

ПРОЈЕКАТ МИКРОМРЕЖЕ ЗА ПОТРЕБЕ ОСМАТРАЊА БРАНЕ „КОКИН БРОД“ MICRO-NETWORK PROJECT FOR THE NEEDS OF MONITORING THE „KOKIN BROD“ DAM

Бошко Рудан, Факултет техничких наука, Нови Сад

Област – ГЕОДЕЗИЈА И ГЕОМАТИКА

Кратак садржај – У овом раду описана је теоријска основа методологије пројектовања 2D геодетске мреже за потребе осматрања бране. Практичним дијелом рада обухваћена је анализа квалитета микромреже „Кокин Брод“ на основу три различите варијанте опажања. Упоредном анализом добијених параметара квалитета мреже предложен је оптимални план опажања.

Кључне речи: геодетска микромрежа, анализа квалитета микромреже, маргинална груба грешка

Abstract – this paper describes the theoretical basis of the methodology of designing a 2D geodetic network for the purpose of dam observation. The practical part of the paper includes the analysis of the quality of the „Kokin Brod“ micronetwork based on three different variants of observations. Comparative analysis of the obtained quality parameters network is proposed optimal observation plan.

Keywords: Geodetic micro-network, geodetic micro-network quality analysis, marginal gross error

1. УВОД

Математички дефинисана основа на којој се темеље сви геодетски радови приликом изградње и у току експлоатације објекта за потребе одређивања помјерања истог, јесте геодетска мрежа објекта.

Како је неопходно удовољити захтјевима пројекта који често захтјевају високу тачност приликом позиционирања, често се као примарни геодетски задатак намеће пројектовање нове геодетске мреже са које је могуће извршити све потребне геодетске радове везане за један објекат [1].

За потребе избора оптималног модела мреже неопходно је на основу упоредне анализе добијених параметара из претходне анализе квалитета мреже одабрати оптимални дизајн мреже, план опажања и одговарајући инструменти са захтјеваним перформансама у виду стандардног одступања мјерења угловних и линеарних величина.

НАПОМЕНА:

Овај рад је проистекао из мастер рада чији ментор је био др Зоран Сушић, ванр.проф.

2. ГЕОДЕТСКЕ МРЕЖЕ ОБЈЕКТА

Математичка дефиниција геодетске мреже гласи: „Скуп геодетских тачака/репера, датих и тражених, са скупом L_1, L_2, \dots, L_n мерених величина, које могу бити и разнородне, назваћемо геодетском мрежом, ако између ових n мјерених величина можемо наћи q ($q \leq u \leq n$) независних, које ћемо звати неопходним, таквих да било који елемент (величину) у мрежи, чија врста припада врсти мјерених величина, можемо изразити помоћу тих q неслободних величина [1].

Геодетске мреже посебних намјена састоје се од тачака ван зоне очекиваних деформација (основне мреже) и тачака на објекту које су међусобно повезане мјерењима. Оне су углавном развијају и изравњавају као слободне мреже, како би се избјегле грешке датих величина, а након изравњања уколико се захтјева познавање координата тачака у државном координатном систему, врши се трансформација координата из локалног у државни координатни систем [2].

3. МАТЕМАТИЧКИ МОДЕЛИ ИЗРАВНАЊА

За изравњање геодетских мрежа објекта по методи најмањих квадрата користи се Гаус-Маркољев модел, посредног изравњања, који се састоји од функционалног и стохастичког дијела [1]:

$$\mathbf{v} = \mathbf{A} \cdot \hat{\mathbf{x}} + \mathbf{f} \quad (1)$$

$$K_1 = \sigma_0^2 \cdot \mathbf{Q}_1 \quad (2)$$

гдје су \mathbf{A} матрица дизајна мреже, $\hat{\mathbf{x}}$ вектор непознатих параметара, \mathbf{f} вектор слободних чланова, \mathbf{v} вектор поправака мјерених величина, K_1 коваријациона матрица мјерених величина, \mathbf{Q}_1 матрица кофактора мјерених величина и σ_0^2 a priori стандардна девијација јединице тежине. Метода најмањих квадрата састоји се у минимизацији суме квадрата одступања \mathbf{l} од очекиване вриједности $\mathbf{M}(\mathbf{l})$, преко услова:

$$\mathbf{v}^T \cdot \mathbf{P}_1 \cdot \mathbf{v} = \min \quad (3)$$

гдје је $\mathbf{P}_1 = \mathbf{Q}_1^{-1}$ матрица тежина мјерених величина.

