



PARALELNO PRETRAŽIVANJE GRAFA NA ARHITEKTURAMA SA DISTRIBUIRANOM I DELJENOM MEMORIJOM

PARALLEL BREADTH-FIRST SEARCH GRAPH TRAVERSAL ON COMPUTER ARCHITECTURES WITH DISTRIBUTED AND SHARED MEMORY

Stefan Aleksić, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad*

Oblast – ELEKTROTEHNIKA I RAČUNARSTVO

Kratak sadržaj – *Glavni fokus ovog rada jeste pokušaj unapređenja algoritama pretrage grafova, pogotovo za grafove sa velikim brojem čvorova. Ovaj rad pruža informacije vezane za algoritme paralelne pretrage grafa, na računarskim arhitekturama sa distribuiranom i deljenom memorijom. Svaka od predstavljenih implementacija analizirana je za različite parametre, kako bi se testirale njene performanse. Zaključak samog istraživanja jeste da paralelna pretraga grafa može biti performantna na računarskim arhitekturama sa deljenom memorijom, dok implementacija na arhitekturama sa distribuiranom memorijom jedino ima smisla za grafove koji ne mogu da se smeste u radnoj memoriji jednog procesora.*

Ključne reči: *pretraživanje grafa, distribuirani sistemi, paralelni sistemi*

Abstract – *The main focus of this research paper is an attempt to improve upon graph traversal algorithms, especially in the cases of large graphs. This paper provides information about parallel graph traversal algorithms, as well as their implementation on distributed and parallel computer systems. Every type of implementation is analyzed through different parameters to test its achieved performance. The outcome of this research concluded that parallel graph traversal is performant in the case of computer architectures with shared memory, unfortunately only case where it becomes useful for architectures with distributed memory is when graph size becomes too large to fit on one node.*

Keywords: *graph traversal, distributed systems, parallel systems*

1. UVOD

Upotreba apstrakcije uz pomoć grafova za analizu i razumevanje raznih vrsta podataka dobija sve veći značaj. Neki od primera podataka koji mogu da se apstrahuju koristeći grafove podrazumevaju: podatke o interakcijama na društvenim mrežama, podatke bankarskih transakcija, podatke o preporuci raznih reklama korisnicima aplikacija na osnovu njihovih interakcija, komunikacionih podataka poput elektronske pošte i telefonskih mreža, podatke bioloških sistema i različitih oblika relacionih podataka generalno.

NAPOMENA:

Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Veljko Petrović, docent.

Kada se govori o veštačkoj inteligenciji, absolutno je neophodno uvesti neku vrstu grafa i primenjivati raznovrsne algoritme nad njim. Zajednički problemi u matematičkoj oblasti teorije grafova i u oblastima primene uključuju identifikaciju i rangiranje važnih entiteta, otkrivanje anomalija u obrascima ili iznenadnih promena u mrežama, pronađenje čvrsto povezanih klastera entiteta, itd. Rešenja ovih problema obično uključuju klasične algoritme nad grafovima, kao što su: prebacivanje grafa u strukturu stabla (uklanjanje ciklusa), pronađenje najkraćih putanja, pronađenje dvopovezanih komponenti, uparivanja, proračune zasnovane na protoku itd.

Kako bi se zadovoljile potrebe teorijske analize grafova za nove aplikacije koje zahtevaju rad sa strukturama velikih skupova podataka, od suštinskog je značaja ubrzati osnovne probleme grafova koristeći aktuelne paralelne sisteme [1].

U ovom radu će se detaljnije razmatrati problem pronađenja najkraćeg puta, odnosno najmanjeg broja skokova, između dva proizvoljna čvora u povezanom, neusmerenom grafu i to primenom algoritma za pretragu grafa po širini, poznatog kao *breadth-first traversal*. Biće prikazani primeri već postojećih ideja paralelizacije ovog algoritma, kao i implementacija koje se zasnivaju na pomenutim idejama, u okviru arhitektura sa distribuiranom i deljenom memorijom. Takođe, biće dat i prikaz rezultata dobijenih primenjujući ove implementacije na nasumično generisanim grafovima, kao i nad grafovima koji su specifično pogodni za ovu vrstu obrade.

