

**КОНФОРМНЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ ЗА РЕПУБЛИКУ СРБИЈУ СА НАЈМАЊИМ
АПСОЛУТНИМ ЛИНЕАРНИМ ДЕФОРМАЦИЈАМА****CONFORMAL PROJECTIONS FOR THE REPUBLIC OF SERBIA WITH MINIMAL
ABSOLUTE LINEAR DEFORMATIONS**Милош Пјевац, Мирко Борисов, *Факултет техничких наука, Нови Сад***Област – ГЕОДЕЗИЈА И ГЕОИНФОРМАТИКА**

Кратак садржај – У овом раду описан је поступак добијања конформних пројекција са најмањим апсолутним линеарним деформацијама за територију Р. Србије у виду нумеричких и графичких резултата обрађених у софтверима *MATLAB* и *QGIS*.

Кључне речи: *Картографске пројекције, конформне пројекције, QGIS, линеарне деформације, MATLAB.*

Abstract – *In this paper, the procedure for obtaining conformal projections with minimal absolute linear deformations for the territory of the Republic of Serbia is described, presented in the form of numerical and graphical results processed using MATLAB and QGIS software.*

Keywords: *Cartographic Projections, Conformal Projections, QGIS, Linear Deformations, MATLAB.*

1. УВОД

Динамичан технички и општи привредни развој људских заједница и човечанства у целини захтева сваким даном све већу количину детаљних информација о стању појава и чињеница које нас окружују. С тим у вези, бројне научне и техничке дисциплине, службе и делатности, међу којима је и геодетска, обављају разноврсне задатке на плану тзв. инвентаризације простора, тј. евидентирају, скупљају и обрађују одговарајуће податке и информације о геопростору.

Развој математичке картографије, чији се главни део односи на област картографских пројекција, текао је паралелно са развојем израде карата и картографије уопште. Развој бројних наука, техничка достигнућа и потребе свакодневног живота временом су иницирале све шире захтеве за израдом разноврсних географских и других карата различитих размера и намена, што је изискивало и непрекидно повећање броја разноврсних картографских пројекција и поспешивање математичке основе карата [1].

Конформне картографске пројекције су посебно важне због примене за потребе државног премера, катастарско - топографских карти, поморске пловидбе, авијације као и војних потреба. Овако распрострањена примена првенствено је настала од

НАПОМЕНА:

Овај рад је проистекао из мастер рада чији ментор је био проф. др Мирко Борисов.

чињеница да у конформним пројекцијама линеарни размер у некој тачки не зависи од азимута, за разлику од свих неконформних картографских пројекција у којима линеарна скала зависи не само од положаја тачке, већ и од посматраног правца (азимута) у датој тачки. У том смислу, анализа линеарних деформација у конформним пројекцијама једноставнија је од свих осталих неконформних пројекција [2].

2. МЕТОДОЛОГИЈА РАДА

Да би се могле поредити различите пројекције и њихове варијанте морају се применити јединствена методологија и критеријуми. То се пре свега односи на јединствени критеријум за процену деформација и јединствено географско подручје. Нове оптималне пројекције су добијене на основу постављеног критеријума најмањих и највећих апсолутних линеарних деформација за дату област. Постојеће варијанте конформних пројекција се не добијају на основу истих услова као оптималне, па на могу ни да се пореде на тај начин [3]. За потпунији преглед конформних пројекција за Републику Србију, у даљем тексту биће анализирана процена највеће апсолутне линеарне деформације за постојеће пројекције.

Софтвер који је тестиран и примењен за проналажење и рачунање оптималне конформне пројекције у овом раду је *MATLAB*. Софтвер *MATLAB* омогућава решавање постављеног задатка у целисти унутар сопственог окружења.

Основни задаци које је потребно решити за добијање оптималних картографских пројекција су следећи:

1. Унети основне податке граница подручја пресликавања, као и параметре елипсоида;
2. Израчунати константне величине;
3. Дефинисати функције и једначине за рачунање вредности критеријума најмање највеће апсолутне линеарне деформације;
4. Срачунати деформације, координате и размере пројекције.

