

ANALIZA VIBRACIJA MOSTOVA USLED DINAMIČKOG PEŠAČKOG OPTEREĆENJA**VIBRATION ANALYSIS OF BRIDGES UNDER DYNAMIC PEDESTRIAN LOAD**Filip Jakovljević, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad***Oblast – GRAĐEVINARSTVO**

Kratak sadržaj – U radu je dat grafički prikaz i analiza modela opterećenja prema različitim autorima, preporukama i standardima za slučajeve hodanja, trčanja i skakanja. Prikazani su i analizirani kriterijumi komfora prema internacionalnim standardima i preporukama. Izvršena je analiza usvojenog rešenja pešačkog mosta po pitanju graničnog stanja nosivosti i upotrebljivosti-ugibi. Sprovedena je kontrola vibracija prema različitim autorima, preporukama i standardima i izvršena analiza dobijenih rezultata.

Ključne reči: vibracije, pešačko opterećenje, ubrzanja, svojstvene frekvencije

Abstract – The paper presents a graphical presentation and analysis of load models according to different authors, recommendations and standards for the cases of walking, running and jumping. Comfort criteria according to international standards and recommendations are presented and analyzed. The analysis of the adopted solution of the pedestrian bridge in terms of load capacity limit state and usability-deflection was performed. Vibration control was conducted according to various authors, recommendations and standards, and the analysis of the obtained results was performed.

Keywords: vibrations, pedestrian load, acceleration, natural frequency

1. UVOD

Težnjom ka što vitkijim i elegantnijim konstrukcijama kao i razvojem materijala sa velikom nosivosti, u poslednjih nekoliko godina grade se pešački mostovi sa malim dimenzijama poprečnog preseka i velikih raspona. Time se dobijaju konstrukcije male mase i krutosti što za posledicu ima smanjenje svojstvenih frekvencija i faktora prigušenja kao i veću osetljivost na dinamička opterećenja.

Kao posledica toga dobijamo značajnije vertikalne i horizontalne vibracije od pešačkog opterećenja. Ljudsko telo je posebno osetljivo na vibracije niskih frekvencija do 10Hz, a s obzirom da se prirodne frekvencije pešačkih mostova uglavnom nalaze u opsegu do 10Hz, pobuđivanje mosta može imati veoma negativne efekte na pešake.

NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Dušan Kovačević, red. prof.

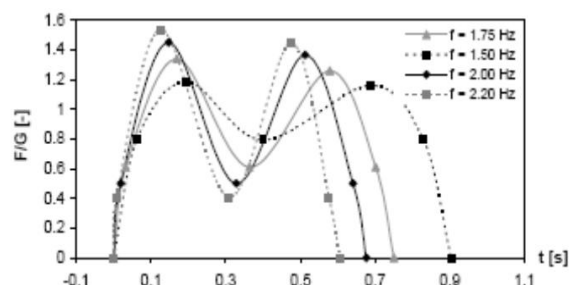
Imajući to u vidu, neophodna je provera graničnog stanja upotrebljivosti po pitanju vibracija kod pešačkih mostova.

2. DINAMIČKO DEJSTVO PEŠAKA PRILIKOM KRETANJA

Dinamičko dejstvo pešaka na mostove se može podeliti u tri osnovne grupe, a to je dejstvo usled hodanja, trčanja i skakanja. Svaka od ovih grupa ima drugačiju krivu promene kroz vreme. Dejstvo pešaka je periodično čiji intenzitet najviše zavisi od frekvencije kretanja pešaka i njegove težine.

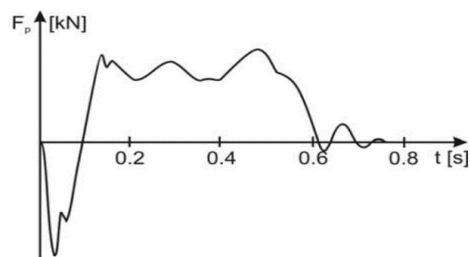
2.1. Dinamičko dejstvo pešaka prilikom hodanja

Dinamičko dejstvo pešaka prilikom hodanja se može predstaviti pomoću tri komponente sile: vertikalna i horizontalna koja se sastoji od lateralne i longitudinalne komponente [4]. Ispod je prikazana promena intenziteta vertikalne komponente sile za jedno stopalo pri različitim frekvencijama (Slika 1).