2. PRETHODNA ISTRAŽIVANJA

Najpoznatiji algoritmi za pretraživanje grafova su algoritam **obilaska grafa po širini** (engl. *breadth-first search*) i algoritam **obilaska grafa po dubini** (engl. *depth-first search*). Ideja ovih algoritama je da pronađu najkraći put od izvornog čvora do proizvoljnog ciljnog čvora u grafu. Od interesa za ovaj rad jeste algoritam *BFS*. Pseudokod višeizvornog *BFS* algoritma za obilazak neusmerenog grafa je prikazan u okviru [Pseudokod 1].

Kako bi se podelio posao obrade na entitete u paralelnom okruženju, neophodno je obaviti neku vrstu particionisanja grafa kao celine. Ideja na koji način je moguće izvršiti ovakvo particionisanje je predstavljena u okviru rada [2]. Predloženi algoritam je *BFS* algoritam sinhronizovan po nivoima koji napreduje nivo po nivo, počevši od izvornog čvora, gde je nivo temena definisan kao njegov graf udaljenosti od izvora. **Razmatrani su samo usmereni grafovi.**

Алгоритам Вишеизврни обилазак графа по шириниУлаз: Граф G , скуп изворних темена S Излаз: Листа путана за свако теме P

```

1: procedure multisourceBreadthFirstSearch( $G, S$ )
2:   create queue  $Q$ 
3:   create list  $P$  where  $P[v_i] \leftarrow \emptyset$ 
4:   for all sources  $s$  in  $S$  do
5:     enqueue( $Q, s$ )
6:      $P[s] \leftarrow s$ 
7:   while  $Q$  is not empty do
8:      $w \leftarrow \text{dequeue}(Q)$ 
9:     mark  $w$ 
10:    for all edges  $e$  in adjacentEdges( $G, w$ ) do
11:       $x \leftarrow \text{adjacentVertex}(w, e)$ 
12:      if  $x$  is not marked then
13:         $P[x] \leftarrow \text{append}(x, P[w])$ 
14:        enqueue( $Q, x$ )

```

Pseudokod 1 Višeizvorni obilazak neusmerenog grafa po širini

Jednodimenziono particionisanje grafa podrazumeva raspodelu temena grafa, tako da svaki čvor i svi potezi koji proizilaze iz tog čvora pripadaju samo jednom procesoru. Skup temena koji pripadaju jednom procesoru q će dalje biti nazivan skup *lokalnih temena*. U nastavku je prikazana ilustracija jednodimenzionog particionisanja temena grafa na P particija korišćenjem matrice susedstva A , koja je podjeljena tako da su lokalna temena za neki procesor q kontinualna.

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_P \end{bmatrix}$$

Indeksi podmatrica susedstva A_i predstavljaju indikatore procesora kojima su dodeljene. Potezi koji proizilaze od temena v_j formiraju listu potega, koja je predstavljena listom temena u okviru j -og reda matrice susedstva A . U okviru slike [Pseudokod 2] je dat pseudokod algoritma za distribuirano pretraživanje grafa sa jednodimenzionim particionisanjem, počevši od čvora v_s . U okviru algoritma, svako teme v_i biva označeno svojim nivoom, u okviru niza $L_{v_s}(v_i)$, što označava rastojanje čvora v_s od čvora v_i . Niz L_{v_s} je distribuiran u skladu sa distribucijom temena, tako da procesor P_i poseduje rastojanja početnog temena v_s do svojih lokalnih temena $\{v_{(i,0)}, v_{(i,1)}, \dots, v_{(i,m)}\}$ gde je $m = \frac{|V|}{|P|}$.

