



## PRORAČUN FLUKSEVA SINHRONIH MAŠINA SA STALNIM MAGNETIMA CALCULATION OF FLUX LINKAGES OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS MACHINES

Tamara Milovac, Dejan Jerkan, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad*

### Oblast – ELEKTROTEHNIKA I RAČUNARSTVO

**Kratak sadržaj** – U radu su date osnove metode konačnih elemenata, koja je primenjena za izračunavanje fluksnih obuhvata sinhronih mašina sa stalnim magnetima (SMSM). Na primeru sinhronog motora sa utisnutim stalnim magnetima, izvršen je proračun fluksnih obuhvata, a zatim su prikazani i analizirani njihovi talasni oblici usled pobuđenosti statorskih namotaja, kao i onih koji su posledica pobuđenosti mašine stalnim magnetima.

**Ključne reči:** SMSM, FEA, fluksni obuhvat, zasićenje.

**Abstract** – The paper presents the basics of the finite element method, which was applied to calculate the flux linkages of synchronous machines with permanent magnets (PMSM). On the example of a synchronous motor with interior permanent magnets, the calculation of flux linkage were performed, and then waveform of flux linkage caused by the permanent magnet and waveform of flux linkage caused by armature stator currents were shown.

**Keywords:** PMSM, FEA, flux linkage, saturation.

### 1. UVOD

Sinhrone mašine su rotacione električne mašine koje karakteriše obrtno magnetno polje u vazdušnom zazoru, čija sinhrona brzina obrtanja zavisi od frekvencije struja statorskih namotaja. Pojam sinhrona proizilazi iz činjenice da je mehanička brzina obrtanja rotora jednaka brzini obrtnog polja.

Kako bi se ostvarila elektromehanička konverzija uz sinhronu brzinu obrtanja rotora, potrebno je obezbediti da rotorsko magnetno kolo ima sopstveni izvor pobuđivanja. Pobuđivanje se može realizovati pomoću zasebnog pobudnog namotaja kroz koji se uspostavlja jednosmerna struja, ili postavljanjem stalnih magneta na rotoru. Tema ovog rada je proračun flukseva sinhronih mašina sa stalnim magnetima kao izvorom pobude, tako da će na dalje biti reči samo o ovoj vrsti mašina.

Sinhrone mašine sa stalnim magnetima imaju visoku efikasnost, visoku stabilnost obrtnog momenta, malu inerciju i jednostavno upravljanje. Ovaj tip mašina najčešće služi za pogone koji rade u širokom opsegu brzina. Brzine se kreću u opsegu od nekoliko stotina, pa čak i do preko deset hiljada obrtaja u minuti.

Neke od najčešćih primena SMSM su: robotski aktuatori, alatne mašine, kućni aparati i električna vozila.

### NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Dejan Jerkan, docent.

U radu je izvršen proračun fluksnih obuhvata SMSM, zatim su prikazani i analizirani njihovi talasni oblici po  $d$  i  $q$  osi, usled pobuđenosti statorskih namotaja, kao i onih koji su posledica pobuđenosti mašine stalnim magnetima. Za izvršene analize korišćena je softverska implementacija metode konačnih elemenata.

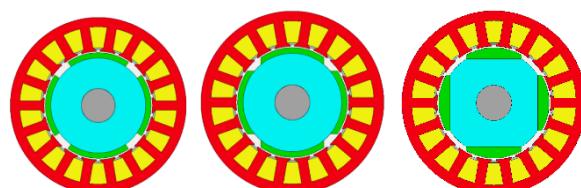
### 2. TIPIČNE KONSTRUKCIJE SMSM

U zavisnosti od načina postavljanja stalnih magneta na rotoru, SMSM se mogu podeliti na sinhronе mašine sa površinski postavljenim i na one sa magnetima utisnutim u rotor.

Kod sinhronih mašina sa površinski postavljenim magnetima, magneti su pričvršćeni na obod rotora. Različite magnetne provodnosti u dve električno ortogonalne ose dovode do magnetne asimetrije. Te dve ose se nazivaju podužna  $d$  osa i poprečna  $q$  osa. Zato što nema izraženog efekta isturenosti polova podužna i poprečna induktivnost,  $L_d$  i  $L_q$  su približno jednake.

