

PRIMENA KONCEPTA INTERNOG MODELA ZA REGULACIJU STRUJE U OKVIRU POGONA SA ASINHRONIM MOTOROM**IMC BASED CURRENT CONTROL OF INDUCTION MOTORS**Milica Jarić, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad***Oblast – ELEKTROTEHNIKA I RAČUNARSTVO**

Kratak sadržaj – U ovom radu analizirana je primena koncepta internog modela za regulaciju struje u okviru elektromotornog pogona sa asinhronim motorom. Strujni regulatori bazirani na ovom konceptu predstavljaju alternativu postojećim strukturama sa akcentom ka unapređenju efekta raspredanja naponskih osa, kao i jednostavnije parametarske sinteze. Kroz simulacije na uprošćenom matematičkom modelu strujnog podsistema naponski napajano asinhronog motora potvrđene su performanse ovog pristupa.

Ključne reči: koncept internog modela, asinhrona mašina, regulacija struje;

Abstract – In this paper, the concept of internal model controller for robust current control of induction motor drive is analysed. IMC based current controllers represent an alternative approach to the classical control schemes with the emphasis on the improvements of cross-coupling compensation characteristics of plant model and simplified design procedure. Performance verification of the aforementioned control scheme is presented in form of simulation results on the simplified induction drive plant model.

Keywords: internal model control, induction motor, current control;

1. UVOD

Robusna strujna kontrola u vektorski upravljanim elektromotornim pogonima sa motorima naizmjenične struje predstavlja neophodan preduslov za obezbeđivanje visokih performansi regulacije. Strujno napajanje motora koje omogućuje injektovane željenog vektora struje spram položaja fluksa rotora postiže se primenom strujno regulisanih naponskih invertora (engl. *Current Regulated Voltage Source Inverter – CRVSI*).

Za superiorne dinamičke performanse, regulatori struje u okviru CRVSI moraju imati smanjenu parametarsku osetljivost imogućnost uspešnog otklanjanja poremećaja u vidu indukovanih elektromotornih sila. Kao alternativa klasičnoj strukturi koja podrazumeva PI regulatore u sinhrono–rotirajućem koordinatnom sistemu zajedno sa mehanizmom raspredanja osa (engl. *Cross-Coupling Decoupling*), nameće se struktura regulatora zasnovana na

konceptu unutrašnjeg modela (engl. *Internal Model Control – IMC*) koja unosi poboljšanja u vidu smanjene parametarske osetljivosti pri velikim brzinama obrtanja i jednostavnije parametarske sinteze regulatora.

U drugom poglavlju rada prikazan je matematički model objekta upravljanja u vidu strujnog podsistema asinhronne mašine u sinhrono–rotirajućem koordinatnom sistemu, dok je parametarska sinteza zasnovana na IMC konceptu detaljno opisana u trećem poglavlju. Rezultati simulacija prikazani su u četvrtom poglavlju.

2. MATEMATIČKI MODEL STRUJNOG PODSISTEMA ASINHRONE MAŠINE

Jednačine (1) i (2) predstavljaju matematički model strujnog podsistema asinhronne mašine u sinhrono–rotirajućem koordinatnom sistemu sa primenjenim vektorskim upravljanjem (engl. *Field Oriented Control – FOC*) koje obezbeđuje poravnavanje d ose sa vektorom fluksa rotora. Parametar L_σ opisan izrazom (3) predstavlja ekvivalentnu rasipnu induktivnost namotaja statora.

$$u_{sd} = R_s i_{sd} + L_\sigma \frac{d}{dt} i_{sd} - \omega_{dq} L_\sigma i_{sq} + \frac{L_m}{L_r} \frac{d}{dt} \psi_{rd} \quad (1)$$

$$u_{sq} = R_s i_{sq} + L_\sigma \frac{d}{dt} i_{sq} + \omega_{dq} L_\sigma i_{sd} + \omega_{dq} \frac{L_m}{L_r} \psi_{rd} \quad (2)$$

$$L_\sigma = L_s \left(1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right) \quad (3)$$