**3. КРИТЕРИЈУМ НАЈМАЊЕ НАЈВЕЋЕ
АПСОЛУТНЕ ЛИНЕАРНЕ ДЕФОРМАЦИЈЕ**

Највећа апсолутна линеарна деформација на неком подручју *A* дефинисана је следећом формулом :

$$d_{max} = \max_A |c - 1| \quad (1)$$

За неправилна подручја и пројекције са сложеним распоредом деформација строго налажење $\max|c - 1|$ није увек могуће. Због тога је подручје A потребно апроксимирати коначним скупом тачака $T = \{(\varphi_i, \lambda_i), i = 1 \dots n\}$ у којима се рачуна линеарни размер и тражи највећа апсолутна линеарна деформација. Ако се за изабрану пројекцију нађе скуп вредности параметара те пројекције $P = \{p_1, p_2 \dots p_n\}$ за које се постиже најмања највећа апсолутна линеарна деформација [4]:

$$\min_P d_{max} = \min_P \max_P |c_i - 1|, \quad (2)$$

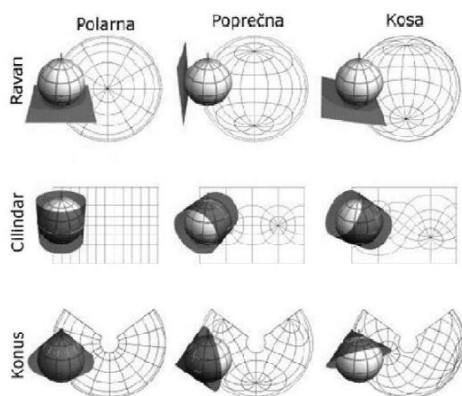
4. КОНФОРМНЕ КОНУСНЕ АЗИМУТНЕ И ЦИЛИНДРИЧНЕ ПРОЈЕКЦИЈЕ - ПРЕГЛЕД

Ако се за класификацију узме изглед паралела и меридијана, односно облик нормалне мреже, пројекције се могу сврстати у следеће групе: азимутне, цилиндричне и конусне.

У азимутним пројекцијама се паралеле усправних пројекција пресликавају као концентричне кружнице, а меридијани као правци који се секу у заједничком центру паралела под угловима једнаким одговарајућим разликама географских дужина (Слика 1.-први ред) [5].

Код цилиндричних пројекција се меридијани усправних пројекција пресликавају као правци међу собом паралелни, на размаку пропорционалном одговарајућим разликама дужина, а паралеле такође као правци управни на меридијане (Слика 1.-други ред) [5].

Меридијани усправних конусних пројекција пресликавају се као правци који се секу у једној тачки под угловима пропорционалним одговарајућим разликама географских дужина, а паралеле као лукови концентричних кружница са средиштем у пресеку меридијана (Слика 1.-трећи ред) [5].



Слика 1. Три основне пројекционе површи [5]

4.1. Ламбертова V варијанта

Ова пројекција припада конусним конформним пројекцијама, има две секуће паралела на којима су деформације једнаке нули. Тачније на овим паралелама нема деформација и називају се стандардне паралеле.

4.2. Каврајски а) варијанта

Професор Каврајски предложио је два поступка за одређивање константи k и K . Код којих је случај а) такав да размери n_S и n_N на крајњим паралелама

треба да су међусобно једнаки и поред тога да су толико пута већи од јединице колико пута је јединица већа од минималног размера n_0 [6].

4.3. Каврајски б) варијанта

Варијанта б) је пројекција која је такође конформна са две секуће, односно стандардне паралеле. Размери n_S и n_N , на крајњим паралела треба да су међусобно једнаки и да се у исто време од јединице разликују за исти износ колико се од јединице разликује размер n_m на средњој паралели [6].

4.4. Стереографска-линеани размер $c_0 = 0.9999$

Код стереографских пројекција тачка посматрања налази се на површи лопте. Стереографска пројекција са линеарним размером у изабраном полу 0.9999 је азимутна коса конформна пројекција код које раван пројцирања сече Земљину лопту по кругу, на коме су деформације једнаке нула.