Prednost konstrukcije sinhronе mašine sa površinski postavljenim magnetima je to što im je jednostavna montaža, a nedostatak je to što je magnet više izložen demagnetišćem polju i centrifugalnim silama. Takođe, ovakve mašine nisu pogodne za pogone kod kojih se zahtevaju velike brzine obrtanja.

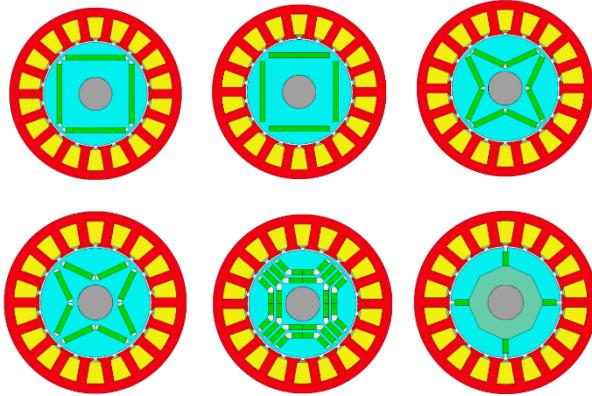
Na slici 1 su prikazani primeri topologije sinhronih motora sa površinski postavljenim stalnim magnetima na rotoru. Svaku od topologija odlikuje različit oblik stalnih magneta, što utiče na način njihovog fiksiranja za rotor, odnosno cenu njihove izrade.



Slika 1. Primeri topologija sa površinski postavljenim magnetima

Kod sinhronih mašina sa utisnutim stalnim magnetima magneti su dobro oklopljeni i zaštićeni, zbog čega su pogodni kod pogona koji zahtevaju veliki raspon brzina. Rotor ovako konstruisanih SMSM ima magnetnu anizotropiju zbog kompleksne geometrije. Za razliku od sinhronih mašina sa površinski postavljenim magnetima, ove mašine zbog manjeg vazdušnog zazora imaju izraženiju reakciju armature.

Na slici 2 prikazane su neke od topologija mašina sa utisnutim stalnim magnetima na rotoru. Za izradu rotora je potrebna znatno manja količina gvožđa u  $d$  osi, zbog čega je induktivnost  $L_d$  mnogo manja od induktivnosti  $L_q$ . Takođe, postoji zavisnost induktivnosti statora od ugla rotora što dovodi do pojave reluktantnog momenta, koji predstavlja dodatnu komponentu koja se superponira na osnovni momenat, omogućavajući ovakvom tipu mašina veću gustinu momenta po jedinici mase.



Slika 2. Primeri topologija sa utisnutim stalnim magnetima

Uloga statorskih namotaja je da u vazdušnom zazoru mašine osigura magnetno polje. Topologija statora kod oba navedena tipa mašina podrazumeva dve osnovne vrste namotaja: koncentrični namotaj i raspodeljeni namotaj.

Koncentrični namotaj je manji, jednostavniji i ima manje gubitke u bakru namotaja. Kod koncentričnog namotaja provodnici su smešteni oko istaknutog pola u jedan veliki žleb. Ovakav namotaj daje maksimalni iznos polja koje nije sinusnog karaktera usled čega se javljaju viši harmonici.

Kod raspodeljenog namotaja provodnici su raspoređeni u više žlebova ispod jednog pola. Imaju bolju sinusnu raspodelu polja u vazdušnom zazoru usled čega imaju manji uticaj viših harmonika. Za raspodeljeni namotaj potrebna je veća količina bakra, zbog čega su gubici u bakru veći nego kod koncentričnog namotaja.

### 3. MODELOVANJE ZASIĆENE SINHRONE MAŠINE SA UTISNUTIM STALNIM MAGNETIMA

Matematičko modelovanje je od izuzetnog značaja za izučavanje različitih pojava i procesa koji se odvijaju, kako u ustaljenom režimu rada, tako i tokom prelaznih procesa u električnim mašinama, u ovom poglavlju se pristupa izvođenju jednačina bitnih za dobijanje fluksnih obuhvata po  $d$  i  $q$  osi. Takođe, će biti reči i o metodi konačnih elemenata, kao i o metodi zamrznutih permeabilnosti koja omogućava razdvajanje vrednosti fluksnih obuhvata koji potiču od dejstva stalnih magneta i dejstva armaturnih struja.