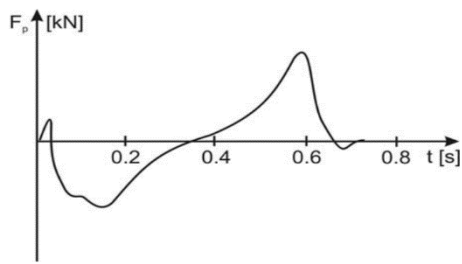
Slika 1. Promena intenziteta vertikalne komponente sile prilikom hodanja pri različitim frekvencijama [4]

Promena intenziteta lateralne komponente sile kroz vreme je prikazana na slici 2.



Slika 2. Promena intenziteta lateralne komponente sile prilikom hodanja [3]

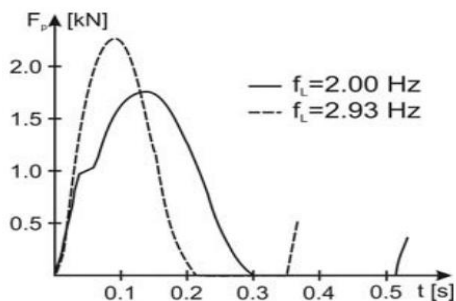
Prikaz promene intenziteta longitudinalne komponente sile kroz vreme dat je na slici 3.



Slika 3. Promena intenziteta longitudinalne komponente sile prilikom hodanja [3]

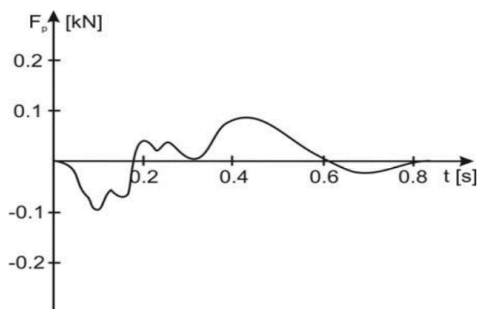
2.2. Dinamičko dejstvo pešaka prilikom trčanja

Dinamičko dejstvo pešaka prilikom trčanja se takođe može predstaviti pomoću tri komponente sile: vertikalna i horizontalna koja se sastoji od lateralne i longitudinalne komponente. Na narednoj slici dat je prikaz promene intenziteta vertikalne komponente sile tokom vremena, za jedno stopalo pri različitim frekvencijama (Slika 4).



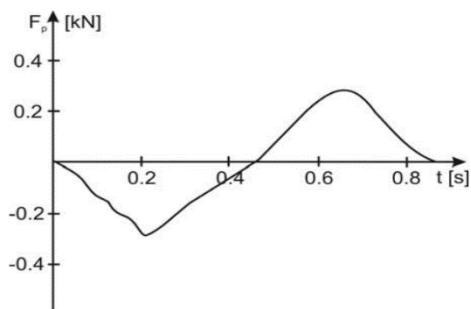
Slika 4. Promena intenziteta vertikalne komponente sile prilikom trčanja pri različitim frekvencijama [4]

Promena intenziteta lateralne komponente sile kroz vreme prikazana je na slici 5.



Slika 5. Promena intenziteta lateralne komponente sile prilikom trčanja [4]

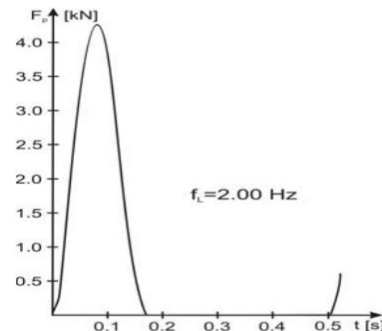
Promena intenziteta longitudinalne komponente sile kroz vreme prikazano je na slici 6.