Изналажењем минимума и примјеном транспозиције са неодређеног система једначина поправака прелазимо на систем нормалних једначина чије је опште рјешење:

$$\hat{\mathbf{x}} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{n} = -\mathbf{Q}_x \cdot \mathbf{n} \quad (4)$$

гдје су \mathbf{N} матрица коефицијената нормалних једначина, \mathbf{n} вектор коефицијената слободних чланова нормалних једначина и $\hat{\mathbf{x}}$ вектор оцјена непознатих параметара.

У оквиру Гаус-Маркољевог модела врши се тест адекватности модела (глобална тест статиска), у циљу утврђивања да ли математички модел одговара реалном моделу, на слиједћи начин [2]:

$$H_{o2}: E(s_0^2) = E(\sigma_0^2); H_{a2}: E(s_0^2) \neq E(\sigma_0^2) \quad (6)$$

Рачуна се глобална тест статистика:

$$T = \frac{v^T P v}{r \sigma_0^2} = \frac{s_0^2}{\sigma_0^2} \sim F_{r, \infty} \left(\cong \frac{\chi_r^2}{r} \right) \quad (7)$$

гдје су: σ_0^2 стандардна девијација јединице тежине (*a priori*), s_0^2 експериментална стандардна девијација јединице тежине (*a posteriori*), r број степени слободе, $F_{r, \infty}$ Фишерава расподела, χ_r^2 хи-квадрат расподела вјероватноћа.

Када је вриједност глобалне тест статистике T мања од критичне вриједности:

$$T \leq F_{1-\alpha, r, \infty} \quad (8)$$

Са вјероватноћом $1 - \alpha$ прихватамо нулту хипотезу. У супротном одбацује се нулта и прихвата алтернативна хипотеза H_{a1} (H_{a2}) и тада тест статистика слиједи нецентралну Фишерову расподелу вјероватноћа, гдје је δ параметар нецентралности.

Даље тестирање врши се локалном тест статистиком за грубе грешке мјерених величина, примјеном *Data snooping* теста.

Код геодетских мрежа објекта, мјерењем величина на терену одређује се само релативни положај тачака, док за добијање апсолутних координата потребно је ријешити проблем дефекта датума геодетске мреже, који је узрок настанка сингуларности матрице N .

Датум геодетске мреже дефинише се као минималан број параметара потребних за дефинисање мреже у простору или релативног положаја мреже у односу на неки раније дефинисан координатни систем [3].

У литератури су утемељена слједећа два начина дефинисања датума геодетске мреже:

- Класичан начин дефинисања датума, фиксирањем неопходног (минималног) броја координата тачака мреже у поступку изравнања
- Дефинисање датума минималним трагом, гдје све тачке подједнако доприносе дефиницији датума.

4. КРИТЕРИЈУМИ И ОПТИМИЗАЦИЈА КВАЛИТЕТА ГЕОДЕТСКИХ МРЕЖА

Геодетске мреже објеката се пројектују и реализују са оптималним својствима прецизности, поузданости и осјетљивости да би се резултати мјерења као и оцјене из изравнања добиле са што већом тачношћу и поузданошћу. При томе захтјева се минимизација трошкова реализације пројекта. Оцјена тачности може бити локална и глобална.

Као локалне мјере тачности користимо стандардна одступања (девијације) координата положаја тачака, као и апсолутне и релативне елипсе грешака.

Стандардне девијације координата тачака за 2Д мрежу добијамо на основу субматрица матрице кофактора непознатих параметара Q_{xx} [2]:

$$\hat{\sigma}_x = \hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{xx}}; \hat{\sigma}_y = \hat{\sigma}_0 \sqrt{q_{yy}} \quad (9)$$

Положајна тачност тачака добија се по образцу:

$$\hat{\sigma}_p = \sqrt{\hat{\sigma}_x^2 + \hat{\sigma}_y^2} \quad (10)$$

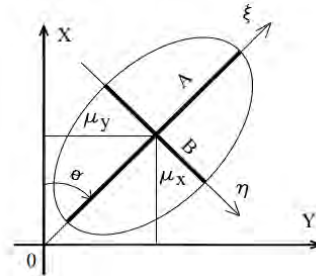
Апсолутне елипсе грешака, које зависе од избора датума и изражавају положајну несигурност тачака, одређене су параметрима великом A и малом B полуосом и углом оријентације θ , који се добијају по образцу: [2]

$$\begin{aligned} A &= \hat{\sigma}_0 \sqrt{\lambda_1} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{\frac{1}{2}(q_{xx} + q_{yy} + k)} \\ B &= \hat{\sigma}_0 \sqrt{\lambda_2} = \hat{\sigma}_0 \sqrt{\frac{1}{2}(q_{xx} + q_{yy} - k)} \\ \theta &= \frac{1}{2} \arctg \frac{2q_{xy}}{q_{xx} - q_{yy}} \end{aligned} \quad (11)$$