Алгоритам Паралелни BFS са једнодимензионним партиционисањемУлаз: Граф $G(V, E)$, почетно теме s Излаз: Низ d чији елементи представљају број скокова од почетног темена s до темена v_i

```

1: procedure bfsDistributedSearch( $G(V, E), s$ )
2:   Initialize  $L_s(v) \leftarrow \begin{cases} \text{inf}, & v \neq s \\ 0, & v = s \end{cases}$ 
3:   for level  $\leftarrow 0$  to  $\infty$  do
4:      $F \leftarrow \{v | L_s(v) = \text{level}\}$ , скуп локалних темена за процес са нивоом  $level$ 
5:     if  $F$  is empty then
6:       Терминирај спољашњу петлу ставију свим процесима
7:      $N \leftarrow \{\text{суседна темена из скупа } F \text{ (исус нужно локална темена за тренутни процес)}$ 
8:     for all processes  $q$  do
9:        $N_q \leftarrow \{\text{темена из } N \text{ која припадају процесу } q\}$ 
10:      Send  $N_q$  to process  $q$ 
11:      Receive  $\bar{N}_q$  from process  $q$ 
12:       $\bar{N} \leftarrow \bigcup_q \bar{N}_q$  ( $\bar{N}_q$  је могуће да има дупликате)
13:      for  $v \in \bar{N}$  and  $L_s(v) = \infty$  do
14:         $L_s(v) \leftarrow \text{level} + 1$ 
15:   return  $L_s$ 

```

Pseudokod 2: Paralelni BFS algoritam sa jednodimenzionim particionisanjem

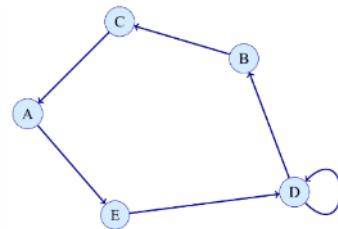
Algoritam funkcioniše na sledeći način. Na svakom nivou (dubine grafa), svaki od procesora ima skup F koji predstavlja skup lokalnih temena koji se nalaze na rastojanju $level$ od početnog čvora. Lista potega koja se dobija od svakog od temena iz skupa F biva unifikovana u skup potega N koji predstavlja skup susednih temena. Pojedina temena u okviru skupa N neće biti iz skupa lokalnih temena koji je dodeljen procesoru. Za ova

temena, vrši se razmena sa procesorom q , kome se temena koja njemu pripadaju šalju, a temena koja pripadaju trenutnom procesoru primaju od istog procesora q . Svaki od procesora vrši ovu razmenu temena i formira konačan skup \bar{N} , skup temena do kojih se stiglo u trenutnom nivou, a koji su iz skupa lokalnih temena za trenutni procesor.

3. TEORIJSKE OSNOVE

Graf (engl. graph), posmatrano iz ugla diskretnе математике, односно прецизније **теорије графова (engl. graph theory)**, представља структуру која се састоји од скупа објеката који међу собом могу имати специфичну повезаност, односно релацију. Сами објекти који се повезују се називају **теменима (engl. vertex)**, док су везе између тих објеката **пoteзи, односно ivice (engl. edge)** [3]. Помешано из угла рачунарства, граф представља апстрактну структуру података која служи за само моделовање графова из математичке области теорије графова на рачунару [4].

Putanja (engl. path) представља секвенцу или низ потега, таквих да се одредишно теме i – o потега поклапа са полазним чвором i и $+1$ -ог потега [4]. Код неусмерених графова ће због њихове природе ваžiti да уколико постоји пут од чвора A до чвора B , постоје и пут од чвора B до чвора A , док код усмерених графова ово неће бити правило. Пут у графу отвара нову таксономију у свету графова, на **povezane (engl. connected)** и **nepovezane (engl. disconnected)** графове. Повезан граф представља структуру графа која је повезана у смислу *topološkog prostora*, односно говори да постоји пут од произволjnog извornog темена до произволjnog одредишног темена. Насупрот овоме, уколико се за граф не може тврдити да постоји путања између два произволjна темена, такав граф је nepovezan [4]. **Najkraći put (engl. shortest path)** између два чвора у графу, односно путању са најманjom кадралношћу од свих могућих путања између два задата чвора у графу [5].



Slika 1: Primer usmerenog grafa

Kада би се граф са слике [Slika 1] представио матрично, добила би се слабо поседнута матрица, те је најпогоднији начин представљања графова који немају велики број потега, коришћењем назубљених матрица. У nastavku sledи поступак како граф са слике [Slika 1] превести у назубљену матрицу суседstva.

$$A = [a_{ij}]_{n \times n}, \quad a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } e_{ij} = (v_i, v_j) \in E \\ 0, & \text{if } e_{ij} = (v_i, v_j) \notin E \end{cases}$$

Sada, уколико би се уместо 1 на одговарајућој позицији у матрици искористили идентifikator самог чвора ка кome постоји потег, добија се матрица која изгleda ovako.