U jednačinama naponske ravnoteže u d i q osama statorskog namotaja se pored pada napona na statorskoj otpornosti i ekvivalentnoj rasipnoj induktivnosti javljaju i članovi koji predstavljaju indukovane elektromotorne sile usled dejstva rotorskog fluksa, kao i elektromotorne sile rotacije predstavljene članovima $-\omega_{dq} L_\sigma i_{sq}$ i $\omega_{dq} L_\sigma i_{sd}$. Članovi srazmerni rotorskom fluksu i njegovom izvodu predstavljaju konstantne ili sporopromenljive poremećaje čije je dejstvo opravdano zanemariti prilikom projektovanja strujnih regulatora. Sa druge strane, elektromotorne sile rotacije predstavljaju sprežujuće (engl. *Cross-Coupling*) članove između d i q osa i ne mogu biti zanemarene jer imaju isti frekventni spektar kao i upravljane promenljive, odnosno struje i_{sd} i i_{sq} .

Laplasovom transformacijom jednačina (1) i (2), uz predložena zanemarenja, dobija se uprošćen matematički model strujnog podsistema u kompleksnom domenu prikazan jednačinama (4) i (5).

$$u_{sd}(s) = (R_s + sL_\sigma) i_{sd}(s) - \omega_{dq} L_\sigma i_{sq}(s) \quad (4)$$

$$u_{sq}(s) = (R_s + sL_\sigma) i_{sq}(s) + \omega_{dq} L_\sigma i_{sd}(s) \quad (5)$$

NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Vladimir Popović, docent.

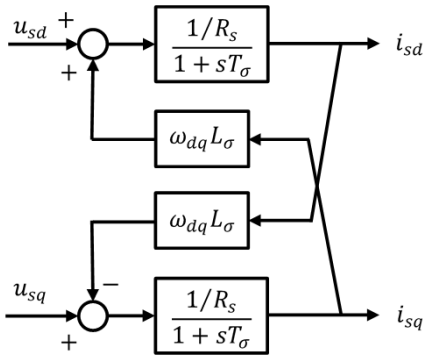
Na osnovu jednačina (4) i (5) izvode se funkcije prenosa objekta upravljanja u d i q osama prikazane sa (6) i (7). Odgovarajući blok dijagram strujnog podsistema je prikazan na Slici 1.

$$u_{sq}(s) + \omega_{dq}L_{\sigma}i_{sd}(s) = (R_s + sL_{\sigma})i_{sq}(s) \rightarrow \frac{i_{sq}(s)}{u_{sq}(s) + \omega_{dq}L_{\sigma}i_{sd}(s)} = \frac{1/R_s}{1 + sT_{\sigma}} \quad (6)$$

$$u_{sq}(s) - \omega_{dq}L_{\sigma}i_{sd}(s) = (R_s + sL_{\sigma})i_{sq}(s) \rightarrow \frac{i_{sq}(s)}{u_{sq}(s) - \omega_{dq}L_{\sigma}i_{sd}(s)} = \frac{1/R_s}{1 + sT_{\sigma}} \quad (7)$$

$$T_{\sigma} = L_{\sigma}/R_s \quad (8)$$

Sistem prikazan na Slici 1 je sistem sa dva ulaza i dva izlaza, odnosno *MIMO* sistem (engl. *MIMO* – *Multiple Input – Multiple Output*), zbog čega ga je pogodno predstaviti matričnom funkcijom prenosa $\mathbf{G}(s)$.