Metoda konačnih elemenata je grafo-numerička metoda koja predstavlja izuzetno moćno sredstvo za izračunavanje fenomena u elektromagnetnom polju koje se uspostavlja u sredinama složene geometrije. Rotacione električne mašine upravo predstavljaju takve uređaje, pa je primena ove metode u analizi njihovog ponašanja sve

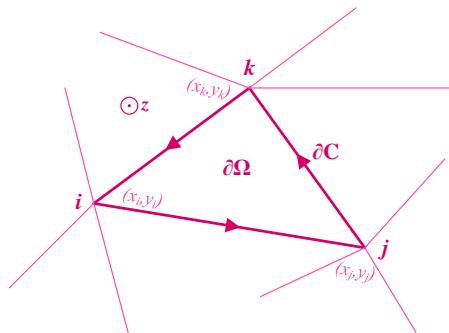
zastupljenija. Postoje različite implementacije ove metode, u zavisnosti od problema koji se želi istražiti, a najzastupljenija je ona koja se temelji na rešavanju parcijalnih diferencijalnih jednačina magnetskog vektor potencijala  $A$ .

U zavisnosti od nivoa detaljnosti koji se želi postići, postoje dvodimenzionalne i trodimenzionalne implementacije ove metode. Iskustvo pokazuje da je za širok spektar problema najčešće dovoljno formulisati dvodimenzionalni problem metode konačnih elemenata, naročito za probleme koji nemaju izraženu varijaciju geometrije duž treće dimenzije (u slučaju rotacionih mašina treća dimenzija predstavlja osnu dužinu, kojom se definiše dužina paketa limova). U tom slučaju domen od interesa predstavlja planarnu površ poprečnog preseka magnetnog kola mašine, a konačni elementi na koje se poprečni presek izdeljuje postaju trougaoni.

Dvodimenzionalna formulacija metode konačnih elemenata u kojoj je planarna površ poprečnog preseka mašine postavljena u  $xy$  ravni prerasta u parcijalnu diferencijalnu jednačinu u kojoj magnetski vektor potencijal  $A$  ima samo  $z$  komponentu. Relacija koja se može definisati na nivou pojedinačnog konačnog elementa tada glasi:

$$\frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} \right) = -J_{0izv} + \sigma \left( \frac{\partial A_z}{\partial t} + grad_z V \right) \quad (1)$$

U relaciji (1)  $\mu \left[ \frac{H}{m} \right]$  predstavlja permeabilnost, a  $\sigma \left[ \frac{S}{m} \right]$  predstavlja provodnost sredine kojoj konačni element pripada. Član  $J_{0izv} \left[ \frac{A}{m^2} \right]$  predstavlja gustinu struje strujnih izvora (ukoliko takvih izvora ima u samom konačnom elementu),  $V[V]$  je električni skalar potencijal, dok  $A_z \left[ \frac{W_b}{m} \right]$  predstavlja pomenutu  $z$  komponentu magnetskog vektor potencijala. Na slici 3 je prikazan detalj jednog konačnog elementa trougaonog oblika.



Slika 3. Detalj konačnog elementa trougaonog oblika

Relacija 1 se nizom matematičkih transformacija prevodi u integralnu jednačinu u kojoj se oblik rešenja forsira unapred definisanim funkcijama oblika trougaonih segmenta. Za slučaj primene metode u magnetno linearim sredinama sistem jednačina koji je potrebno formulisati za sve konačne elemente se može značajno brže rešiti nego u slučaju nelinearnih sredina, kada i sama permeabilnost koja u jednačinama figuriše zavisi od intenziteta polja u čijem rešavanju učestvuje kao promenljivi parametar. Otuda se metoda konačnih elemenata u primeni rešavanja elektromagnetskih polja u električnim mašinama smatra daleko najzahtevnijom metodom sa aspekta računarskih resursa, ali i utroška

vremena, budući da se praktično sve rotacione mašine izrađuju od feromagnetskih materijala, koji su izuzetno magnetno nelinearni.