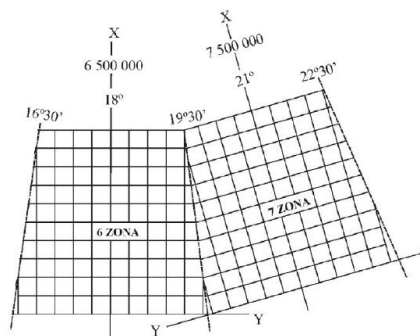
4.5. Стереографска-линеани размер $c_0 = 0.9996$

Код стереографске пројекције са линеарним размером у полу 0.9996 раван пројцирања сече Земљину лопту по кругу, на коме су деформације једнаке нула. Такође припада азимутним косим конформним пројекцијама.

4.6. Гаус-Кригера - линеарни размер 0.9999 и 0.9996

Гаус-Кригера пројекција спада у групу конформних попречно цилиндричних пројекција. Пресликавање се са елипсоида врши на попречно постављени цилиндар, који додирује елипсоид дуж меридијана. Пројекција је конформна, размер дуж додирног меридијана једнака је јединици и не зависи од географске ширине. Додирни меридијан пресликава се као права линија а екватор као права линија управна на додрини меридијан [7].

Ова пројекција се користила у Србији као службена до 2011. године. Територија Србије се налази између 18° и 24° ИГД, обухвата део 6. зоне и целу 7. са додирним меридијанима на 18° и 21° географске дужине. Ширина зоне пресликавања износи 3° и усвојено је да средњи меридијан зоне има вредност $500\,000\text{ m}$. За потребе рада коришћена је зона ширине 6° , где се за средњи меридијан узима вредност 21° географске дужине. Зона пресликавања се налази од 18° до 24° ИГД, и од $41^\circ 30'$ до $46^\circ 30'$ СГШ.

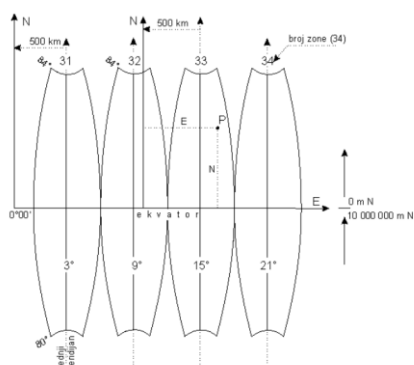


Слика 2. Правоугли координатни системи 6. и 7. зона пресликавања [7]

4.7. UTM пројекција- линеарни размер 0.9996

UTM је попречна цилиндрична пројекција развијена средином XX века у САД. Представља модификовану Гаус-Кригерову пројекцију. Ова пројекција у односу на Гаус-Кригерову пројекцију има већу зону пресликавања (шестостепену) и нешто веће деформације у зони пресликавања. Предност дате пројекције односи се на једнозначно одређивање координата тачака на било ком делу површи Земље. Линеарни размер дуж средњег меридијана зоне износи 0.9996, док је дуж секућих меридијана једнак јединици [8].

Користи се као службена пројекција Р. Србије од 2011. године



Слика 3. Приказ меридијанских зона UTM [8]

5. СТУДИЈА СЛУЧАЈА

Нумерички и графички подаци свих теоријских и практично обрађених пројекција приказани су у наредном поглављу у виду графика, табела и слика. Где су у табелама приказане вредности правоуглих координата, линеарних апсолутних деформација добијених у програму *MATLAB*. Исцртане картографске мреже добијене су у програму *AutoCad*. Програм *QGIS* употребљен је за визуализацију деформација и графички приказ.

5.1. Практични део-нумерички и графички резултати

Рачунање нумеричких вредности решења, линеарних размера и деформација на основу формула, као и свих параметара за добијање координата извршено је у програму *MATLAB*. Прво су задати обухвати територије пресликавања, затим рачунати параметри пројекције на основу којих су добијене координате и на крају линеарни размери и деформације.