Slika 1. Blok dijagram strujnog podsistema asinhronne mašine

$$\begin{bmatrix} u_{sd}(s) \\ u_{sq}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + sL_{\sigma} & -\omega_{dq}L_{\sigma} \\ \omega_{dq}L_{\sigma} & R_s + sL_{\sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd}(s) \\ i_{sq}(s) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{G}(s) = \begin{bmatrix} R_s + sL_{\sigma} & -\omega_{dq}L_{\sigma} \\ \omega_{dq}L_{\sigma} & R_s + sL_{\sigma} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{d(s)} \begin{bmatrix} R_s + sL_{\sigma} & \omega_{dq}L_{\sigma} \\ -\omega_{dq}L_{\sigma} & R_s + sL_{\sigma} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$d(s) = R_s^2 + 2R_sL_{\sigma}s + s^2L_{\sigma}^2 + \omega_{dq}^2L_{\sigma}^2 \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} i_{sd}(s) \\ i_{sq}(s) \end{bmatrix} = \mathbf{G}(s) \cdot \begin{bmatrix} u_{sd}(s) \\ u_{sq}(s) \end{bmatrix} \quad (12)$$

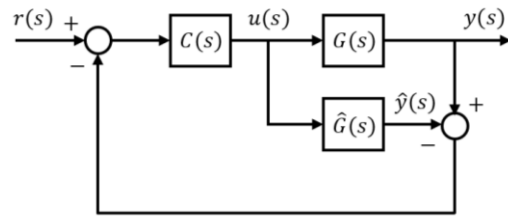
3. STRUJNI REGULATOR ZASNOVAN NA KONCEPTU UNUTRAŠNJEG MODELA

IMC pristup se zasniva na observaciji objekta upravljanja čiji se izlaz poredi sa izlazom njegovog modela. Njihova razlika predstavlja korekcionni signal koji se prenosi povratnom vezom i adaptira signal koji pobuđuje kontroler.

3.1. Koncept unutrašnjeg modela

Blok dijagram *IMC* strukture prikazan je na Slici 2. $G(s)$ predstavlja u opštem slučaju matričnu funkciju prenosa objekta upravljanja, $\hat{G}(s)$ je funkcija prenosa unutrašnjeg modela, dok $C(s)$ predstavlja funkciju prenosa *IMC* regulatora. Parametri unutrašnjeg modela $\hat{G}(s)$ su

procenjene vrednosti stvarnih parametara objekta upravljanja $G(s)$.



Slika 2. Blok dijagram regulacione petlje sa primenom *IMC* koncepta upravljanja

U idealnom slučaju, procenjeni parametri objekta upravljanja jednaki su stvarnim, odnosno interni model se u potpunosti poklapa sa objektom upravljanja pri čemu važi $\hat{G}(s) = G(s)$. Signal u povratnoj vezi tada iznosi nula i ceo sistem se ponaša kao sistem u otvorenoj sprezi. Ukoliko se funkcija prenosa *IMC* regulatora $C(s)$ odabere tako da važi $C(s) = \hat{G}^{-1}(s)$, matrična funkcija prenosa u otvorenoj sprezi $\mathbf{W}(s)$ postaje jedinična, čime se u potpunosti kompenzuje dinamika objekta upravljanja.

$$C(s) = \hat{G}^{-1}(s) \rightarrow \mathbf{W}(s) = C(s)G(s) = \mathbf{I} \quad (13)$$

$$\mathbf{W}_s(s) = \mathbf{W}(s) = \mathbf{I} \quad (14)$$

U praktičnoj primeni prethodno opisani slučaj nije pogodan jer se kompenzacijom dinamičkih procesa u objektu upravljanja javljaju nagli udari upravljačke promenljive. Takođe, izbor *IMC* regulatora tako da važi $C(s) = \hat{G}^{-1}(s)$ nije uvek ni moguć i u nekim slučajevima može dovesti do nestabilnosti. Konačno, greška u proceni parametara neminovno postoji, usled čega interni model nikada nije ekvivalentan stvarnom objektu upravljanja, pa se signal u povratnoj vezi mora uvažiti. Pod pretpostavkom da je sistem opisan funkcijom prenosa $G(s)$ minimalne faze, pomenuti problemi vezani za stabilnost i udare upravljačke promenljive rešavaju se unošenjem filtarske funkcije prenosa kao što je prikazano u (16). Niskopropusni filtri koji se nalaze na glavnoj dijagonali matrice $\mathbf{F}(s)$ prikazane sa (15) mogu biti proizvoljnog reda n u zavisnosti od željenih performansi regulacione petlje.