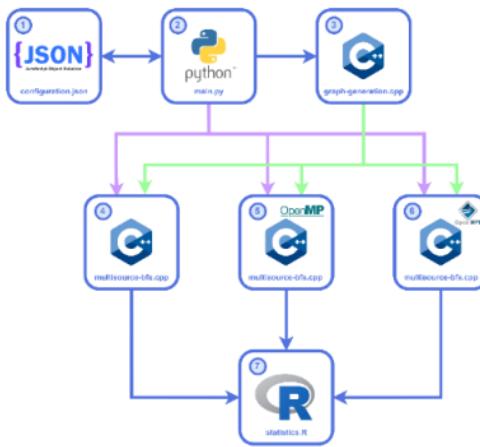
$$A = \begin{bmatrix} & B \\ C & \\ D & \\ E & \\ A & E \end{bmatrix}$$

U okviru implementacije će se upravo koristiti ovakav način reprezentacije, kako bi se posao obrade mogao pravilno rasporediti na entitete za obradu.

4. IMPLEMENTACIJA

Implementacija je u radu realizovana kako za sekvencijalnu obradu koja će biti referentna, tako i za obradu u okviru distribuiranih arhitektura, kao i arhitektura sa deljenom memorijom. Ideja paralelne, odnosno distribuirane obrade je data u okviru [Pseudokod 2]. Implementacija samih algoritama je odraćena u okviru programskog jezika *C++*, dok su za paralelno, odnosno distribuirano programiranje iskorišćeni alati *OpenMP* i *OpenMPI*, respektivno.

Kako bi se mogla testirati obrada različitih implementacija, kreiran je odgovarajući **tok podataka (engl. pipeline)** koji generiše rezultate, vrši obradu i na kraju analizira dobijene rezultate. Ovaj tok podataka je prikazan na slici [Slika 2].



Slika 2: Arhitektura toka podataka

Sam tok podataka teče od (1) **JSON** konfiguracionog fajla u kome su postavljeni svi neophodni parametri za pokretanje **Python** skripte (2). Skripta pokreće **generisanje nasumičnih, neusmerenih, povezanih grafova** (3), a nakon toga svaka od implementacija (4, 5, 6) vrši njihovu obradu. Na kraju, uz pomoć (7) **R** skripti se vrši analiza performansi svake od implementacija.

Sama definicija metode koja generiše nasumičan, neusmeren, povezan graf je prikazana na slici [Slika 3].

Što se tiče paralelne implementacije BFS algoritma za arhitekture sa deljenom memorijom, ona je prikazana u okviru slike [Slika 4]. U okviru implementacije se mogu odvojiti regioni od interesa. U okviru linija 46 – 60 se izvršava inicijalizacija svih promenljivih koje se koriste pri obradi i ovaj segment je sekvencijalni deo, odnosno deo koji izvršava glavna master nit. Nakon toga sledi paralelni region u okviru linija 61 – 125, gde se vrši inicijalizacija privatnih promenljivih, a kasnije se otpočinje i sama obradu u okviru *while* petlje (linije 83 – 124). Petlja se izvršava sve dok u globalu postoje čvorovi koji nisu obrađeni, a u okviru nje se raspoređuju čvorovi do kojih se trenutno došlo ostalim nitima (linije 85 – 95),