Magnetna polja stalnih magneta i armaturnih struja deluju u nelinearnoj sredini i međusobno utiču jedno na drugo. Razdvajanje vrednosti fluksnih obuhvata koji potiču od dejstva stalnih magneta i dejstva armaturnih struja moguće je uz primenu metode zamrznutih permeabilnosti na osnovu koje se vrše tri FEM simulacije. Rezultat ovih simulacija omogućuje izračunavanje parametara u jednačinama u svim radnim tačkama ( $i_d, i_q$ ) sa velikom tačnošću.

Kako bi se razdvojio uticaj pobudnih struja i stalnih magneta na ukupan fluksni obuhvat statorskih namotaja, potrebno je primeniti sledeći postupak. Najpre se izvrši simulacija na kompletном modelu mašine, koja je istovremeno pobuđena i stalnim magnetima, ali i odgovarajućim statorskim strujama. Rezultati ovakve simulacije služe isključivo kako bi se dobila odgovarajuća slika zasićenosti u mašini, odnosno lokalne vrednosti permeabilnosti u svakom od konačnih elemenata. Zatim se izvrši „zamrzavanje“ ovih vrednosti permeabilnosti, tako da se suštinski dobije mašina sa linearnim feromagnetskim materijalom, ali takvim da je on izuzetno nehomogen, jer mu vrednost permeabilnosti na lokalnom nivou varira.

Na ovako pripremljenom modelu zamrznutih permeabilnosti se zatim vrše simulacije gde se mašina pobuđuje isključivo statorskim strujama ili stalnim magnetima. Tako se postiže efikasno razdvajanje njihovih doprinosa ukupnim fluksnim obuhvatima, što se zatim može iskoristiti za proračun induktivnosti.

Algoritmi zasnovani na primeni metode konačnih elemenata omogućuju numerički proračun magnetnog vektor potencijala  $\vec{\psi}$  u svim tačkama mreže konačnih elemenata na koju je izdeljen poprečni presek mašine. Na osnovu tih proračuna moguće je rekonstruisati magnetno polje u mašini i izračunati veličine od interesa.

Kao rezultat numeričkih proračuna dobijaju se fluksni obuhvati u svakoj od faza trofaznog statorskog namotaja. Njih je potrebno transformisati u  $dq$  domen da bi se dobili fluksni obuhvati po  $d$  i  $q$  osama potrebnii za izračunavanje  $L_d$  i  $L_q$ .

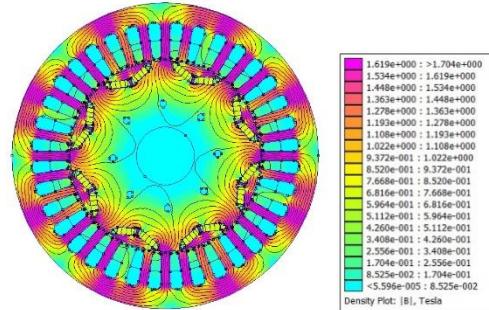
$$\psi = \psi_d + j\psi_q$$

$$= \frac{2}{3}(\psi_a + \alpha\psi_b + \alpha^2\psi_c), \quad \alpha = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (2)$$

$$\psi_d = \frac{2}{3}\left(\psi_a - \frac{1}{2}\psi_b - \frac{1}{2}\psi_c\right) \quad (3)$$

$$\psi_q = \frac{1}{\sqrt{3}}(\psi_b - \psi_c) \quad (4)$$

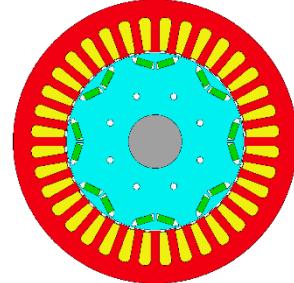
Nad modelom motora, kreiranim u programskom paketu *FEMM 4.2.*, su zatim izvršene magnetostatičke simulacije. Kao odziv ovih simulacija se dobijaju vrednosti vektora magnetske indukcije u svakom od konačnih elemenata, koje se zatim koriste za proračun fluksnih obuhvata. Na slici 4 prikazan je odziv magnetostatičke simulacije.