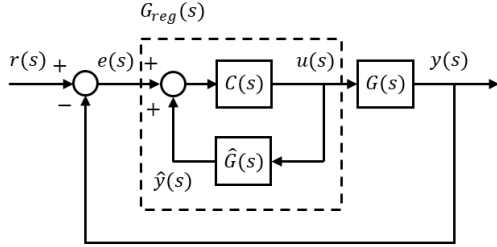
$$\mathbf{F}(s) = \text{diag} \left\{ \frac{v_1^n}{(v_1 + s)^n}, \frac{v_2^n}{(v_2 + s)^n}, \dots, \frac{v_k^n}{(v_k + s)^n} \right\} \quad (15)$$

$$C(s) = \hat{G}^{-1}(s)\mathbf{F}(s) \quad (16)$$

Blok dijagram klasične *IMC* strukture prikazan na Slici 2 može se modifikovati na način prikazan na Slici 3, pri čemu se dobija struktura u kojoj je ulaz u regulator greška između referentne i stvarne vrednosti upravljane promenljive, dok se regulator opisuje matričnom funkcijom prenosa $G_{reg}(s)$ koja je opisana izrazom (17). Na taj način je interni model objekta upravljanja sadržan u samom regulatoru, a odabirom odgovarajuće funkcije prenosa $C(s)$ dobijaju se parametri rezultatnog regulatora $G_{reg}(s)$. Uvažavanjem izraza (16) za funkciju prenosa *IMC* regulatora dobija se funkcija prenosa (18). Uz pretpostavku da je interni model ekvivalentan modelu objekta upravljanja, odnosno da važi $\hat{G}(s) = G(s)$, funkcija prenosa sistema u otvorenoj sprezi je prikazana

sa (19), odakle se vidi da ona ne zavisi od parametara objekta upravljanja, već isključivo od parametara filtarske funkcije prenosa.

Prednost *IMC* metode ogleda se u činjenici da odziv upravljane promenljive zavisi samo od podesivih parametara v_n koji predstavljaju propusne opsege regulacionih petlji *MIMO* sistema sa n upravljanih promenljivih, odnosno od po jednog podesivog parametra za svaku od regulacionih petlji.



Slika 3. Blok dijagram regulacione petlje zasnovane na *IMC* konceptu sa ekvivalentnim regulatorom u direktnoj osi

$$\mathbf{G}_{reg}(s) = [\mathbf{I} - \mathbf{C}(s)\hat{\mathbf{G}}(s)]^{-1}\mathbf{C}(s) \quad (17)$$

$$\mathbf{G}_{reg}(s) = [\mathbf{I} - \hat{\mathbf{G}}^{-1}(s)\mathbf{F}(s)\hat{\mathbf{G}}(s)]^{-1}\hat{\mathbf{G}}^{-1}(s)\mathbf{F}(s) \quad (18)$$

$$\mathbf{W}(s) = [\mathbf{I} - \mathbf{F}(s)]^{-1}(s)\mathbf{F}(s) \quad (19)$$

3.2. Primena *IMC* koncepta na strujnu regulacionu petlju asinhronne mašine

Matematički model strujnog podsistema asinhronne mašine u dq koordinatnom sistemu opisan je matricnom funkcijom prenosa koja je prikazana u (10).

