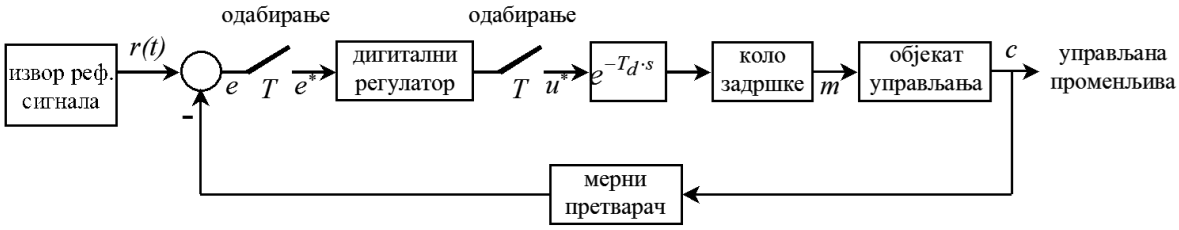
# ДИГИТАЛНИ СКЛОПОВИ УПРАВЉАЊА

исечци из књиге
Дигитални системи управљања
од проф.др. Милића Стојића

## 1. Изглед дигиталног склопа управљања

Уобичајен блок дијаграм дигиталног склопа управљања са једним улазом и једним излазом приказан је на слици 1. Састоји си од дигиталног регулатора који управља континуалним објектом управљања. Између ових делова са једне стране стоји ток одабирања а са друге стране ток превођења одбирака управљаче променљиве у континуалан сигнал.
Наиме, одабирач на улазу регулатора периодично одабира сигнале референце и управљане променљиве са периодом *T*. У склопу управљања улогу одабирача обављају *A/D* претварач, инкрементални или позициони енкодер и сл. Поред одабирања по времену они врше одабирање и по амплитуди, заправо претварајући аналогну величину у дигиталну реч. Међутим, ако се може сматрати да је корак одабирања по амплитуди мали, односно да је дужина дигиталне речи велика, тада се утицај овог одабирања на рад система може занемарити и сматрати да регулатор има на располагању временске одбирке тренутних вредности на улазу. Са друге стране, након времена $T_d$ потребног регулатору да обради улазне величине и произведе одбирак управљачке променљиве на свом излазу, њу је потребно прилагодити аналогном објекту управљања. Неки од начина за превођење одбирака у континуалну величину су *D/A* претварање и импулсно-ширинска модулација.

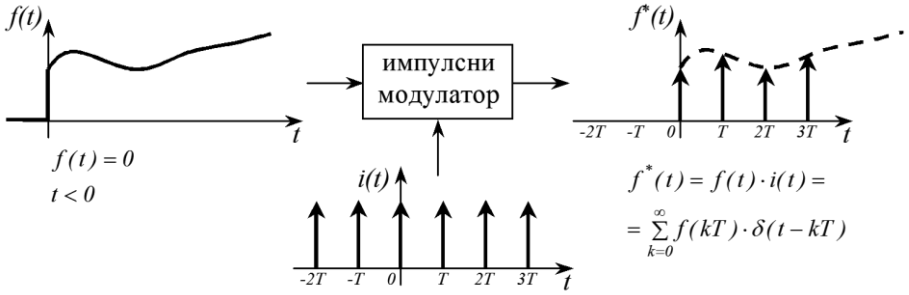



Слика 1. Блок дијаграм дигиталног склопа управљања

## 2. Поступак одабирања

Поступак одабирања представља вид импулсне модулације као што је приказано сликом 2. Према томе, сигнал поворке одбирака представља збир појединачних одбирака континуалног сигнала *f(t)* у тренуцима одабирања *T*:

$$f^*(t) = f(t)\cdot i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot\delta(t-kT). \tag{1}$$




Слика 2. Одабирање континуалног сигнала

## 3. Комплексни лик и фреквенцијске особине поворке одбирака

Да би се пронашао начин за примену алата за прорачун регулатора развијених код аналогних склопова управљања на дигиталне, потребно је установити везу између природе њиховог понашања. Први корак у том правцу биће посматрање комплексног лика поворке импулса $f^*(t)$ након примене Лапласове трансформације.
Први начин на који се може изразити комплексни лик поворке одбирака је преко амплитуде тих одбирака:

$$F^*(s) = L\{f^*(t)\} = L\left\{\sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot\delta(t-kT)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot e^{-k\cdot T\cdot s} \tag{2}$$

