

МОДЕЛИРАЊЕ ПРЕДВИЂАЊА ПОТРАЖЊЕ ПРИМЈЕНОМ ФАЗИ ЛИНЕАРНЕ РЕГРЕСИЈЕ

MODELING OF DEMAND PREDICTION APPLYING FUZZY LINEAR REGRESSION

Смиљка Јовановић, Факултет техничких наука, Нови Сад

Област – САОБРАЋАЈ

Кратак садржај – У сваком сегменту, како рада тако и свакодневних животних ситуација, праве се претпоставке и предвиђања о могућим дешавањима у будућности. Што се боље обаве и одраде задаци предвиђања, што се боље предвиди будућност, тако ће и одлуке бити више усмјерене ка циљу. Управо из разлога ефикаснијег реаговања на промјене у потражњи, циљ овог рада био је указати на нове методе предвиђања које постају све заступљеније у пракси.

У раду је обрађена тематика будуће потражње производа на тржишту у циљу планирања оптималног нивоа залиха којима ће моћи да се задовоље производни процеси, имајући у виду да држање непотребних залиха у складу једног производног предузећа може да створи додатне трошкове и тако оптерети компанију.

Кључне ријечи: Фазе линеарна регресија, моделирање, ланац снабдијевања, линеарно програмирање, предвиђање потражње

Abstract – In each segment, both work and everyday life situations, assumptions and predictions are made about possible events in the future. The better the forecasting tasks are completed and the better the future is predicted, the more goal-oriented the decisions will be. For the reasons of responding more effectively to changes in demand, the aim of this paper was to point out new forecasting methods that are becoming more and more prevalent in practice.

The paper deals with the topic of future demand for products on the market in order to plan the optimal level of inventories that will be able to satisfy the production processes, bearing in mind that keeping unnecessary supplies in the warehouse of a manufacturing company can create additional costs and thus burden the company.

Keywords: Fuzzy linear regression, modeling, supply chain, linear programming, demand forecast

1. УВОД

У сваком сегменту, како рада тако и свакодневних животних ситуација, праве се претпоставке и предвиђања о могућим дешавањима у будућности.

НАПОМЕНА:

Овај рад проистекао је из мастер рада чији ментор је био др Гордан Стојић, ванр. проф.

Што се боље обаве и одраде задаци предвиђања, што се боље предвиди будућност, тако ће и одлуке бити више усмјерене ка циљу. Прогнозе су процјене о појављивању неизвјесних будућих догађаја или нивоа активности.

Оне се обично баве утврђивањем времена, интензитета и ефеката догађаја који су ван непосредне контроле, односно догађаја на које организација не може директно утицати али су веома значајни за њено функционисање. Тражња, потрошња, обим производње, цијене фактора производње и сл, карактеристичне су величине које су углавном предмет предвиђања у предузећу.

Основни предуслов добром плану и добрим одлукама јесте одговарајућа и квалитетна прогноза. Реализација плана донесеног на основу прогноза које се покажу погрешним може имати катастрофалне последице по организацију.

2. ЛАНЦИ СНАБДИЈЕВАЊА

Ланац снабдијевања је састављен од свих субјеката који су инволвирани, директно или индиректно на испуњавању потрошачких захтјева [1].

2.1 Ланац снабдијевања и логистика

Логистика као наука представља скуп мултидисциплинарних знања која изучавају и примјењују законитости планирања, управљања, организовања и контроле токова информација, материјала, енергије и људи у пословним системима са циљем оптимизације тих токова и стварања профита [2].

Логистика се може сматрати системом а систем је комплексан механизам састављен од већег броја међусобно повезаних дијелова при чему карактеристике једног дијела битно утичу на функционисање и карактеристике других дијелова система. Кључни фактор који повезује све елементе логистичког система неког привредног субјекта је материјални објекат који се премјешта (материјал или роба).

