Zbornik radova Fakulteta tehničkih nauka, Novi Sad

**UDK: 004.9**
**DOI: https://doi.org/10.24867/01JV01Becin**

# OBRADA SLIKE U PROSTORNOM I FREKVENCIJSKOM DOMENU

# IMAGE ENHANCEMENT IN FREQUENCY AND SPACE DOMAIN

Marina Becin, *Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad*

**Oblast – MATEMATIKA U TEHNICI**

**Kratak sadržaj –** *U ovom radu opisane su metode obrade slike u prostornom i frekvencijskom domenu. Naglasak je stavljen na frekvencijski domen i prepoznavanje teksture na slici preko Furijeovog spektra, što je i prikazano u eksperimentalnom delu rada.*

**Ključne reči:** *Obrada slike, prostorni domen, frekvencijski domen, Furijeova transformacija, tekstura, detekcija teksture*

**Abstract** – *This paper describes often used methods of image processing in the spatial and frequency domain. Emphasis was placed on the frequency domain and recognition of the texture in the image via the Fourier spectrum, which was also included in the experimental part of the paper.*

**Keywords:** *Image enhancement, spatial domain, frequency domain, Fourier transformation, texture, texture detection*

## 1. UVOD

Tema ovog rada su metode digitalne obrade slike za naglašavanje detalja na slikama (npr. ivice i tekstura) i metode za poboljšanje kvaliteta slike, pri čemu je akcenat stavljen na detekciju i analizu teksture na slici. Kako teksturu karakteriše periodičnost koja se lako uočava pri Furijeovoj transformaciji, više pažnje je posvećeno domenu frekvencija. Kako bi lakše razumeli i definisali frekvencijski domen, neophodno je prvo osvrnuti se na prostorni domen. Rad je tako i podeljen u tri celine. Prvi deo je posvećen prostornom domenu i tehnikama za obradu slike zasnovane na filtriranju koje spadaju u kategoriju ovog domena. U drugom delu predstavljen je frekvencijski domen, Furijeove transformacije sa osobinama i primenom u digitalnoj obradi slike, tehnike obrade slike u frekvencijskom domenu, kao i pregled definicije i osobina teksture. U trećem, eksperimentalnom, delu naglasak je stavljen na domen frekvencija i na ponašanje raznih filtera u frekvencijskom domenu na test slikama sa teksturom.

## 2. PROSTORNI DOMEN

Prostorni domen [1] se odnosi na skup piksela koji sačinjavaju sliku. Tehnike koje se koriste za obradu slike, a spadaju u kategoriju ovog domena, zasnivaju se na manipulaciji pikselima same slike. Te procese označavamo sledećim izrazom:

$$g(x,y) = T[f(x,y)], \tag{1}$$

pri čemu je $f(x,y)$ originalna slika (input), odnosno nivo sive boje u tački $(x,y)$, $g(x,y)$ je obrađena slika (output), a $T$ je operator na $f$. $T$ se definiše na nekoj okolini od $(x,y)$ koju biramo kao deo slike oblika najčešće kvadrata ili pravougaonika. Pri tome se centar te podslike nalazi baš u tački $(x,y)$. Osnovni pristup pri obradi slike u prostornom domenu jeste da centar definisane okoline, odnosno podslike pomeramo od piksela do piksela redom. Na svaku tačku $(x,y)$ koja se nađe u centru podslike primenjuje se operator $T$, pri čemu dobijamo rezultat, $g(x,y)$, za tu lokaciju.

Ovaj proces uključuje samo one piksele slike koji su obuhvaćeni okolinom. Jedan od osnovnih ovakvih principa zasniva se na takozvanim maskama, koje se još nazivaju i filteri, jezgra, šabloni ili prozori. Predstavićemo filtere za ravnanje intenziteta i filtere za detekciju ivica. Filteri za ravnanje intenziteta smanjuju oštre prelaze između piksela, tj. zamagljuju piksele tako da slika počinje da gubi detalje. Najčešće se primenjuju za neutralisanje „nebitnih" objekata na slici, a da pritom istaknemo objekte od interesa na koje primenjujemo ovaj filter. Mogu se grupisati u linearne filtere i uređene statističke filtere.