При чему је:

$$k = \sqrt{(q_{xx} - q_{yy})^2 - 4q_{xy}^2} \quad (12)$$

гдје су: q_{xx} , q_{yy} и q_{xy} одговарајући кофактори координата тачке; θ угао кога велика полуоса A гради са позитивним смјером осе X . Компоненте стандардне елипсе грешака приказане су на слици 1.



Слика 1. Стандардна елипса грешака [4]

Релативне елипсе грешака, које не зависе од избора датума, дају информације о међусобној тачности положаја двије тачке у геодетској 2Д мрежи. Параметри A, B и θ одређују се на исти начин као и код апсолутних, са разликом што се умјесто кофактора координата користе кофактори кординантних разлика.

Глобалне мјере тачности које се односе на геодетску мрежу, добијају се на основу коваријационе матрице K_x или матрице кофактора Q_x . Најчешће се користе следећи глобални критеријуми [3]:

$$\det Q_{\hat{x}} = \prod_{i=1}^u \lambda_i \rightarrow \min \quad (13)$$

$$\text{trag } Q_{\hat{x}} = \sum_{i=1}^u \lambda_i \rightarrow \min \quad (14)$$

$$\frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \rightarrow 1 \quad (15)$$

Поузданост геодетске мреже указује на могућност откривања и лоцирања грубих грешака у мјерењима (унутрашња поузданост) као и могућност откривања утицаја неоткривених грубих грешака на оцјењене параметре (спољашња поузданост).

Погодне глобалне мјере унутрашње поузданости су максимална сопствена вриједност λ_{\max} и траг производа матрица $PQ_v P$ за које се тежи да буде максималан [3]:

$$\lambda_{\max}(PQ_v P) = \max; \text{trag}(PQ_v P) = \max \quad (16)$$

Коефицијенти r који се рачунају за свако опажање, користе се као локална мјера унутрашње поузданости, одакле проистиче следећи критеријум:

$$r_{ii} = (Q_v P)_i = \max \quad (17)$$

Глобални критеријум спољашње поузданости:

$$\lambda_{\max}(PQ_i P) = \min ; \text{trag}(PQ_i P) = \min \quad (18)$$

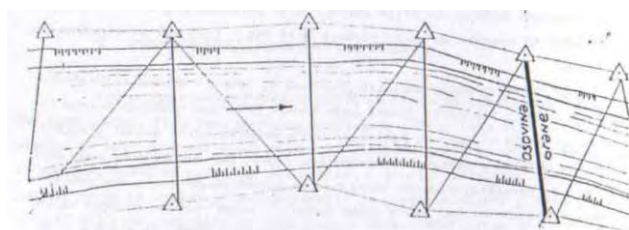
док је локални критеријум спољашње поузданости:

$$u_{ii} = (Q_i Q_i)_{ii} = \min \quad (19)$$

5. ГЕОДЕТСКИ РАДОВИ ПРИ ПРОЈЕКТОВАЊУ И ГРАЂЕЊУ БРАНА

Бране су хидротехничке грађевине које се изграђују у најужим дијеловима ријеке како би се створила акумулација воде за различите потребе [4]

За потребе снимања у хоризонталном смислу великих брана развија се микромрежа, док се за висинска снимања развија нивелманска мрежа. Сам облик мреже зависи од врсте бране, конфигурације терена и плана организације градилишта:



Слика 2: Облик основне геодетске мреже за брану [4]

Прије постављања мреже на основу плана организације рада на градилишту израђује се пројекат мреже за обиљежавање, која ће задовољити услов захтјеване тачности обиљежавања.

6. ПРОЈЕКАТ МИКРОМРЕЖЕ ЗА ПОТРЕБЕ ОСМАТРАЊА БРАНЕ КОКИН БРОД

Брана „Кокин Брод“ налази се на ријеци Увац на 10 километара од Нове Вароши. Ријеч је о насutoј брани од каменог набачаја са широким глиним језгром дужине 1260 м. Брана се састоји од два дијела, главне и бочне бране, раздвојена бетонским преливом ширине 64 м.