У Табели 1. приказана је једна тачка из сваке пројекције на 44° СГШ и 21° ИГД, приказане су правоугле координате тачке, апсолутне линеарне деформације (d) као и линеарни размери (m).

5.2. Анализа картографских пројекција – оптимална пројекција

Графички (растером) је приказан просторни распоред деформација на основу података добијених из софтвера *MATLAB* и обрађених у софтверу *QGIS*. У Табели 2. приказан је распоред највећих линеарних деформација на задатом подручју и на подручју Републике Србије, за све обрађене пројекције.

Табела 1. Координате датих пројекција

Пројекција	X[m]	Y[m]	m	d [dm/km]
Ламбертова	0	277676,66	0,999525	4,75
Каврајски а) варијанта	0	277676,70	0,999526	4,74
Каврајски б) варијанта	0	277676,66	0,999525	4,75
Стереографска 0.9999	0	0	0,9999	1
Стереографска 0.9996	0	0	0,9996	4
Гаус-Кригерава 0.9999	500 000	4873334,99	0,9999	1
Гаус-Кригерава 0.9996	500 000	4871872,84	0,9996	4
UTM пројекција 0.9996	500 000	4871872,84	0,9996	4

Табела 2. Највећа апсолутна линеарна деформација у различитим пројекцијама

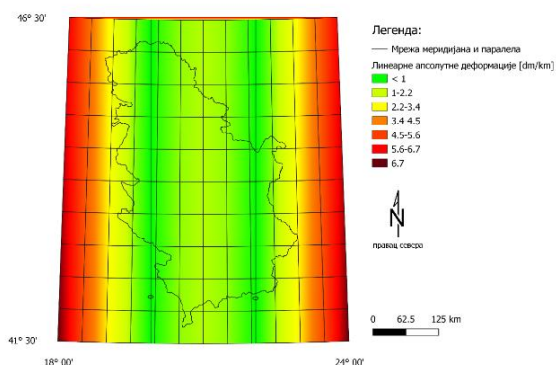
ПРОЈЕКЦИЈЕ	Највећа апсолутна лин. деф. [dm/km]	Највећа апс. лин. деф. на територији Р. Србије [dm/km]
Гаус-Кригерава 0.9999	6,7	2,8
Гаус-Кригерава 0.9996	4	4
UTM 0.9996	4	4
Ламбертова V варијанта	4,75	4,75
Каврајски а) варијанта	4,75	4,75
Каврајски б) варијанта	4,75	4,75
Стереографска 0.9999	7,5	4,2
Стереографска 0.9996	4,45	4,45

Највећа линеарна деформација на задатом подручју за Гаус-Кригерову 0.9999 пројекцију износи 6,7 dm/km . Док на територији Републике Србије достиже 2,8 dm/km , што спада у оптималне картографске пројекције. Приликом избора пројекције водило се рачуна о томе да се што веће подручје Р. Србије преслика са мањим деформацијама од 1 dm/km . Док код Гаус-Кригерове 0.9996 пројекције максимална линеарна деформација достиже 4 dm/km , баш по средњем меридијану пресликавања. Код ове пројекције већи део Р. Србије се налази под максималним деформацијама. Максимална линеарна деформација код UTM пројекције је 4 dm/km . Већи део подручја Р. Србије је покривен деформацијама од 3 до 4 dm/km , скоро исто као код Гаус-Кригерове 0.9996.

Максималне апсолутне деформације код пројекција Каврајски а) и б) варијанта и Ламбертова V варијанта износе 4.75 dm/km и удаљавањем од средње паралеле,

деформације иду ка 0 dm/km , тј. ка пресечним паралелама. Односно како се удаљавамо од средње паралеле по географској ширини северно и јужно, тако деформације опадају. Централни део Р. Србије се налази под деформацијама од 2.8 до 4.75 dm/km . Док се у крајње северном и јужном деформације крећу од 0 до 2.8 dm/km .