Slika 4. Rezultati simulacije

#### 4. PRAKTIČAN PRIMER

Za potrebe istraživanja i proračuna fluksnih obuhvata primenom metode konačnih elemenata i principa zamrznutih permeabilnosti u ovom radu je analizirana IPMSM čiji je poprečni presek prikazan na slici 5. Reč je o osmopolnoj sinhronoj mašini sa utisnutim stalnim magnetima u jednostrukom „V“ rasporedu. Statorski namotaj je izведен kao trofazni dvoslojni, dok je mašina predviđena za napajanje iz pretvarača koji na svom ulazu dobija nazivni jednosmerni napon od 48 V. Osnovni podaci o mašini dati su u tabeli 1.



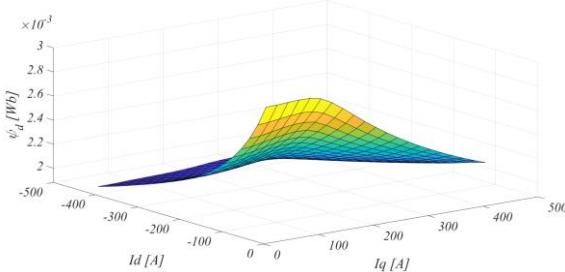
Slika 5. Izgled sinhronе mašine sa utisnutim stальным магнетима на ротору

Tabela 1. Osnovni podaci o razmatranoj mašini

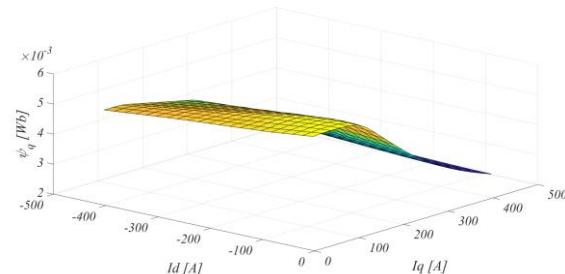
Osnovne karakteristike motora ACX-3544-01		
Karakteristika	Jedinica	Brojna vrednost
DC napon međukola	[V]	<b>48</b>
Maksimalna struja	[A]	<b>510</b>
Maksimalna brzina	[ $\frac{o}{min}$ ]	<b>6000</b>
Kontrolna strategija	/	<b>MTPA</b>
Temperatura namotaja	[°C]	<b>100</b>
Temperatura za magnete	[°C]	<b>100</b>
Temperatura limova	[°C]	<b>100</b>

U nastavku će biti prikazani isključivo rezultati simulacija na modelima sa zamrznutim permeabilnostima, dok bi se fluksni obuhvati potpuno pobuđene mašine lako mogli dobiti sabiranjem, te su stoga opravdano izostavljeni.

Na osnovu relacije (3) se iz vrednosti fluksnih obuhvata po fazama  $a$ ,  $b$  i  $c$  konačno može dobiti i fluksni obuhvat po  $d$  osi, a kao posledica pobuđenosti statorskih namotaja. Talasni oblik ovog fluksa u zavisnosti od struja po  $d$  i po  $q$  osi je prikazan na slici 6, dok je na slici 7 prikazan talasni oblik fluksnog obuhvata po  $q$  osi dobijen na osnovu relacije (4).



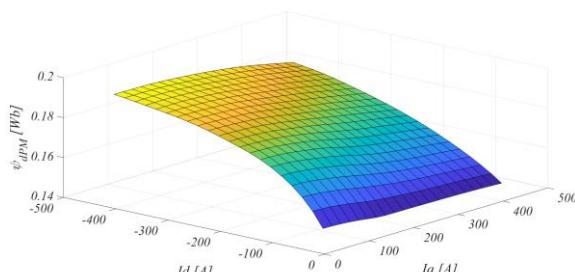
Slika 6 . Zavisnost fluksnog obuhvata u d osi od komponenata statorskih struja u d i q osama