Izraz za funkciju prenosa regulatora prikazan je sa (21), pri čemu su elementi matrice $\mathbf{F}(s)$ odabrani da budu filtri niskopropusnici opsega prvog reda čije su presečne učestanosti jednake za d i q osu i obeležene su sa v .

$$\mathbf{F}(s) = \begin{bmatrix} \frac{v}{v+s} & 0 \\ 0 & \frac{v}{v+s} \end{bmatrix} = \frac{v}{v+s}\mathbf{I} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{reg}(s) &= \left[\mathbf{I} - \frac{v}{v+s}\mathbf{I}\right]^{-1}\hat{\mathbf{G}}^{-1}(s)\frac{v}{v+s}\mathbf{I} = \\ &= \frac{v+s}{s}\mathbf{G}^{-1}(s)\frac{v}{v+s} = \frac{v}{s}\hat{\mathbf{G}}^{-1}(s) \end{aligned} \quad (21)$$

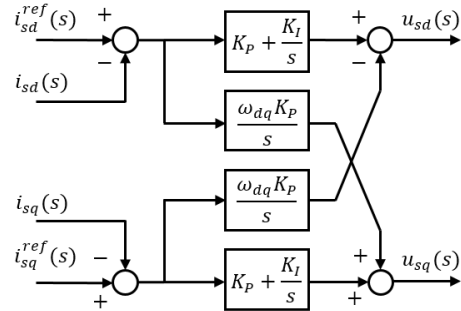
Na osnovu (10) i (21) dobija se željena matricna funkcija prenosa regulatora prikazana izrazom (22). Njeni dijagonalni elementi predstavljaju funkcije prenosa *PI* regulatora u svakoj od osa dq koordinatnog sistema, dok vandijagonalni elementi u vidu integratora predstavljaju rasprežujuće članove.

Proporcionalno i integralno pojačanje regulatora računaju se prema izrazima (23), odakle se vidi da su oni srazmerni presečnoj učestanosti filtra v koja ujedno predstavlja i propusni opseg petlje nakon zatvaranja povratne sprege. Na taj način se vrednosti oba parametra regulatora dobijaju na osnovu samo jednog podesivog parametra u vidu propusnog opsega petlje.

Funkciji prenosa (22) odgovara blok dijagram regulatora prikazan na Slici 4.

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{reg}(s) &= \frac{v}{s} \begin{bmatrix} \hat{R}_s + s\hat{L}_\sigma & -\omega_{dq}\hat{L}_\sigma \\ \omega_{dq}\hat{L}_\sigma & \hat{R}_s + s\hat{L}_\sigma \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} v\hat{L}_\sigma \left(1 + \frac{1}{\hat{T}_\sigma s}\right) & -\omega_{dq} \frac{v\hat{L}_\sigma}{s} \\ \omega_{dq} \frac{v\hat{L}_\sigma}{s} & v\hat{L}_\sigma \left(1 + \frac{1}{\hat{T}_\sigma s}\right) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} K_P + \frac{K_I}{s} & -\omega_{dq} \frac{K_P}{s} \\ \omega_{dq} \frac{K_P}{s} & K_P + \frac{K_I}{s} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (22)$$

$$K_P = v\hat{L}_\sigma, \quad K_I = v\hat{R}_s \quad (23)$$



Slika 4. Blok dijagram strujnog regulatora zasnovanog na konceptu unutrašnjeg modela

U idealizovanom slučaju kada važi $\hat{\mathbf{G}}(s) = \mathbf{G}(s)$, funkcija otvorenog prenosa strujne petlje je integratorska, što obezbeđuje nultu grešku ustaljenog stanja na odskočnu pobudu, a sistem u zatvorenoj sprezi ponaša se kao filter niskopropusnik prvog reda, čime se dobijaju povoljne dinamičke karakteristike u upravljanju strujama i_{sd} i i_{sq} . Funkcije otvorenog i spregnutog prenosa u opisanom slučaju prikazane su sa (24) i (25).