Дводимензионална геодетска мрежа објеката, са које се врше опажања на тачке на брани и терену непосредно уз ножицу бране, се састоји од 15 тачака, које су означене са римским бројевима: I-III и V-XVI. Наведене тачке стабилизационе су стубовима на којима се налазе уређаји за присилно центрисање.

Тачке на објекту, које се налазе у зони очекиваних деформација, сигнализационе су полигонометријским маркацима.

Претходна анализа квалитета геодетске мреже објеката вршена је за следеће три варијанте плана опажања за које су прописани стандарди мјерених величина:

1. Мјерени сви правци и све дужине (стандард мерења правца 2", стандард мерења дужине 2+2 ppm);
2. Мјерене све дужине и правци према тачкама на објекту са тачака X, VII и XI (стандард мерења правца 1", стандард мерења дужине 1+1 ppm);

3. Мјерени ГНСС вектори у основној мрежи, мјерени сви правци и све дужине ка тачкама на објекту (стандард мерења дводимензионалне компоненте 3+0.5 ppm, стандард мерења правца 1", стандард мерења дужине 1+1 ppm).

У оквиру претходне анализе тачности добијене су глобалне и локалне мјере тачности. Добијене минималне, максималне и средње вриједности стандардних девијација координата и положаја тачака, за сваку варијанту опажања, приказане су у табели 1.

Табела 1: Карактеристичне вриједности стандардних девијација координата тачака

План опажања	σ_y [mm]			σ_x [mm]			σ_r [mm]		
	мин.	ср.вр	мак.	мин.	ср.вр	мак.	мин.	ср.вр	мак.
План 1	0.3	0.805	1.784	0.243	0.623	1.947	0.412	1.029	2.641
План 2	0.3	0.662	1.879	0.355	1.215	5.555	0.546	1.402	5.695
План 3	0.2	0.531	1.111	0.188	0.432	1.268	0.278	0.692	1.561

Из претходне табеле види се да трећи план опажања има минималну положајну несигурност тачака, док максималну положајну несигурност тачака има други план опажања.

У оквиру претходне анализе тачности добијени су параметри апсолутних и релативних елипса повјерења. Однос велике и мале полуосе репрезентује изотропност мреже.

Табела 2: Карактеристичне вриједности параметара апсолутних елипса повјерења 95 % за сва три плана опажања

План опажања	A[mm]			B[mm]			A/B [mm]		
	мин.	ср.вр	мак.	мин.	ср.вр	мак.	мин.	ср.вр	мак.
План 1	0.777	2.121	4.768	0.580	1.329	4.364	1.032	1.656	3.486
План 2	1.026	3.058	13.839	0.539	1.445	2.327	1.023	1.694	14.535
План 3	0.507	1.423	3.121	0.452	0.895	2.202	1.033	1.654	4.091

Табела 3: Карактеристичне вриједности параметара релативних елипса повјерења 95 % за сва три плана опажања

План опажања	A[mm]			B[mm]			A/B [mm]		
	мин.	ср.вр	мак.	мин.	ср.вр	мак.	мин.	ср.вр	мак.
План 1	0.81	2.090	4.585	0.210	1.381	4.304	1.023	2.160	14.535
План 2	1.37	2.353	3.519	0.767	1.522	1.828	1.100	1.577	3.011
План 3	0.65	1.459	3.028	0.13	0.913	2.209	1.019	1.914	12.522

Из односа велике А и мале В полуосе апсолутне елипсе за поједине тачке мреже се налази изван интервала A:B = 2:1, за све три варијанте опажања, што је показатељ да је нарушене изотропности геодетске мреже. Апсолутне вриједности елипса повјерења појединих тачака су међусобно блиске за план опажања бр.3 и план опажања бр.1, па се закључује да је мрежа хомогене тачности, док код плана опажања бр.2 имамо немохомогену тачност мреже.

Табела 4: Глобална мјера унутрашње поузданости $\text{trag}(PQ_v P)$ и спољашње поузданости $\text{trag}(PQ_i P)$

Број плана опажања	$\text{trag}(PQ_v P)$	$\text{trag}(PQ_i P)$
План 1	694.000	210.000
План 2	318.000	198.000
План 3	660.000	210.000

Закључујемо из претходне табеле да је варијанта плана опажања број 1 оптимална са аспекта могућности откривања грубих грешака у мјерењима јер има максималну вриједност $trag(PQ_0P)$.

У табели 5. приказане су минималне, средње и максималне вриједности глобалних мјера унутрашње поузданости коефицијената r_i и маргиналне грубе грешке G_i за сва три плана опажања.