Filteri za detekciju ivica rade suprotno. Njihov glavni cilj je naglašavanje sitnih detalja i/ili poboljšanje delova slike koji su zamućeni. Do zamućenja najčešće dolazi usled neke greške ili kao prirodna posledica određene tehnike pravljenja slike (slikanje, skeniranje). Filteri za detakciju ivica se zasnivaju na primeni prvog i drugog izvoda u obradi slike u prostornom domenu.

## 3. DOMEN FREKVENCIJA I FURIJEOVA TRANSFORMACIJA

Po teoriji Furijeovih redova, svaki periodičan signal možemo predstaviti zbirom beskonačno mnogo ortogonalnih funkcija. Budući da predstava signala preko Furijeovog reda omogućava potpuno drugačiji uvod u karakteristike signala u odnosu na vremenski domen, prirodno se postavlja pitanje da li je moguće ideju razlaganja signala na njegove prostoperiodične komponente proširiti i na neperiodične signale. Posmatrajući neperiodičan signal kao periodičan signal sa beskonačno velikim periodom Furijeova transformacija proširuje ovakav koncept razlaganja signala i na neperiodične signale. Funkcije koje nisu periodične, ali je površina ispod funkcije konačna, mogu biti predstavljeni kao integral sinusa i/ili kosinusa pomnoženih težinskom funkcijom [1].

---

**NAPOMENA:**
**Ovaj rad proistekao je iz master rada čiji mentor je bio dr Tibor Lukić, vanr. prof.**

U ovom slučaju, ovako definisanu formulaciju, nazivamo Furijeova transformacija [2]. Veoma bitna karakteristika je da funkcije koje su izražene kao Furijeova transformacija mogu biti rekonstruisane uz pomoć inverznog procesa. Upravo ova osobina nam omogućava da obrađujemo sliku u domenu frekvencija da se pritom vratimo u originalni, prostorni, domen bez gubitka informacija.

Definicija 1. Neka je $f(x)$ neprekidna funkcija jedne promenljive. Njena Furijeova transformacija, $F(u)$, definisana je jednačinom:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-2i\pi ux} dx, \qquad (2)$$

pri čemu je $i^2 = -1$.

Pomoću sledeće definicije možemo rekonstruisati $f(x)$ u prostornom domenu ukoliko znamo $F(u)$ u domenu frekvencija [2, 3].

Definicija 2. Inverzna Furijeova transformacija data je sledećom jednačinom:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{2i\pi ux} du, \qquad (3)$$

Jednačine (2) i (3) čine Furijeov par transformacija.

Definicija 3. Neka je $f(x)$ diskretna funkcija jedne promenljive, $x = 0, 1, \ldots, M-1$ . Njena diskretna Furijeova transformacija, $F(u)$, je definisana sledećom jednačinom:

$$F(u) = \frac{1}{M} \sum_{x=0}^{M-1} f(x)\, e^{\frac{-2i\pi ux}{M}}, \qquad (4)$$

za $u = 0, 1, \ldots, M-1$.

Analogno, kao i za neprekidnu funkciju $f(x)$, ukoliko nam je data diskretna Furijeova trnsformacija, $F(u)$, bez gubitka informacija možemo odrediti diskretnu funkciju $f(x)$ [1, 2].

Definicija 4. Inverzna diskretna Furijeova transformcija je definisana kao:

$$f(x) = \frac{1}{M} \sum_{u=0}^{M-1} F(u)\, e^{\frac{2i\pi ux}{M}}, \qquad (5)$$

za $x = 0, 1, \ldots, M-1$.