upisuju obrađeni primljeni čvorovi u parcijalne putanje (linije 99 – 111) i na kraju vrši obrada uslova da li se petlja završava (linije 113 – 123).

```

4 void GenerationGraphHandler::generate_graph(map<string, Object*>& parameters)
5 {
6     srand(parameters[SEED]);
7     long node_number = parameters[NODE_NUMBER];
8     max_degree = parameters[MAX_DEGREE];
9     min_degree = parameters[MIN_DEGREE];
10    available_nodes;
11    random_choice;
12    neighbour;
13
14    graph.resize(node_number);
15
16    vector<long> degrees(node_number);
17    vector<long> possibilities(node_number);
18
19    for(long i = 0; i < node_number; i++)
20    {
21        degrees[i] = 0;
22        possibilities[i] = 1;
23        graph[i] = {};
24    }
25
26    available_nodes = node_number;
27    for(long i = 0; i < node_number; i++)
28    {
29        long degree = rand() % (max_degree - min_degree) + min_degree;
30        for(long j = 0; j < degree; j++)
31        {
32            do
33            {
34                random_choice = rand() % available_nodes;
35                neighbour = possibilities[random_choice];
36            } while(neighbour == i);
37
38            graph[i].push_back(neighbour);
39            degrees[i]++;
40            degrees[neighbour]++;
41
42            if(degrees[neighbour] == max_degree)
43            {
44                possibilities[random_choice] = possibilities[--available_nodes];
45            }
46        }
47    }
48 }
  
```

Slika 3: Generisanje grafa

```

44 void ParallelGraphHandler::multisource_bfs(map<string, Object*>& parameters)
45 {
46     int thread_number = parameters[THREAD_NUMBER];
47
48     long node_number = parameters[NODE_NUMBER];
49     work_load = node_number / thread_number;
50
51     vector<long> sources = parameters[SOURCES].get_long_array();
52     vector<vector<two_longs>> next(thread_number);
53     paths.resize(node_number);
54
55     fill(paths.begin(), paths.end(), two_longs{-1, -1});
56
57     long level = 0;
58     frontiers_global_count = 0;
59
60 #pragma omp parallel num_threads(thread_number) firstprivate(level)
61 {
62     int tid = omp_get_thread_num();
63     long frontiers_count;
64     vector<long> frontiers();
65
66     for(long source : sources)
67     {
68         if(tid == source / work_load)
69         {
70             paths[source] = { 0, -1 };
71             frontiers.push_back(source);
72         }
73     }
74
75 #pragma omp master
76     frontiers_global_count = sources.size();
77
78 next[tid].resize(thread_number);
79
80 #pragma omp barrier
81
82 while(frontiers_global_count > 0)
83 {
84     for(long current_node : frontiers)
85     {
86         for(long next_node : graph[current_node])
87         {
88             long thread = next_node / work_load;
89             if(paths[next_node].first == -1)
90                 next[thread][tid].push_back({ current_node, next_node });
91         }
92     }
93
94 #pragma omp barrier
95     frontiers.clear();
96
97     for(long i = 0; i < thread_number; i++)
98     {
99         for(two_longs next_node : next[tid][i])
100         {
101             if(paths[next_node.second].first == -1)
102                 paths[next_node.second] = { level + 1, next_node.first };
103             frontiers.push_back(next_node.second);
104         }
105     }
106
107     next[tid][i].clear();
108
109     frontiers_count = frontiers.size();
110
111 #pragma omp single
112     frontiers_global_count = 0;
113
114 #pragma omp reduction (+:frontiers_global_count)
115     frontiers_global_count += frontiers_count;
116
117     level++;
118
119 #pragma omp barrier
120 }
121
122 #pragma omp barrier
123
124 }
125
  
```

Slika 4: Paralelni BFS za arhitekture sa deljenom memorijom

Implementacija algoritma paralelne obrade grafa pomoću **BFS** za arhitekture sa distribuiranom memorijom prikazana je na slici [Slika 5]. Ova implementacija je dosta složenija, u odnosu na implementaciju na arhitekturama sa deljenom memorijom, odnosno sekvencijalnu, ali se mogu podeliti slični regioni u kodu. Na linijama 127 – 155 se vrši inicijalizacija promenljivih koje se koriste pri obradi, ovo podrazumeva i sam tip podataka koji se razmenjuje (linije 153 – 155).