Табела 5: Карактеристичне вриједности глобалних мјера унутрашње поузданости

План опажања	r_i			G_i		
	мин.	ср.вр.	мах.	мин.	ср.вр.	мах.
План 1	0.000	0.768	0.980	5.760	7.671	116.00
План 2	0.000	0.616	0.940	0.000	∞	∞
План 3 дужине и правци	0.000	0.564	0.950	0.000	∞	∞
План 3 ГНС вектори	0.940	0.969	0.990	6.010	6.320	6.960

Минималне вриједности коефицијената ($r_i < 0.3$, неуздана мјерења) одговарају одређеним мјерењима према тачкама на брани. Уколико изузмемо ова мјерења вриједности коефицијената се налазе унутар интервала од 0.3 до 1. Вриједности маргиналне грубе грешке G_i се само за одређења опажања према тачкама налазе изнад критичне вриједности $7 \cdot \sigma_0$. На основу средњих вриједности оба параметра са аспекта унутрашње поузданости оптимални план опажања је број 3 јер има минималну вриједност маргиналне грубе грешке G_i , максималну вриједност коефицијента r_i . У табели 6. приказане су карактеристичне вриједности локалне мјере спољашње поузданости коефицијената u_i .

Табела 6: Карактеристичне вриједности коефицијента u_i

Број плана опажања	u_i		
	мин.	ср.вр.	мах.
План 1	0.020	0.232	1.000
План 2	0.060	0.384	1.000
План 3	0.010	0.241	1.000

Локална мјера спољашње поузданости u_i приказију утицај мјерења оптерећеног грубом грешком на ојене непознатих параметара. Закључујемо да је варијанта плана опажања број 3 оптимална са аспекта спољашње поузданости. Претходном анализом осјетљивости добијени су вриједности најмањег интезитета вектора помјерања који се може открити у правцу велике А и мале В полуосе апсолутних елипса повјерења. У табелама 7 и 8. приказане су карактеристичне вриједности:

Табела 7: Карактеристичне вриједности најмањег интезитета вектора помјерања у правцу велике полуосе А апсолутне елипсе грешака

План опажања	$d[mm]$			$\sigma d[mm]$		
	мин.	ср.вр.	мах.	мин.	ср.вр.	мах.
План 1	1.393	3.803	8.550	0.449	1.225	2.755
План 2	1.841	5.484	24.819	0.593	1.767	7.996
План 3	0.910	2.553	5.598	0.293	0.822	1.803

Табела 8: Карактеристичне вриједности најмањег интезитета вектора помјерања у правцу мале полуосе В апсолутне елипсе грешака

План опажања	$d[mm]$			$\sigma d[mm]$		
	мин.	ср.вр.	мах.	мин.	ср.вр.	мах.
План 1	1.040	2.383	7.827	0.335	0.768	2.522
План 2	0.966	2.591	4.174	0.311	0.835	1.345
План 3	0.811	1.605	3.949	0.261	0.517	1.272

Са аспекта осјетљивости геодетских мрежа оптимална варијанта плана опажања је број 3, због минималне вриједности вектора помјерања који се може открити.

7. ЗАКЉУЧАК

Анализом добијених параметара квалитета закључено је да је варијанта плана опажања број 3 оптимална. Другу варијанту плана опажања карактерише економичност с обзиром на најмањи број опажања које треба реализовати, али она са аспекта тачности, поузданости и осјетљивости је неповољније рјешење у односу на трећу варијанту. Прва варијанта плана опажања са аспекта глобалне унутрашње поузданости, велики број мјерења гдје је маргинална груба грешка већа од критичне вриједности, неповољнија је у односу на трећу варијанту.

8. ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ашанин Слободан, 2003, *Инжењерска геодезија 1*, Београд: Агео д.о.о
- [2] Крунислав Михаиловић, Иван Р.Алексић, 2008, *Концепти мрежа у геодетском премјеру*, Београд: Привредно друштво за картографију геокарата
- [3] Тоша Нинков, 2012, *Пројековање геодетских мрежа у инжењерској геодезији*, Нови Сад: Универзитет у Новом Саду, Факултет Техничких наука
- [4] Чедомир Цветковић, 1970, *Примјена геодезије у инжењерству*, Универзитет у Београду, Грађевински факултет.

Кратка биографија:



Бошко Рудан рођен је у Љубињу 1991. год. Дипломирао је 2015. године на Факултету техничких наука у Новом Саду, из области геодезија.