Može se pokazati da diskretni par Furijeovih transformacija uvek postoji, bez obzira koliko promenljivih ima, odnosno koje je dimenzije. Ova činjenica je veoma značajna kod primene Furijeovih transformacija u obradi slike.

Slika koju želimo da obradimo, odnosno funkcija $f(x, y)$ je diskretna funkcija dve promenljive. Zbog toga ćemo definisati i dvodimenzionalni diskretni par Furijeovih transformacija.

Definicija 5. Neka je $f(x, y)$ diskretna funkcija, slika dimenzija $M \times N$ , odnosno $x = 0, 1, \ldots, M-1$ i $y = 0, 1, \ldots, N-1$ . Tada se dvodimenzionalna diskretna Furijeova transformacija definiše kao

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-i2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}, \qquad (6)$$

pri čemu su $u = 0, 1, \ldots, M-1$ i $v = 0, 1, \ldots, N-1$.

Definicija 6. Za datu funkciju $F(u, v)$ inverzna Furijeova transformacija se definiše na sledeći način

$$f(x, y) = \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{i2\pi\left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N}\right)}, \qquad (7)$$

za $x = 0, 1, \ldots, M-1$ i y$= 0, 1, \ldots, N-1$.

Promenljive $u$ i $v$ nazivamo promenljivima frekvencije ili transformacije, dok sa $x$ i $y$ označavamo prostorne promenjive, odnosno promenljive slike.

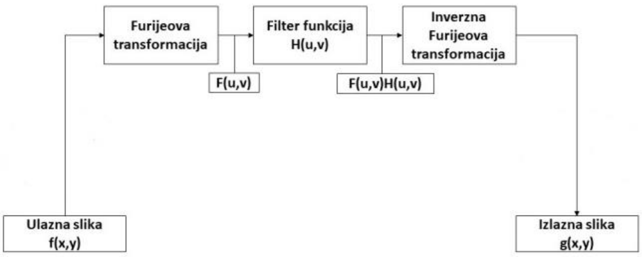
U domenu frekvencija osobine tekstura kao što su oštrina, granulacija i pravilnost u ponavljanju mogu lako biti identifikovane. Od primarnog interesa je posmatranje spektra snage, koji predstavlja kvadrat Furijeovog spektra. Jednačinama (8) i (9), redom su definisani Furijeov spektar i spektar snage transformacije:

$$|F(u, v)| = \sqrt{Re^2(u, v) + Im^2(u, v)}, \qquad (8)$$

$$P(u, v) = |F(u, v)|^2. \qquad (9)$$

Osnovna procedura obrade slike (filtriranja) u domenu frekvencija se može predstaviti sledećim algoritmom:

1. Pomnožiti originalnu sliku, $f(x, y)$ sa $(-1)^{x+y}$ da bismo centrirali transformaciju.
2. Izračunati diskretnu Furijeovu transformaciju, $F(u, v)$ za sliku iz koraka 1.
3. Pomnožiti $F(u, v)$ sa filter funkcijom $H(u, v)$.
4. Odrediti inverznu diskretnu Furijeovu transformaciju rezultata dobijenog u koraku 3.
5. Rezultat iz koraka 4 pomnožiti sa $(-1)^{x+y}$, kako bismo dobili finalnu sliku $g(x, y)$.



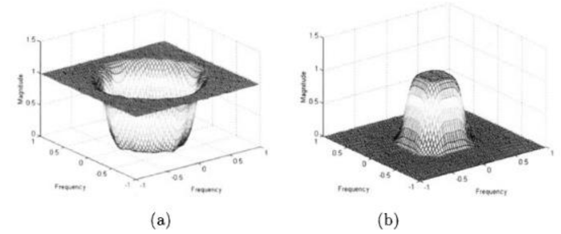

Slika 1. *Proces obrade slike u domenu frekvencija*

Visoke frekvencije u Furijeovoj transformaciji su odgovorne za detalje kao što su ivice ili šum, dok su niske frekvencije odgovorne za uopšteni izgled nivoa sive boje slike preko glatkih površina.