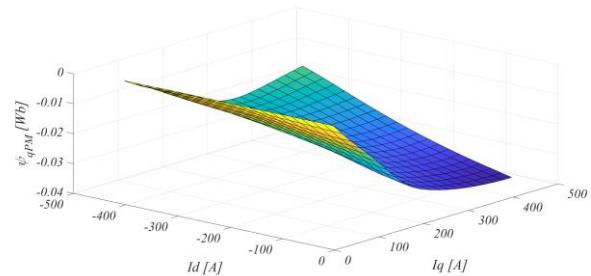
Slika 7 . Zavisnost fluksnog obuhvata u q osi od komponenata statorskih struja u d i q osama

Na osnovu slika 6 i 7 može se videti da zbog efekta zasićenja linearan porast vrednosti struja ne dovodi do linearne promene u vrednostima fluksnog obuhvata.

Efekat zasićenja magnetnog kola se još upečatljivije može prikazati ukoliko bi se izračunali i predstavili talasni oblici fluksnih obuhvata isključivo kao posledica pobuđenosti mašine stalnim magnetima. Po osnovnoj, linearnoj teoriji modelovanja električnih mašina, ovi fluksevi bi morali biti konstatni. Međutim, to u praksi svakako nije slučaj, a korišćena metoda zamrznutih permeabilnosti omogućava da se istraži promena fluksa stalnih magneta u zavisnosti od nivoa zasićenja mašine izazvanog združenim delovanjem svih pobuda.



Slika 8 . Zavisnost fluksnog obuhvata koji potiče od dejstva stalnih magneta u d osi od komponenata statorskih struja u d i q osama



Slika 9. Zavisnost fluksnog obuhvata koji potiče od dejstva stalnih magneta u q osi od komponenata statorskih struja u d i q osama

Na slikama 8. i 9. su prikazani talasni oblici fluksnih obuhvata po  $d$  i  $q$  osi u zavisnosti od komponenata statorskih struja po  $d$  i  $q$  osi, a kao posledica pobuđenosti mašine stalnim magnetima.

## 5. ZAKLJUČAK

U radu su prikazani odzivi fluksnih obuhvata u  $d$  i  $q$  osi, a kao posledica pobuđenosti statorskih namotaja i fluksnih obuhvata koji potiču od dejstva stalnih magneta. Primetan je uticaj nelinearnosti feromagnetskog materijala u oblastima sa strujama statorskih namotaja većih intenziteta, gde se i očekuje najveće zasićenje. Naročito je ovaj efekat zavisan od intenziteta struja po  $d$  osi. Dobijeni fluksni obuhvati se dalje mogu koristiti za unapređenje kontrolnih strategija upravljanja pogonima sa ovakvim tipom pogonskih mašina.

## 6. LITERATURA

- [1] N. Bianchi and S.Bolognani, „Magnetic Models of Saturated Interior Permanent Magnet Motors based on Finite Element Analysis“, Conf. Rec. IEEE Ind. Appl. Soc. Annu. Meeting, pp 27-34, 1998.
- [2] D. Jerkan, M.Gecić, D.Marčetić „IPMSM Inductances Calculation Using FEA“, Conf. Rec. INDEL 2014, pp 134-138, 2014.
- [3] Venco Ćorluka, „Modeliranje sinkronog motora s unutarnjim permanentnim magnetima i koncentriranim namotom“, doktorski rad, Fakultet elektrotehnike, računarstva i informacijskih tehnologija Osijek, 2017.
- [4] Besplatni, nekomercijalni softver FEMM 4.2 dostupan na web stranici [www.femm.info](http://www.femm.info).
- [5] S. J. Salon, Finite Element Analysis of Electrical Machines, Springer US, 1995, pp. 1–16.

## Kratka biografija:

**Tamara Milovac** rođena je u Novom Sadu, 1997. godine. Diplomirala je na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu 2021. godine. Master rad iz oblasti Elektrotehnike i računarstva – Energetska elektronika i električne mašine odbranila je 2022. godine.

**Dejan Jerkan** je docent na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, na Katedri za Energetsku elektroniku i pretvarače. Oblast interesovanja su mu modelovanje i dijagnostika električnih mašina, kao i metoda konačnih elemenata.