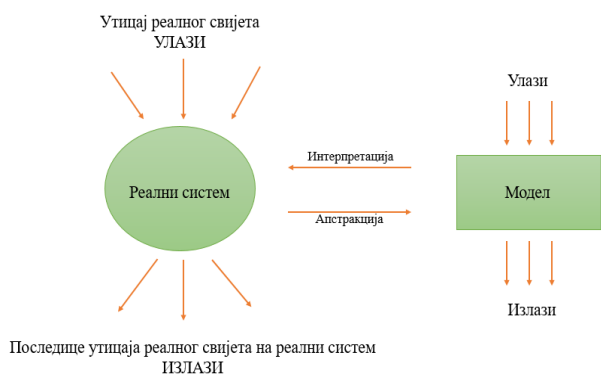
Појам "ланац снабдијевања" свеобухватнији је и шири од појма логистике јер се термином логистике углавном обухватају активности унутар једне компаније док је ланац снабдијевања процес и активност која се односи на планирање, имплементацију и контролу ефикасности и ефективности кретања добара, услуга и информација у ланцу испоруке, снабдијевања и дистрибуције [3].

Како данас потрошачи односно купци постају све захтјевнији у смислу да траже што квалитетнији

производ а нуде за то све мање новца, један од начина да се задовоље ти захтјеви и очекивања јесте смањење трошкова а које се може постићи оптималним управљањем залихама. Управљање залихама има велики утицај на ланац снабдијевања и ниво реализоване услуге а за циљ има држање оптималне (минималне) количине залиха којима ће се постићи задовољење тржишне тражње.

3. МОДЕЛИРАЊЕ

Моделирање или моделовање се може дефинисати као процес коришћења модела умјесто реалног система. Систем је уређени скуп објеката (реалних или апстрактних) који чине цјелину гдје је сваки елемент који чини објекат, зависан и има везу са најмање једним од преосталих елемената а сви заједно граде и чине цјелину која постоји ради одређеног циља или заједничке сврхе (слика 1).



Слика 1. Приказ односа реалног свијета, система и модела

Човјек, на основу претходног искуства и знања, помоћу апстракције развија модел трудећи се да у што већој мјери тај модел одговара реалном свијету. Ниво апстракције (упрошћавање) утиче на валидност модела тј на успјешност представљања реалног система преко модела а касније и на успјешност онога што се жељело постићи прављењем оваквог модела [4].

3.1 Циљ моделирања

Моделирањем треба да се омогући стварање јасне и реалне представе – визуализација система како би било могуће видјети систем онакав какав јесте односно онаквог какав се жели реализовати. Модел треба да омогући лакше разумијевање система а самим тим и бољу спецификацију структуре и понашања система. Другим ријечима, на основу модела требало би омогућити дефинисање обрасца који ће помоћи приликом конструисања или управљања системом.

Поред многобројних циљева коришћења модела, неки од најзначајнијих огледају се у смањењу трошкова пројектовања и израде реалног система те избегавању опасности експеримента над реалним системом.

4. ЛИНЕАРНО ПРОГРАМИРАЊЕ

Проблеми који се најчешће рјешавају примјеном линеарног програмирања су уопште проблеми расподеле ограничених ресурса између конкурентних активности на најбољи (оптималан) начин.

Суштина линеарног програмирања огледа се у одређивању екстрема (максимума или минимума) линеарних функција коначног броја ненегативних промјенљивих, које су међусобно везане системом линеарних ограничења (једначина или неједначина) [5].

4.1 Проблем линеарног програмирања

Структура која карактерише проблеме линеарног програмирања представљена је следећим изразима:

Функција циља коју треба минимизирати:

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = z \quad (1)$$

уз ограничења:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Неке од основних предности линеарног програмирања дате су у наставку (Islam, 2008). Линеарно програмирање помаже при постизању оптималне употребе производних фактора. Уз помоћ линеарног програмирања, могуће је одредити најбољи и најефикаснији начин бирања, распоређивања и искоришћења расположивих средстава у циљу постизања оптималних услова пословања.