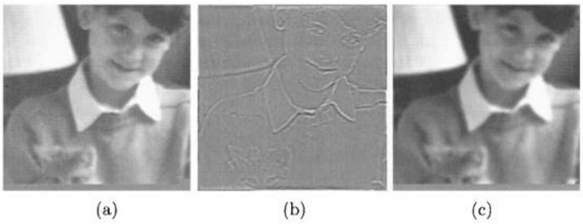
Filter za ravnanje intenziteta (lowpass) ublažava, oslabljuje visoke frekvencije, i istovremeno ostavlja niske frekvencije nepromenjenim.

S druge strane, filter suprotnih karakteristika, filter za detekciju ivica (highpass) deluje na niske frekvencije, dok visoke frekvencije zaobilazi.

Na sledećim primerima možemo jasno uočiti razliku između ovih filtera.



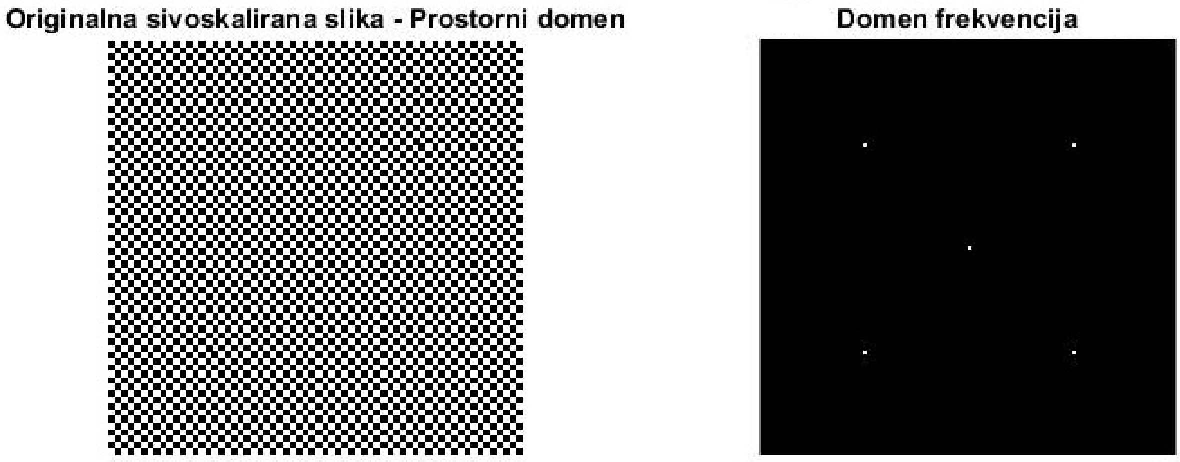

Slika 1. *Trodimenzionalni grafik filter funkcije (a) highpass, (b) lowpass. Ilustracija preuzeta iz* [3]