$$\mathbf{W}(s) = \frac{v}{s}\hat{\mathbf{G}}^{-1}(s)\mathbf{G}(s) = \frac{v}{s}\mathbf{I} \quad (24)$$

$$\mathbf{W}_s(s) = \frac{v}{v+s}\mathbf{I} \quad (25)$$

3.2. Analiza modela u domenu kompleksnih vektora

U [2] pokazano je da se električni podsistem asinhronne mašine koji je u realnom domenu *MIMO* sistem drugog reda može prikazati u notaciji kompleksnih vektora kao *SISO* sistem prvog reda sa kompleksnim parametrima. Modelovanje u domenu kompleksnih vektora omogućuje primenu nekih od konvencionalnih metoda za analizu performansi sistema poput geometrijskog mesta korena i Bodeovih karakteristika, što za *MIMO* sisteme u opštem slučaju nije moguće. Kompleksni vektori struje i napona statora prikazani su sa (26), dok je funkcija prenosa objekta upravljanja sa kompleksnim parametrima prikazana sa (27).

$$\mathbf{i}_s = i_{sd} + j i_{sq}, \quad \mathbf{u}_s = u_{sd} + j u_{sq} \quad (26)$$

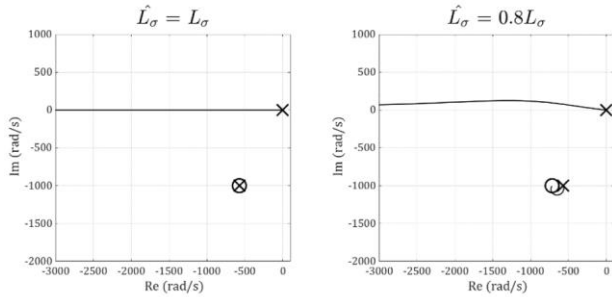
$$\begin{aligned} \mathbf{u}_s(s) &= R_s \mathbf{i}_s(s) + s L_\sigma \mathbf{i}_s(s) + j L_\sigma \omega_{dq} \mathbf{i}_s(s) \rightarrow \\ \mathbf{G}_s(s) &= \frac{\mathbf{i}_s(s)}{\mathbf{u}_s(s)} = \frac{1}{R_s + L_\sigma s + j L_\sigma \omega_{dq}} \end{aligned} \quad (27)$$

Pol sistema opisanog sa (27) je kompleksan i nalazi se na učestanosti $-R_s/L_\sigma - j\omega_{dq}$. Kompleksna funkcija prenosa

regulatora zasnovanog na *IMC* konceptu izvedena je na osnovu postupka koji je detaljno opisan u [3] i prikazana je sa (28), odakle se vidi da regulator u domenu kompleksnih vektora unosi kompleksnu nulu na učestanosti

$$-K_I/K_P - j\omega_{dq}.$$

$$G_{reg}(s) = \frac{K_P(s + j\omega_{dq}) + K_I}{s} \quad (28)$$



Slika 5. Kompleksni GMK za slučaj kada je $\hat{L}_\sigma = L_\sigma$ (levo) i kada je $\hat{L}_\sigma = 0.8L_\sigma$ (desno)

U slučaju kada su procenjeni parametri \hat{R}_s i \hat{L}_σ koji figurišu u izrazima za K_P i K_I jednaki stvarnim, važi $-K_I/K_P = -R_s/L_\sigma$, odnosno kompleksna nula koju unosi regulator potpuno kompenzuje pol sistema.

Na Slici 5 prikazani su grafici geometrijskog mesta korena (GMK) u domenu kompleksnih vektora za slučaj kada se stvarna i procenjena vrednost parametra rasipne induktivnosti poklapaju i kada se razlikuju za 20%.

4. REZULTATI SIMULACIJE

Rezultati simulacije u softverskom paketu *MATLAB Simulink* za tri različite topologije strujnih regulatora prikazani su na Slici 6. Korišćeni parametri prikazani su u Tabeli 1, pri čemu je estimirana vrednost rasipne induktivnosti statora u sva tri slučaja za 20% manja od stvarne, odnosno važi $\hat{L}_\sigma = 0.8L_\sigma$.