Nakon ovoga, na linijama 157 – 227 se nalazi sama *while* petlja, koja se izvršava ponovo sve dok postoji u globalu barem jedan čvor do kog se stiglo do trenutne dubine

obrade, što predstavlja i sam brojač ove petlje. Na linijama 159 – 170 se vrši prikupljanje čvorova do kojih se stiglo u trenutnoj iteraciji i uslov izlaska na liniji 167. Nakon toga, u okviru linija 170 – 188 se vrši preraspodela čvorova suseda u odgovarajuće redove za slanje procesima koji su odgovorni za njihovu obradu.

Na linijama 193, svaki proces komunicira sa ostalim procesima u kanalu, prima i šalje particionisane redove čvorova, a zatim na odgovarajuće mesto u listi parcijalnih putanja, upisuje prethodnika od kog se do trenutnog čvora stiglo u putanji, kao i nivo na kom se on nalazi.

Konačno, po izlazu iz same petlje, vrši se prikupljanje svih parcijalnih putanja u jednu i njeno emitovanje (**engl. broadcast**) svim procesima u kanalu (linije 231 – 239). Ovim se ujedno i okončava distribuirana obrada grafa.

```

136 void distributeBFSHandler::multisource_bfsmp(string, Object* parameters)
137 {
138     int rho = parameters[NODE];
139     size_t parameters[SIZE];
140
141     long node_number = parameters[NODE_NUMBER];
142     long work_load = parameters[WORK_LOAD];
143     work_load = node_number / rho;
144
145     vector<long> sources = parameters[BIGGEST];
146     vector<long> frontiers;
147     vector<vector<long>> local_sources;
148     vector<vector<long>> partial_paths;
149     vector<vector<long>> work_loads;
150     vector<long> max_degrees;
151
152     for (long source : sources)
153     {
154         if (source == node_number - rho)
155             partial_paths[source].push_back(0);
156         else
157             partial_paths[source].push_back(-1);
158     }
159
160     long level = 0;
161     frontiers_count;
162     frontiers_global_count;
163
164     MPI_Status MPI_Status;
165     MPI_Type MPI_Type;
166     MPI_Datatype MPI_Datatype;
167     MPI_Comm MPI_Comm;
168
169     while (true)
170     {
171         for (long i = 0; i < work_load; i++)
172             if (partial_paths[i].first == level)
173                 frontiers.push_back(i);
174
175         frontiers_global_count += frontiers.size();
176         MPI_AllReduce(&frontiers_count, &frontiers_global_count, 1, MPI_LONG, MPI_SUM, MPI_COMM_WORLD);
177
178         if (frontiers_global_count == 0)
179             break;
180
181         for (long i = 0; i < frontiers_count; i++)
182         {
183             long current_node = frontiers[i], proc, offset;
184             for (long neighbour : graph[current_node])
185             {
186                 proc = neighbour / work_load;
187                 offset = neighbour % work_load;
188
189                 if (neighbour_set[proc].count(neighbour) == 0)
190                     neighbour_set[proc].insert(neighbour);
191
192                 if (neighbour_set[proc].size() == work_load)
193                     neighbour_set[proc].push_back(-1);
194                 else
195                     partial_paths[offset].first = -1;
196
197                 partial_paths[offset].second = current_node + offset * work_load;
198             }
199         }
200
201         frontiers.clear();
202         frontiers_global_count = 0;
203
204         for (int i = 0; i < rho; i++)
205         {
206             MPI_Status receiving_Status;
207             MPI_Status sending_Status;
208             MPI_Datatype MPI_Datatype;
209             MPI_Comm MPI_Comm;
210             MPI_Comm_Status MPI_Comm_Status;
211
212             MPI_Bcast(&node_number, 1, MPI_INT, i * size,
213             MPI_STATUS_REPLACE, MPI_COMM_WORLD);
214             MPI_Bcast(&work_load, 1, MPI_INT, i * size,
215             MPI_STATUS_REPLACE, MPI_COMM_WORLD);
216             MPI_Bcast(&max_degrees, 1, MPI_INT, i * size,
217             MPI_STATUS_REPLACE, MPI_COMM_WORLD);
218
219             MPI_Bcast(&frontiers_global_count, 1, MPI_INT, i * size,
220             MPI_STATUS_REPLACE, MPI_COMM_WORLD);
221
222             if (partial_paths[max(i, second).first] == -1)
223                 partial_paths[max(i, second).second] = i * level + i * next(i, first + receiving_from * work_load);
224
225             level++;
226             next(i, first + receiving_from * work_load);
227         }
228
229         path_responsible_node_number();
230
231         MPI_Allgather(
232             partial_paths.data(),
233             MPI_COL,
234             MPI_COL,
235             paths.data(),
236             MPI_COL,
237             MPI_COL,
238             MPI_COMM_WORLD);
239     }
240 }