Slika 6. Promena intenziteta longitudinalne komponente sile prilikom trčanja [4]

2.3. Dinamičko dejstvo pešaka prilikom skakanja

Dinamičko dejstvo pešaka prilikom skakanja se razlikuje u odnosu na dejstvo prilikom hodanja i trčanja pre svega po tome što sila nema horizontalne komponente, već samo vertikalnu. Na narednoj slici dat je prikaz promene intenziteta vertikalne sile tokom vremena (Slika 7).



Slika 7. Promena intenziteta vertikalne sile prilikom skakanja [5]

3. MODELI OPTEREĆENJA PEŠAKA PRILIKOM KRETANJA – PO AUTORIMA

Sile koje su izmerene eksperimentalnim putem je neophodno adekvatno analitički modelirati da bi se mogle primeniti u proračunu vibracija pešačkih mostova. Neharmonijska periodično promenljiva opterećenja se mogu opisati kombinacijom osnovnih trigonometrijskih funkcija [1]. Sve tri komponente se definišu kao sile čiji se intenzitet periodično menja kroz vreme. Opterećenje od kretanja pešaka se može podeliti na različite sinusoidalne oscilacije primenom Fourier-ove transformacije [2]. Izrazi pomoću kojih se definiše vertikalna, lateralna i longitudinalna komponenta sile pešačkog opterećenja, primenom Fourier-ove transformacije, dati su izrazima (1), (2) i (3).

$$F_v(t) = F_0 + \sum_{i=1}^n \alpha_{i,v} \cdot F_0 \cdot \sin(2\pi \cdot i \cdot f_s \cdot t - \varphi_i) \quad (1)$$

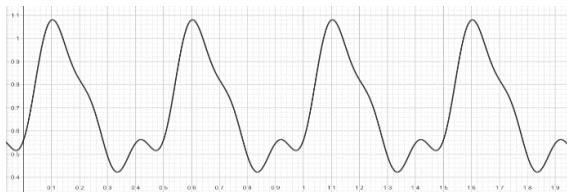
$$F_{lat}(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,lat} \cdot F_0 \cdot \sin\left(2\pi \cdot i \cdot \frac{f_s}{2} \cdot t - \varphi_i\right) \quad (2)$$

$$F_{long}(t) = \sum_{i=1}^n \alpha_{i,long} \cdot F_0 \cdot \sin(2\pi \cdot i \cdot f_s \cdot t - \varphi_i) \quad (3)$$

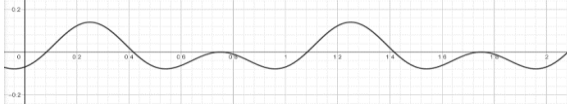
Gde je F_0 statička sila, n je broj razmatranih harmonika, $\alpha_{i,v}$, $\alpha_{i,lat}$, $\alpha_{i,long}$ su Furierovi koeficijenti, f_s je frekvencija kretanja, t je vreme a φ_i je fazni ugao i -tog harmonika. Određeni broj autora se bavilo modeliranjem pešačkog opterećenja primenom Fourier-ove transformacije, pri čemu su različiti autori dali različite modele opterećenja. Svaki od autora je dao svoje dinamičke faktore, fazne uglove, kao i broj harmonika koji se uzimaju u obzir [3].

3.1. Modeli opterećenja prilikom hodanja

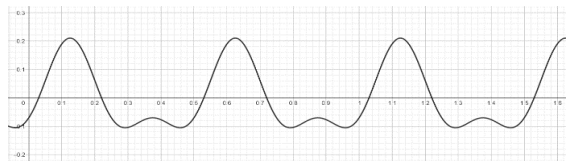
Opterećenjem usled hodanja su se bavili Blanchard, Bachmann, Schulze, Rainer, Kerr, Young, Charles i Hoorpah i dali svoje modele opterećenja. Model opterećenja prema Bachmann-u ima sve tri komponente sile koje su grafički prikazane na slikama 8, 9 i 10.