Побољшава квалитет одлука. Корисник линеарног програмирања постаје објективнији, са јасном сликом веза унутар основних једначина, неједначина или ограничења те самим тиме има и бољу идеју о проблему и могућим рјешењима. Може значајно допринијети побољшању знања и вјештина будућих руководиоца.

5. ЛИНЕАРНА РЕГРЕСИЈА

Ријеч *регресија* је доспјела у статистику када је 1855. године Франсис Галтон објавио публикацију у којој је анализирао висину синова у зависности од висине очева. Закључак ове студије био је да синови екстремно високих очева нису толико високи, дакле – регресирају.

Регресија представља један од начина састављања модела за предвиђање и оцјењивање једне или више зависних промјенљивих, на основу једне или више независних промјенљивих. У регресији постоји излаз, за разлику од других статистичких техника које се баве проблемима у којима не постоји зависна промјенљива.

5.1 Фази линеарна регресија

Класични модел линеарне регресије представљен је изразом:

$$y = f(x, a) = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + \dots + a_nx_n \quad (2)$$

У конвенционалним техникама регресије, претпоставља се да је разлика између посматраних вриједности и вриједности добијених моделом, последица грешака посматрања (опажања) а разлика се сматра случајном варијаблом.

Утврђене су горња и доња граница очекиване вриједности а вјероватноћа да ће очекивана

вриједност бити унутар ових граница представља степен увјерења процјене. Другим ријечима, конвенционална регресиона анализа је вјероватноћа. Али у фази регресије, претпоставља се да је разлика између посматраних и утврђених вриједности последица недоречености која је инхерентно (природно) присутна у систему. Претпоставља се да је излазни резултат за одређени улазни податак опсег могућих вриједности, нпр излазни резултат може бити било који од ових могућих вриједности. Стога, фази регресија је вјероватноћа по природи. Штавише, фази регресиона анализа користи фази функције за представљање коефицијента, за разлику од коефицијента коришћених у класичној регресионој анализи [6].

Наредни израз показује типични модел фази линеарне регресије

$$Y = f(x, A) = A_0 + A_1x_1 + A_2x_2 + \dots + A_nx_n \quad (3)$$

гдје је А i-ти фази коефицијенти (уобичајено се назива фази број).

Фази регресија процјењује опсег могућих вриједности које су одређене степеном (функцијом) припадности. Функције припадности су формиране додјеливањем специфичне вриједности степена припадности свакој процјењеној вриједности. Овакве функције припадности су такође дефинисане и за коефицијенте независних варијабли. Троугласте функције припадности за фази коефицијенте, омогућују изналажење рјешења путем линеарног програмирања.

6. МОДЕЛ ФАЗИ ЛИНЕАРНЕ РЕГРЕСИЈЕ ЗА ПРЕДВИЂАЊЕ ПОТРАЖЊЕ

Један од основних циљева у великом броју истраживања јесте да се опишу везе међу појавама које нас окружују а што се може постићи проналажењем формуле или једначине која повезује величине које се посматрају. У статистици, овим се бави регресиона анализа, регресија која је од великог значаја како у економији и привреди, тако и у другим природним наукама као што су хемија, физика, биохемија, судска медицина.

Фази линеарни модели описују линеарне релације између независних и зависних варијабли.

Фази линеарном регресијом треба одредити вриједности фази коефицијента независних промјенљивих, којима се минимизира ширина процјењеног фази регресионог интервала за све скупове података.

6.1 Студија случаја

Производи који су претходно произведени привремено се чувају у складишту. Потражња купаца задовољава се коришћењем залиха са складишта. У циљу задовољења потреба купаца које се стално мијењају, добављач држи сигурносне залихе тзв "safety stock" у складишту, што се назива "days of inventory". Сигурносне залихе одређене су тако да покрију прогнозирану потражњу купаца за одређени број дана [7].

Као примјер примјене фази линеарне регресије, дата је процјена количине испоручених производа у једној

аутомобилској индустрији, за период од наредне три недеље, на основу података о претходних 10 недеља. Одговарајуће вриједности зависне промјенљиве, односно подаци о количини испоручених производа (комеда) за посматраних 10 недеља дати су у колони 2, табеле 1.