```

Slika 5: Paralelni BFS za arhitekture sa distribuiranom memorijom

5. REZULTATI

U okviru ove sekcije su prikazani neki od rezultata dobjeni pri analizi prethodno opisanih implementacija algoritma paralelne obrade grafa u odnosu na sekvencijalnu implementaciju pokrenutu nad istim grafom.

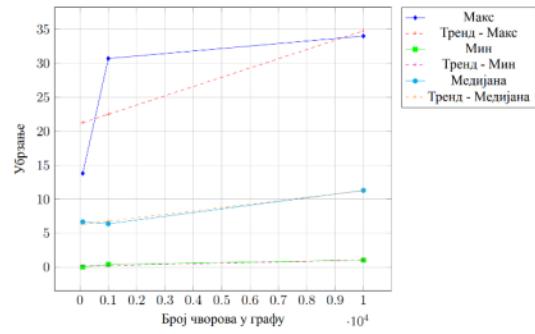
Podaci prikazani u okviru [Tabela 1], odnosno ilustrovani na grafikonu [Grafikon 1] predstavljaju zavisnost ubrzanja paralelne obrade na arhitekturama sa deljenom memorijom od ukupnog broja čvorova u grafu. Sam grafikon se sastoji iz tri funkcije: maksimalno dobijeno ubrzanje, medijana ubrzanja i minimalno dobijeno

ubrzanje, dok je za svaku od njih odrđena i linearna regresija kako bi se uočio trend.

Broj čvorova	Maksimalno ubrzanje	Minimalno ubrzanje	Medijana ubrzanja
100	13.8	0.0186	6.67
1000	30.7	0.422	6.39
10000	34.0	1.03	11.3

Tabela 1: Zavisnost paralelne implementacije od broja čvorova u grafu

Konkretno je od najvećeg značaja bitno gledati medijanu, jer daje najobjektivniju procenu merenja, s obzirom na osjetljivost funkcija minimuma i maksimuma, koje su tu kako bi prikazale same ekstreme koji se dešavaju pri obradi. Konkretno za parametar broj čvorova u grafu, pokazalo se da ubrzanje implementacije raste, to jest da je moguće dobiti **prosečno ubrzanje od 1130%**, dok maksimalno moguće ubrzanje, ponovo dostignuto za najveći broj čvorova, 10000, iznosi 3400%. Naravno, postoje slučajevi gde se ovo nije pokazalo toliko izvanredno, pa je bitno napomenuti da može doći i do **usporenja, odnosno ubrzanja od 1.86%**.



Grafikon 1: Zavisnost ubrzanja paralelne obrade od broja čvorova u grafu

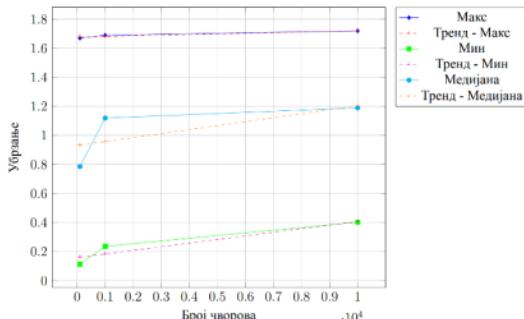
Što se distribuirane implementacije tiče, ona se pokazala u mnogo lošijem svetu. Međutim, iako je dosta složenija i po performansama dosta lošija od sekvenčne, jedina je kojom se mogu obraditi grafovi koji ne mogu da se smeste u radnoj memoriji jednog procesora. U okviru tabele [Tabela 2] su prikazana dobijena merenja ubrzanja distribuirane obrade u odnosu na sekvenčnu implementaciju pokrenutu nad istim grafom, gde je parametar koji se ispituje bio broj grafova u čvoru, odnosno količina posla obrade. Ilustracija ovih podataka je prikazana grafikonom [Grafikon 2].