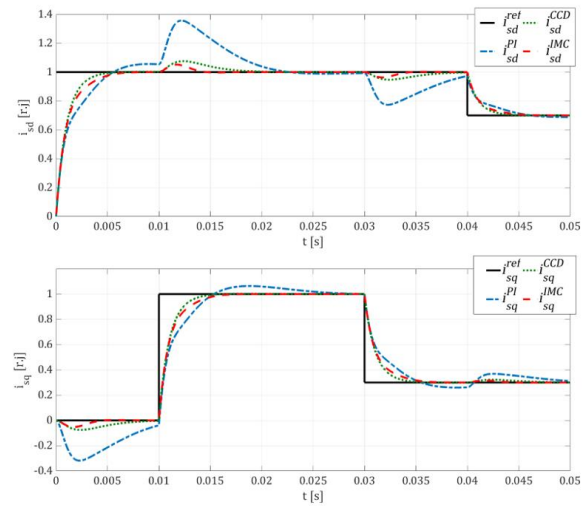
Tabela 1. Simulacioni parametri strujne regulacione petlje

R_s	3.26Ω
L_σ	5.7mH
ω_{dq}	1000 rad/s
v	1000 rad/s

Primena dijagonalnog *PI* regulatora bez mehanizma raspredanja osa čiji su parametri određeni prema izrazima (23) ne može omogućiti nezavisno upravljanje strujama u *d* i *q* osama tokom prelaznih procesa, kao što se vidi na Slici 6.

Najčešće se pomenuti problem rešava dodavanjem *CCD* mehanizma (*Diagonal IMC* u [1] ili *Cross-Coupling Decoupling* u [2]).

Sa Slike 6 vidi se da regulator zasnovan na *IMC*-u bolje potiskuje efekte sprežanja osa u odnosu na *CCD* regulator u uslovima parametarske nesigurnosti.



Slika 6. Odzivi struja i_{sd} i i_{sq} za tri različite topologije strujnih regulatora: dijagonalni *PI* regulator (plavo), *PI* regulator sa *CCD* mehanizmom (zeleno) i *IMC* regulator (crveno)

5. ZAKLJUČAK

U ovom radu analizirana je primena *IMC* koncepta upravljanja za projektovanje robusnog strujnog regulatora u elektromotornom pogonu sa asinhronom mašinom. Kao rezultat dobijen je regulator koji pored klasičnih *PI* regulatora u *d* i *q* osama ima i integratorske elemente koji imaju funkciju dekuplovanja dinamika *d* i *q* komponentata statorske struje. Koristeći kompleksnu notaciju koja omogućuje konstrukciju geometrijskog mesta korena sistema sa kompleksnim parametrima pokazano je kretanje polova sistema odakle se vidi da i u slučaju parametarske nesigurnosti ovakav regulator daje povoljan dinamički odziv, što je pokazano i kroz rezultate simulacija. Osim uspešnog kompenzovanja efekta sprežanja osa, jedna od prednosti *IMC* regulatora jeste i jednostavnost sinteze parametara regulatora.

6. LITERATURA

- [1] L. Harnefors, H. Nee, "Model-Based Current Control of AC Machines Using the Internal Model Control Method", *IEEE Trans. Ind. Applicat.*, vol. 34, pp. 133–141, Jan/Feb 1998.
- [2] F. Briz, M.W. Degner, R.D. Lorenz, "Analysis and Design of Current Regulators Using Complex Vectors", *IEEE Thirty-Second IAS Annual Meeting - New Orleans, LA, USA* (5-9 Oct. 1997)
- [3] A. Doria-Cerezo, M. Bodson, "Root locus rules for polynomials with complex coefficients", *21st Mediterranean Conference on Control and Automation - Plataniass-Chania, Crete, Greece* (25-28 June 2013)

Kratka biografija:



Milica Jarić rođena je u Novom Sadu 1998. god. Master rad na Fakultetu tehničkih nauka iz oblasti Elektrotehnike i računarstva – Energetska elektronika i električne mašine odbranila je 2022.god.