Табела 1 – Улазни скуп података

Недеља (x)	Количина (y)
1	1440
2	2640
3	2560
4	2240
5	2400
6	2880
7	1760
8	2240
9	2720
10	3040

За представљање скупова података из Табеле 1., користи се једначина фази вишеструке линеарне регресије у складу са једначином $Y = A_0 + A_1x_1 + \dots + A_nx_n$, која у овом примјеру има облик $Y = A_0 + A_1x_1$

Функција циља коју треба минимизирати према једначини је:

$$O = \min \left\{ 10c_0 + \sum_{j=1}^{10} \sum_{i=0}^1 c_i x_{ij} \right\}$$

$$= 10 * c_0 + (x_1 + x_2 + \dots + x_{13}) * c_1$$

$$= 10 * c_0 + 55 * c_1$$

Гдје је:

m=10 – број недеља (број испорука)

n=0,1 – број независних промјенљивих

c₀, c₁ – параметри ширине интервала

x_{ij} – редни број недеље

у_{ij} – количина испоручене робе (у комадима) за поједине недеље

Линеарним програмирањем, уз помоћ додатка у Екселу, ријешен је посматрани проблем и добијене су следеће вриједности фази коефицијента:

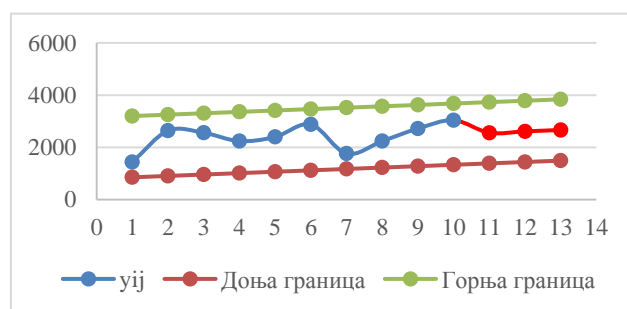
A₀ = (1973.3333, 1173.3333) и A₁ = (53.33333334, 0)

За прву наредну седмицу, предвиђа се следећа количина производа која ће бити испоручена:

$$y_{11} = 1973,3333 + 53,33333 * 11 = 2560 \text{ комада}$$

Доња и горња граница интервала износиће 2560-1173=1387 и 2560+1173=3733 комада, респективно.

Опсег процјењених вриједности количине испоруке за наредне три седмице, графички је приказан на слици 2.



Слика 2. Опсег могућих вриједности излазне промјенљиве, за степен увјерења h=0,5

Добијена рјешења могу се провјерити тестирањем испуњења услова:

$$\mu_{y_j}(y_j) \geq h, \quad j = 1, \dots, m$$

помоћу израза:

$$\mu_y(y) = \begin{cases} 1 - \frac{|y - \sum_{i=1}^n p_i x_i|}{\sum_{i=1}^n c_i |x_i|} & x_i \neq 0 \\ 1 & x_i = 0, y = 0 \\ 0 & x_i = 0, y \neq 0 \end{cases} \quad (4)$$

Дакле, утврђено је:

- За прву седмицу прогнозе, степен припадности – $\mu_y(2560) = 1$
- За другу седмицу прогнозе, степен припадности – $\mu_y(2560) = 0,9545455$
- За трећу седмицу прогнозе, степен припадности – $\mu_y(2880) = 0,8181818$

Степен припадности показује да је процјена заснована на фази линеарној регресији дала прилично добре резултате, међутим, како расте период за који је вршена прогноза тако су резултати прогнозе мање поуздани што се види из степена припадности који опада.

6.2 Фази усредњавање и дефазификација

Један од најбитнијих принципа у статистици је просјек или средња вриједност која се за n мјерења датих реалним бројевима $r_1, r_2, \dots, r_n \in \mathbb{R}$, представља се на следећи начин:

$$r_{ave} = \frac{r_1 + \dots + r_n}{n} = \sum_{i=1}^n r_i \quad (5)$$

Све што важи за "обичну" средњу вриједност, може се уопштити уколико се умјесто реалних бројева узму фази бројеви [8].

