$ , dok temperatura vode iz toplotne pumpe iznosi  $60 \text{ }^\circ\text{C}$ . Otvorenost oba ventila kao u prvobitnom slučaju je 100%, dok je maksimalni protok vode protočnog ventila  $0.00159 \text{ m}^3/\text{s}$ . Temperatura povratnog vazduha iznosi  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ , dok je žaluzina spoljašnjeg vazduha otvorena 80%, a žaluzina povratnog 20%. U ovakvom slučaju, medijum koji se zagreva je vazduh, a medijum koji se hladi je voda, s obzirom da ona energiju predaje vazduhu, kako bi se postigla željena temperatura u zimskom periodu. Rezultati simulacije za zimski period prikazani su na slici 3.



Slika 3 - Izlazni parametri modela u režimu grejanja

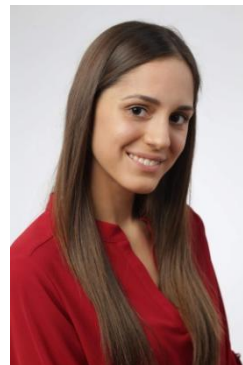
## 6. ZAKLJUČAK

Ovaj rad predstavlja matematički model klima komore i istražuje njegove performanse kroz analizu rezultata pri promeni različitih parametara. Svaki od podsistema je posebno analiziran, kao i izlazni podaci, što je značajno kako bi se uvidela energetska potrošnja ukoliko se neki od parametara sistema promeni. Ovakvi sistemi su veliki energetske potrošači, pa je stoga bitna optimizacija njihovog rada. Razvijeni matematički model omogućava dublje razumevanje kako se sistem ponaša pri promeni parametara, što će pomoći u minimizaciji potrošnje energije. Ova vrsta istraživanja ima potencijal da doprinese efikasnijem korišćenju resursa i smanjenju troškova energije u industriji ili drugim oblastima gde su klima komore ključni sistemi.

## 7. LITERATURA

- [1] Razban, A., Khatib, A., Goodman, D., Chen, J.: *Modelling of air handling unit subsystem in a commercial building*, Thermal Science and Engineering Progress, 2019, 231-238
- [2] Osman, K.: *Upravljanje Postrojenjem klimatizacije poslovnog objekta*, Magistarski rad, 2011, Zagreb
- [3] Lopes, J., Silva, J., Teixeira, S., Teixeira, J.: *Numerical Modeling and Optimization of an Air Handling Unit*, Energies, 2021.
- [4] Afram, A., Janabi-Sharifi, F.: *Review of modeling methods for HVAC systems*, Applied Thermal Engineering, 2014, 507-519
- [5] Zajic, I., Larkowski, T., Burnham, K.J., Hill, D.: *Temperature Model of an Industrial Air Handling Unit and Manufacturing Zone*, 2012.
- [6] Schito, E.: *Dynamic simulation of an air handling unit and validation through monitoring data*, Energy Procedia 148, 2018, 1206-1213
- [7] Goldanlou, A.S., Kalbasi, R., Afrand, M.: *Energy usage reduction in an air handling unit by incorporating two heat recovery units*, Journal of Building Engineering 32, 2020, 101545
- [8] Sun, L., Li, Y., Jia, H., Ying, Y.: *Research on Fault Detection Method for Air Handling Units System*, IFAC PapersOnLine 52-3, 2019, 79-84

## Kratka biografija



**Nada Mandić** rođena je u Vrbasu 1998. godine. Nakon završene Gimnazije "Žarko Zrenjanin" u Vrbasu, 2017. upisuje osnovne studije elektrotehnike i računarstva na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, smer Računarstvo i automatika, koje završava 2021. godine. Po završetku osnovnih, upisuje master studije na istom fakultetu i smeru.