Broj čvorova	Maksimalno ubrzanje	Minimalno ubrzanje	Medijana ubrzanja
100	1.67	0.114	0.786
1000	1.69	0.237	1.12
10000	1.72	0.403	1.19

Tabela 2: Zavisnost ubrzanja distribuirane obrade od broja čvorova u grafu

U okviru tabele [Tabela 2], odnosno grafikona [Grafikon 2] se ponovo može uočiti optimističan rast ubrzanja sa porastom količine posla, odnosno broja čvorova u grafu. Međutim, taj rast je u odnosu na implementaciju na arhitekturama sa deljenom memorijom dosta manji. **Maksi-**

malna dobijena medijana ubrzanja za distribuiranu implementaciju iznosi 119%. Dobra strana ovoga jeste to što performanse rastu i svakako će u jednom trenutku ubrzanje postati matematički beskonačno, jer neće postojati procesor koji bi sekvencijalno mogao da obradi toliko velike grafove, pa će distribuirano rešenje ujedno postati i jedino za ovakve poslove. No, pri izradi ovog rada, gde nije bilo uslova testiranja ovoga na većem broju računara, rezultati su obeshrabrujući, ali sa poznatim shvatanjem zašto je to tako.



Grafikon 2: Zavisnost ubrzanja distribuirane obrade od broja čvorova u grafu

6. ZAKLJUČAK

U ovom radu se detaljnije razmotrio problem pronalaženja najkraćeg puta, odnosno najmanjeg broja skokova, između dva čvora u grafu i to primenom algoritma za pretragu grafa po širini, poznatog kao ***breadth-first traversal***. Implementirani su algoritmi paralelne verzije ovog algoritma, koristeći sisteme sa distribuiranom i deljenom memorijom. Takođe, dat je i prikaz rezultata dobijenih primenjujući pomenute implementacije na nasumično generisanim grafovima.

Na osnovu analize implementacija, može se zaključiti da je realizacija paralelnog pretraživanja grafa moguća, ali ni pod raznom jednostavna i nikako apsolutna. Ubrzanja do kojih se došlo su tu isključivo jer se radi o veštački sintezovanim grafovima, kao i činjenica da ta ubrzanja postoje samo za slučajevе visokog stepena povezanosti, odnosno paralelizacije u okviru okruženja koje radi sa deljivom memorijom.

Nažalost, za arhitekture sa distribuiranom memorijom se ne može reći ni to, s obzirom da je najbrže zabeleženo ubrzanje, koje je retko dostignuto, jako malo. Međutim, kao što je već napomenuto, ukoliko se radi o veoma velikim grafovima, koji jednostavno ne mogu stati u radnu memoriju jednog računara, distribuirana obrada je jedino moguće rešenje njihovog procesiranja, s toga je ipak ne treba zanemarivati.

7. LITERATURA

- [1] D. A. Bader, Massive Graph Analytics, CRC Press, 2022.
- [2] A. Yoo, E. Chow, K. Henderson, W. McLendon, U. Catalyurek i B. Hendrickson, A Scalable Distributed Parallel Breadth-First Search Algorithm on BlueGene/L, ACM/IEEE Conference on Supercomputing, 2005.
- [3] W. T. Tutte, Cambridge mathematical library: Graph theory, Cambridge: Cambridge University Press, 2001.
- [4] K. Mehlhorn, Data structures and algorithms 2, Berlin: Springer, 2011.
- [5] M. Neerajkumar, An efficient algorithm for shortest path tree in dynamic graph, LAP Lambert Academic Publishing, 2014.

Kratka biografija



Stefan Aleksić rođen je u Zaječaru 02. marta 2000. godine. Elektronski fakultet u Nišu, studijski program Elektrotehnika i računarstvo upisao je 2018. godine. Nakon završenih osnovnih studija, 2022. godine, upisao je master akademske studije na Fakultetu tehničkih nauka u Novom Sadu, na studijskom programu Računarstvo i automatika.

kontakt: stefan.sa.aleksic@gmail.com