Slika 8. Promena intenziteta vertikalne komponente sile prilikom hodanja - Bachmann



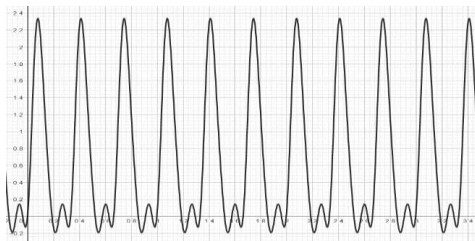
Slika 9. Promena intenziteta lateralne komponente sile prilikom hodanja - Bachmann



Slika 10. Promena intenziteta longitudinalne komponente sile prilikom hodanja - Bachmann

3.2. Modeli opterećenja prilikom trčanja

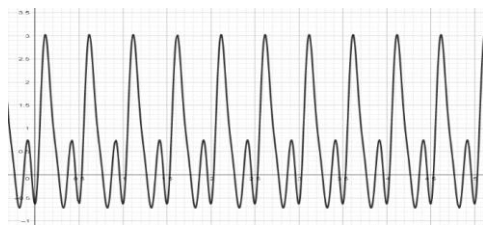
Opterećenjem usled trčanja su se bavili Bachmann i Rainer. Model opterećenja prema Bachmann-u predstavlja vertikalnu silu koja je grafički prikazana na slici 11.



Slika 11. Promena intenziteta vertikalne sile prilikom trčanja - Bachmann

3.3. Modeli opterećenja prilikom skakanja

Opterećenjem usled skakanja su se takođe bavili Bachmann i Rainer. Model opterećenja prema Bachmann-u u slučaju normalnog skakanja predstavlja vertikalnu silu koja je prikazana na slici 12.



Slika 12. Promena intenziteta vertikalne sile prilikom normalnog skakanja - Bachmann

4. MODELI OPTEREĆENJA PEŠAKA PRILIKOM KRETANJA – PO PREPORUKAMA I STANDARDIMA

S obzirom da je pešačko opterećenje veoma kompleksno, preporuke i standardi daju pojednostavljene modele opterećenja. Analizirani su Eurocode 1, Britanski nacionalni aneks, Francuske preporuke i ISO preporuke.

5. KRITERIJUMI KOMFORA PREMA INTERNACIONALNIM STANDARDIMA I PREPORUKAMA

Kriterijumi komfora predstavljaju granične vrednosti za svojstvene frekvencije i granične vrednosti za ubrzanja.

5.1. Granične vrednosti za svojstvene frekvencije

U tabeli 1 dati su opsezi graničnih vrednosti svojstvenih frekvencija po različitim propisima.

Tabela 1. Granične vrednosti svojstvenih frekvencija po različitim propisima [4]

Propisi	Granične vrednosti svojstvenih frekvencija [Hz]	
	Vertikalne	Horizontalne
Eurocode 2 (EN 1992-2)	1,6 – 2,4	0,8-1,2
BS 5400-2 (Velika Britanija)	< 5	
ISO/CD 10137	1,7 - 2,3	
Canadian Highway Bridge Design Code CAN/CSA S6-06	< 4	
Eurocode 5 (EN1995-2)	< 5	< 2,5
Appendix 2 of Eurocode 0	< 5	
SIA 261 (Švajcarska)	1,6 – 4,5	< 1,3 – lateralni pravac < 2,5 – longitudinalni pravac
Austrroads (Australija)	1,5 - 3	
American Guide Spec.	< 3	
Japanese Footbridge Design Code	1,5 – 2,3	
DIN-Fachbericht 102	1,6 – 2,4, 3,5 – 4,5	
HIVOSS	1,25 – 2,3	0,5 – 1,2 – lateralni pravac 1,25 – 2,3 – longitudinalni pravac

Ukoliko svojstvene frekvencije mosta nisu u tom opsegu, smatra se da konstrukcija nije u zoni rizika za pojavu rezonancije usled pešačkog opterećenja i za njih nije neophodna dalja dinamička analiza.

5.2. Granične vrednosti za ubrzanja

U tabeli 2 date su granične vrednosti vertikalnih ubrzanja po različitim propisima.