За разлику од статистичког усредњавања, оно на чему се заснива принцип доношења одлука у фази окружењу јесте фази усредњавање.

Примјеном претходно наведених начина дефазификације троугаоног броја, дошло се до следећег резултата:

$$x_{max} = \frac{1093 + 2392 + 3440}{6} = 2350 \text{ ком}$$

Даље, за различите степене увјерења, центроид методом добијене су тачкасте процјене вриједности интервала доње и горње границе а њихова просјечна вриједност узета је као вриједност количине производа која ће се у будућности увијек припремати као потенцијална вриједност за испоруку.

Тако на примјер, у наредном периоду, за степен увјерења од $h=0,5$ припремаће се количина производа од 2295 комада (према центроид методи). Процјена добијена фази линеарном регресијом за прву наредну седмицу модел фази линеарне регресије и уз помоћ додатка у Екселу добијене су вриједности фази коефицијената које су даље коришћене за предвиђање потражње. Дефинисане су горња и доња граница интервала што је приказано и графички, како би се дала информација о потенцијалним одступањима која би се могла очекивати. Добијена рјешења провјерена

су тестирањем испуњења услова припадности што је дало високе резултате али који имају тенденцију пада.

7. ЗАКЉУЧАК

У раду је обрађена тематика будуће потражње производа на тржишту у циљу планирања оптималног нивоа залиха којима ће моћи да се задовоље производни процеси, имајући у виду да држање непотребних залиха у складишту једног производног предузећа може да створи додатне трошкове и тако оптерети компанију.

Направљен је модел фази линеарне регресије и уз помоћ додатка у Екселу добијене су вриједности фази коефицијената које су даље коришћене за предвиђање потражње. На основу израчунатих коефицијената, дефинисане су горња и доња граница интервала што је приказано и графички, како би се дала информација о потенцијалним одступањима која би се могла очекивати.

Добијена рјешења провјерена су тестирањем испуњења услова припадности што је дало високе резултате али који имају тенденцију пада.

Примијењени модел фази линеарне регресије дао је, могло би се рећи, прихватљиве резултате, међутим, треба узети у обзир чињеницу да је прогноза рађена за блиску будућност. Веома је могуће да ће се разлика односно неслагање између предвиђених и стварних вриједности повећавати кроз вријеме.

8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] S. Shopra, P. Meindl, Upper Saddle River, *Supply Chain Management: Strategy, Planning and Operation – third edition*, New Jersey, 2007.
- [2] B. Mitić, *Principi marketing logistike*. Banja Luka: Univerzitet za poslovni inženjering i menadžment Banja Luka, 2012.
- [3] <http://www.mcb.rs/blog/logistika-i-lanac-snabdevanja/> (pristupljeno u septembru 2019.)
- [4] M. Mihaljišin, *Modeli i baze podataka*, Banja Luka 2018.
- [5] G. Stojić, *Nastavni materijali*. Novi Sad: Univerzitet u Novom Sadu, Fakultet tehničkih nauka, 2017/2018.
- [6] T.J. Ross, *Fuzzy Logic With Engineering Applications*. New Mexico, USA: John Wiley & Sons, Ltd, 2004.
- [7] I. Đorđević, D. Petrović, G. Stojić, *A fuzzy linear programming model for aggregated production planning (APP) in the automotive industry*, Computers in Industry, 2019.
- [8] K. Živanović, *Koncept donošenja odluka u fazi okruženju*. Novi Sad: Prirodno matematički fakultet, Novi Sad, 2013.

Кратка биографија:



Смиљка Јовановић рођена је у Зворнику, Босна и Херцеговина, 1994. године. Факултет техничких наука уписала је 2013. Дипломски рад из области Експертизе саобраћајних незгода одбранила је 2017. године. Мастер рад одбранила је 2019. године.