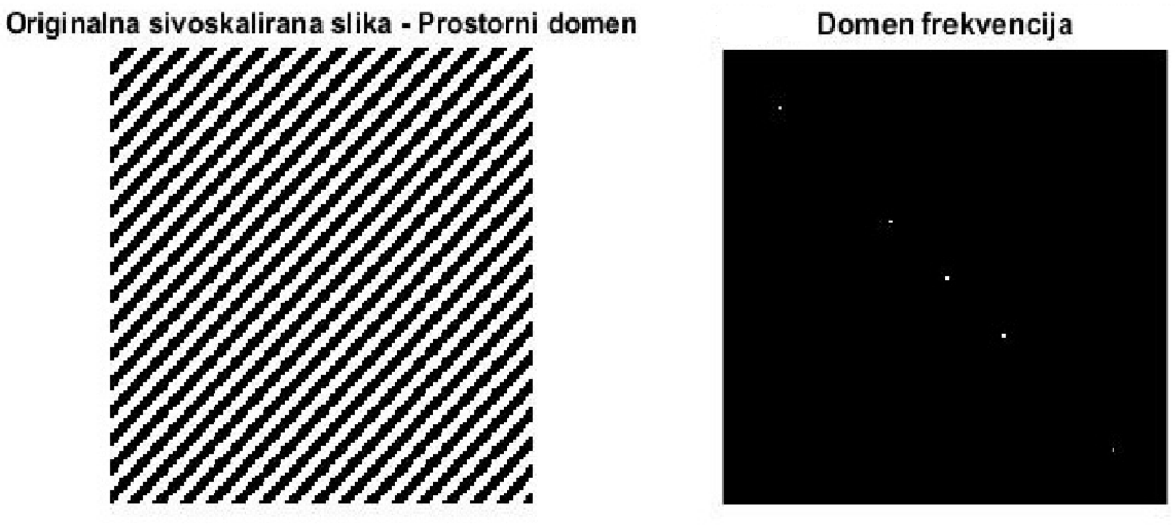

Slika 2. *(a) Originalna slika. (b) Slika obrađena highpass filterom. (c) Slika obrađena lowpass filterom. Ilustracija preuzeta iz* [3]

## 4. EKSPERIMENTALNI DEO - DETEKCIJA TEKSTURE U FURIJEOVOM SPEKTRU

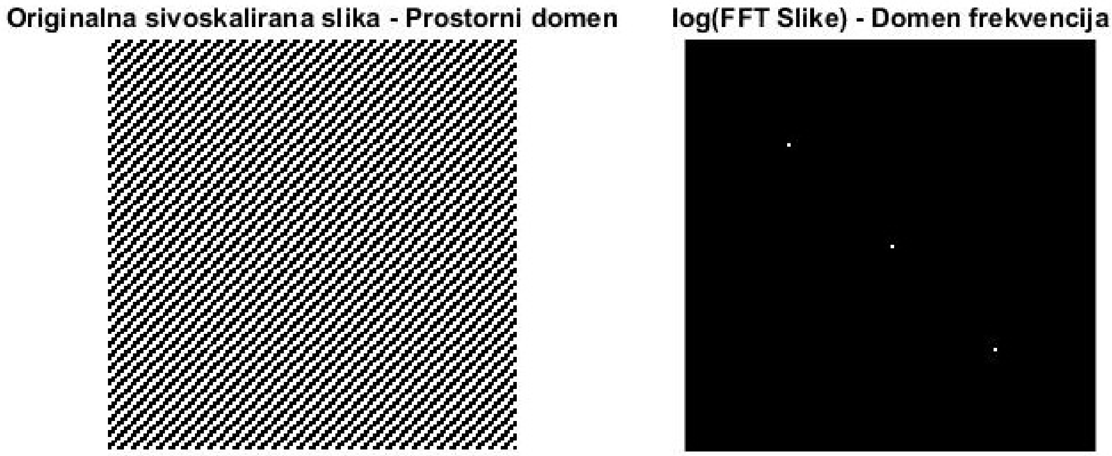
Tekstura [4] je skup vizuelnih objekata koji se često ponavljaju na slici, što znači da je karakteriše periodičnost koja se lako uočava pri Furijeovoj transformaciji slike. U ovom odeljku ćemo dati kratak prikaz primene Furijeove transformacije u detekciji teksture na slici. Odnosno posmatraćemo Furijeov spektar slike i pokušati da uočimo koje pravilnosti u domenu frekvencja zadovoljava tekstura. Teksture imaju Furijeov spektar takav da se u Furijeovoj transformaciji slike javljaju tačke svetle boje koje odgovaraju dominantnim frekvencijama na originalnoj slici. Zbog prirode teksture one će biti izolovane tačke jer su neke frekvencije izrazito jače zastupljene od ostalih. Ovo je osobina koja karakteriše teksturu na slici, za razliku od drugih slika gde to nije slučaj ili se to dešava u mnogo manjem intenzitetu jer su na tim slikama sve frekvencije manje-više ravnomerno raspoređene. U eksperimentalnim primerima korišćene su sintetičke slike koje prikazuju nekoliko jednostavnih tekstura i njihov Furijeov spektar.