Стереографске конформне пројекције са линеарним размером 0.9999 и 0.9996 имају кружне деформације, односно деформације које се крећу у виду концентричних кругова у односу на центар пројектирања. Максимална линеарна деформација за подручје Р. Србије износи 4.2 dm/km за Стереографску пројекцију 0.9999 , док је за Стереографску 0.9996 највећа апсолутна линеарна деформација 4 dm/km .



Слика 4. Прегледна карта са апсолутним линеарним деформацијама Гаус-Кригера пројекција са линеарним размером 0.9999

На слици 4 графички је приказан распоред деформација за Гаус-Кригерову пројекцију са линеарним размером 0.9999 . Од обрађених пројекција ова пројекција има најмање деформације на подручју Р. Србије.

6. ЗАКЉУЧАК

Циљ овог рада био је да се пронађе оптимална конформна пројекција за подручје територије Републике Србије. На основу табеларних резултата апсолутних линеарних деформација гледајући за подручје Р. Србије, може се закључити да најмање деформације има Гаус-Кригера пројекција са линеарним размером 0.9999 . Затим је прате Стереографска 0.9999 , *UTM*, Гаус-Кригера 0.9996 , Стереографска 0.9996 , па пројекције Каврајаског и Ламбертова V варијанта.

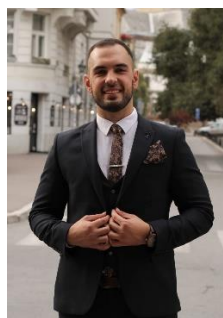
Код поређења деформација Гаус-Кригера пројекције (0.9999) са пројекцијама Каврајаског и Ламбертовом V варијантом, долази се до закључка да се деформације шире потпуно супротно, где се код Гаус-Кригера (0.9999) деформације шире по географској дужини, а код конусних пројекција по географској ширини. Поређењем Стереографске 0.9999 са Гаус-Кригеровом пројекцијом (0.9999) може се закључити да је са тог становишта Стереографска пројекција мањег квалитета, јер се деформације шире сразмерно промени и географске ширине и дужине. Крајњи северни и јужни део територије Р. Србије подлеже наглом порасту деформација код Стереографске пројекције 0.9999 .

Закључак је да се у оптималне пројекције за територију Републике Србије може уврстити Гаус-Кригера пројекција са линеарним размером 0.9999 , Гаус-Кригера пројекција са линеарним размером 0.9996 и *UTM* пројекција, као и Стереографска 0.9999 . Пројекције Каврајаског и Ламбертова пројекција, дају и негативне деформације. Код Стереографске 0.9996 средишњи део територије упада под велике деформације.

7. ЛИТЕРАТУРА

- [1] <https://www.docsity.com/sr/osnovi-kartografije-u-prostornom-planiranju-skripta>, (приступљено у новембру 2023.)
- [2] <https://hrcak.srce.hr/geodetski-list>, vol. 64 (87), No. 3, 2010. (приступљено у новембру 2023.)
- [3] Tutić, D. (2010) Konformne projekcije za Hrvatsku sa najmanjim apsolutnim linearnim deformacijama. Zagreb.
- [4] Tutić, D. (2008): Stereografska i druge konformne projekcije za Hrvatsku, Disertacija, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb.
- [5] Frančula, N. (2004). Kartografske projekcije, Sveučilište u Zagrebu, Geoetski fakultet, Zagreb.
- [6] Jovanović, V. (1983): Matematička kartografija, knjiga, Vojnotehnički institut, Beograd.
- [7] Borčić, B. (1955): Matematička kartografija, Tehnička knjiga, Zagreb.
- [8] Borisov, M., Nova službena kartografska projekcija Srbije, Vojnotehnički glasnik, vol.60, br.1, pp. 201-215, Ministarstvo odbrane, Beograd.

Кратка биографија:



Милош Пјевац рођен је у Сомбору 1997. године. Основне академске студије на Факултету техничких наука у Новом Саду, смер геодезија и геоматика, уписао 2016. године. Дипломирао 2020. године одбранивши дипломски рад под називом „Праћење промена температуре шумских површина употребом *Landsat* сателитске платформе“ и исте године уписао мастер академске студије.

контакт: milospjevac1@gmail.com