Tabela 2. Granične vrednosti za vertikalno ubrzanje po različitim propisima [4]

Propisi	Granične vrednosti vertikalnih ubrzanja [m/s ²]	
Eurocode 1	$\text{Min} \left\{ \begin{array}{l} 0,50\sqrt{f_1} \\ 0,70 \end{array} \right.$	- za $f=1-3\text{Hz}$ - za $f=3-5\text{Hz}$ potrebna provera u zavisnosti od slučaja - za $f=5\text{Hz}$ nije neophodna provera
BS 5400-2	$0,5 \cdot \sqrt{f_1}$	f_1 – osnovna prirodna frekvencija mosta
ISO 2631	$1,9 \cdot \sqrt{f_1}$	f_1 – osnovna prirodna frekvencija mosta
Eurocode 5 (EN 1995-2)	0,7	
Japanese Footbridge Design Code (1979)	1,0	
DIN-Fachbericht 102	$0,5 \cdot \sqrt{f_1}$	f_1 – osnovna prirodna frekvencija neopterećenog mosta
VDI 2057	$0,6 \cdot \sqrt{f_1}$	f_1 – osnovna prirodna frekvencija mosta
AISC Guide 11	0,5	
Ontario Bridge Code ONT83	$0,25 \cdot f_1^{0,25}$	f_1 – osnovna prirodna frekvencija mosta
SBA	0,39	
Bachmann	0,5-1,0	

Ukoliko su ubrzanja, nakon dinamičke analize, u gore prikazanim granicama kriterijum komfora pešaka je zadovoljen.

6. OPIS RAZMATRANE KONSTRUKCIJE PEŠAČKOG MOSTA

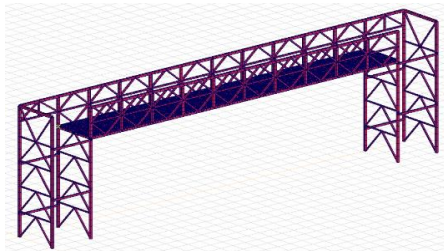
Razmatrana konstrukcija je pešački most koji se nalazi na železničkoj stanici u Loznici. Izgled pešačkog mosta je prikazan na slici 13.



Slika 13. Izgled razmatranog pešačkog mosta

7. MODELIRANJE KONSTRUKCIJE

Konstrukcija pešačkog mosta je modelirana i analizirana pomoću softvera AxisVM [5]. Na slici 14. dat je renderovan model pešačkog mosta.



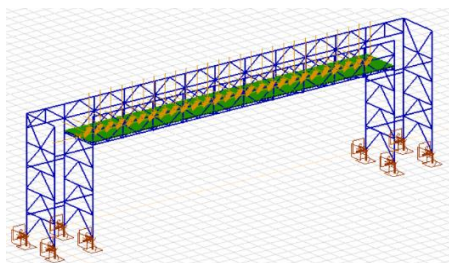
Slika 14. Model pešačkog mosta u softveru AxisVM

8. KONTROLA GRANIČNOG STANJA NOSIVOSTI I GRANIČNOG STANJA UPOTREBLJIVOSTI – UGIBI

Nakon analize je utvrđeno da konstrukcija ispunjava uslove po pitanju graničnog stanja nosivosti i graničnog stanja upotrebljivosti-ugibi. Takođe je utvrđeno da su svi elementi konstrukcije u velikoj meri predimenzionisani.

9. KONTROLA VIBRACIJA

Analizom svojstvenih frekvencija mosta je utvrđeno da je ispunjen uslov po pitanju svojstvenih frekvencija prema propisima, ali je dinamička analiza ipak sprovedena. Kontrola vibracija je izvršena prema Banchard-u, Bachmann-u, Schulze-u, Rainer-u, Kerr-u, Young-u, Charles-u i Hoopah-u, Francuskim preporukama, ISO preporukama, Eurocode 1 i Britanskom aneksu. Prostorni prikaz sila na konstrukciji prema Bachmann-u u slučaju hodanja dat je na slici 15.



Slika 15. Prikaz sila na konstrukciji – Bachmann hodanje

U tabeli 3 dat je uporedni prikaz dobijenih rezultata prema svim analiziranim autorima, standardima i preporukama za slučaj hodanja jednog pešaka.