Slika 3. *Originalna slika teksture i njena Furijeova transformacija*




Slika 4. *Originalna slika teksture i njena Furijeova transformacija*




Slika 5. *Originalna slika teksture i njena Furijeova transformacija*

Na datim slikama možemo uočiti da teksture koje karakteriše pravilnost, npr. slika (3), u prostornom domenu, u domenu frekvencija imaju tačkastu strukturu.
Kod tekstura kod kojih postoji usmerenost šara (slika (4), (5)) u prostornom domenu, u domenu frekvencija takođe možemo uočiti usmerenost visokih frekvencija.
Možemo zaključiti na osnovu datih primera da kada u Furijeovom spektru uočimo izolovane tačke, taj Furijeov spektar odgovara teksturi u prostornom domenu.

Značaj detekcija teksture je veoma velik, pre svega u medicini i medicinskoj obradi slike. Međutim prema našim saznanjima ne postoji deskriptor koji efikasno opisuje teksturu, pa smo kroz ovaj odeljak pokušali da napravimo mali korak u pronalaženju uslova i zakonitosti u ponašanju teksture u Furijeovom spektru.

## 3. ZAKLJUČAK

Prepoznavanje (detekcija) teksture u oblasti obrade slike je još uvek otvoreno pitanje u literaturi. Napravljeno je nekoliko pokušaja da se ovaj problem reši, međutim svaka od poznatih metoda za analizu teksture samo parcijalno rešava problem. Prema našim najboljim saznanjima te metode na nekim slikama rade, na nekim ne. Postavlja se pitanje zašto je važno pronaći metodu koja će prepoznavati i analizirati teksturu na slici, a odgovor proizilazi iz njene primene u svakodnevnom životu.

Analiza teksture ima tri osnovne namene.

Prva je ta što analiza teksture može pomoći pri klasifikaciji piksela slike i samim tih ih dodeliti specifičnom regionu ili objektu.

Drugo, klasifikacija regiona ili piksela na osnovu teksture može pomoći segmentaciju regiona sa približno sličnim intenzitetima koji mogu potencijalno biti razdvojeni na osnovu osobine teksture.

Treća, može se reći i najznačajnija, analiza teksture može pomoći pri uočavanju razlika između zdravog i bolesnog stanja organizma na osnovu njihove teksture u medicinskoj obradi slike.

Stoga smo, kroz ovaj rad pokušali da damo mali doprinos u detekciji i analizi teksture na slici, pri čemu smo obradili i tehnike obrade slike, zasnovane na filtriranju, u prostornom i frekvencijskom domenu.

## 4. LITERATURA

[1] R. C. Gonzales, R. E. Woods, *“Digital Image Processing”,* Prentice Hall, Inc, 2002.

[2] B. Osgood, *“The Fourier Transform and its Aplications”*, Stanford University

[3] T. Acharya, A. K. Ray, *“Image processing: Principles and Aplications”*, John Wiley & Sons, 2005.

[4] M. Petrou, P. G. Sevilla, *“Image processing: Dealing with Texture”*, John Wiley & Sons, 2006.

### Kratka biografija:

**Marina Becin** rođena je 1987. godine u Vukovaru. Diplomirala je 2015. godine na Prirodno Matematičkom Fakultetu u Novom Sadu, smer: Matematika finansija. Iste godine je upisala master studije na Fakultetu Tehničkih Nauka, smer: Matematika u tehnici
kontakt: becin.marina@gmail.com