Tabela 3. Vertikalna, lateralna i longitudinalna ubrzanja u slučaju hodanja jednog pešaka izraženih u m/s^2

	Konstrukcija poda			Poprečni nosači			Glavni nosači		
	a_x	a_y	a_z	a_x	a_y	a_z	a_x	a_y	a_z
Blanchard	2,155	0,064	0,079	0,799	0,062	0,113	0,163	0,238	0,027
Bachmann	1,604	0,045	0,114	0,432	0,033	0,171	0,074	0,067	0,042
Schulze	1,322	0,041	0,089	0,393	0,031	0,133	0,101	0,060	0,033
Rainer	1,875	0,049	0,107	0,452	0,033	0,172	0,050	0,073	0,010
Kerr	1,731	0,046	0,098	0,444	0,032	0,159	0,065	0,069	0,009
Young	1,740	0,046	0,099	0,441	0,032	0,160	0,055	0,069	0,009
Charles i Hoopah	1,969	0,052	0,132	0,471	0,035	0,202	0,053	0,076	0,035
Francuske preporuke	1,610	0,045	0,104	0,432	0,032	0,160	0,074	0,064	0,033
ISO preporuke	1,417	0,039	0,082	0,396	0,028	0,132	0,077	0,064	0,011
Eurocode 1	0,301	0,067	0,015	0,304	0,065	0,019	0,304	0,133	0,046
Britanski aneks	0,105	0,004	0,005	0,046	0,004	0,008	0,030	0,006	0,005

10. ZAKLJUČAK

Analizom vibracija prema velikom broju modela opterećenja, prema različitim autorima i preporukama, kao i analizom kriterijuma komfora izvedeno je nekoliko važnih zaključaka. Bez obzira što je konstrukcija mosta u velikoj meri predimenzionisana po pitanju graničnog stanja nosivosti i graničnog stanja upotrebljivosti-ugibi, nisu ispunjeni kriterijumi komfora pešaka po pitanju vibracija. Takođe, bez obzira što pojedini autori daju veće maksimume sila da bi bili na strani sigurnosti, ne dobijaju se veća ubrzanja u pređenju sa manjim maksimumima sila drugih autora zbog drugačije promene funkcije sile kao i drugačijih amplituda.

Prema određenim autorima i preporukama, dobijaju se veća ubrzanja u slučaju kretanja jednog pešaka nego u slučaju kretanja kolone pešaka jer dolazi do amortizacije ubrzanja. Zbog toga je neophodno sprovođenje analize kretanja i jednog pešaka i kolone pešaka jer analizom kretanja samo kolone pešaka ne znači da smo na strani sigurnosti. Utvrđeno je da su razlike u ubrzanjima koja se dobijaju prilikom analize vibracija po različitim autorima, kao po pojednostavljenim metodama po preporukama, velike. Takođe, longitudinalna komponenta sile se ne može zanemariti jer u slučaju razmatranog mosta izaziva ubrzanja u longitudinalnom pravcu veća od dozvoljenih. Utvrđeno je i da bez obzira što svojstvene frekvencije mosta nisu u graničnom opsegu, dinamička analiza se mora sprovesti jer se dobijaju ubrzanja koja su veća od dozvoljenih.

Ukoliko kriterijumi komfora pešaka nisu ispunjeni, neophodna je korekcija konstrukcije mosta u cilju povećanja svojstvenih frekvencija oscilovanja i smanjenja ubrzanja u vertikalnom, lateralnom i longitudinalnom pravcu.

11. LITERATURA

- [1] Dušan Kovačević: *MKE modeliranje u analizi konstrukcija, Beograd: Građevinska knjiga*
- [2] Bachmann H., Ammann W.: *Vibration Problems in Structures. Practical Guidelines, 1995.*
- [3] Živanović, S., Pavić, A. and Reynolds, P. : Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *Journal of Sound and Vibration, Vol. 279, 2005.*
- [4] mr Marija Spasojević Šurdilović, dipl.inž.građ, *Analiza graničnog stanja upotrebljivosti u pogledu vibracija indukovanih pešacima, doktorska disertacija*
- [5] AxisVM: *Footfall analysis guide, InterCAD, Budapest*

Kratka biografija:



Filip Jakovljević, rođen je u Bačkoj Topoli, Republika Srbija, 1996. god. Master rad na Fakultetu tehničkih nauka iz oblasti Građevinarstva – Konstrukcije odbranio je 2022.god.
kontakt: filip.jakovljevic29@yahoo.com