Други начин је применом комплексног лика почетног континуалног сигнала, тј. $F(s) = L\{f(t)\}$, где се опет могу развити три облика ове представе. Први облик представља збир у половима комплексног лика *F(s)*:

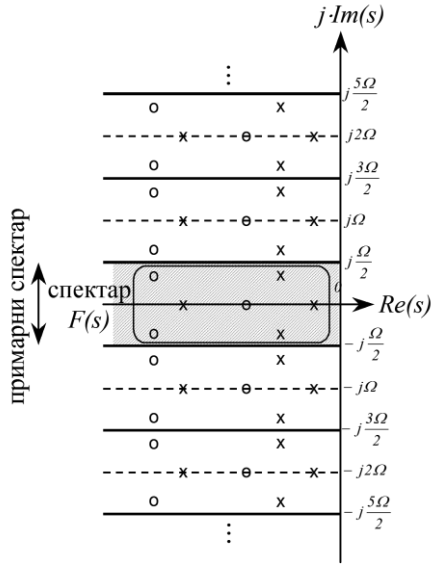
$$F^*(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \frac{1}{1-e^{-T(s-p_i)}} \tag{3}$$

где су $p_i$ полови *F(s)*, тј. нуле *Q(s)*, $F(s) = \dfrac{P(s)}{Q(s)}$, $P(p_i) = P(s)\big|_{s=p_i}$, $Q'(p_i) = \left.\dfrac{dQ(s)}{ds}\right|_{s=p_i}$.

Други облик представља суперпозицију комплексних ликова континуланог сигнала измештених за целобројне умношке кружне учестаности одабирања Ω:

$$F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s+jn\Omega) \tag{4}$$

где је $\Omega = \dfrac{2\pi}{T}$ кружна учестаност одабирања. Обај облик представе комплексног лика поворке одбирака $f^*(t)$ може се приказати у *s* комплексној равни. Наиме, ако је познат положај својствених учестаности полазног континуалног сигнала *f(t)*, тј. полова и нула *F(s)*, тада се спектар сигнала $f^*(t)$ добија тако што се примарни спектар преслика у комплементарне спектре $F(s+jn\Omega)$ који имају ширину једнаку $\Omega$. Ово је приказано сликом 3.




Слика 3. Спектар својствених учестаности комплексног лика поворке одбирака

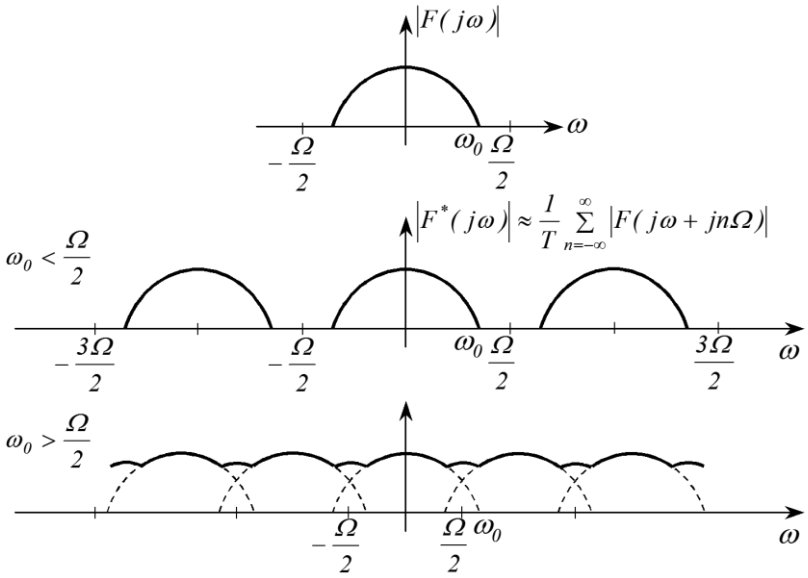
Подручје учестаности $|\omega| \le \dfrac{\Omega}{2} = \dfrac{\pi}{T}$ назива се Никвистово подручје учестаности. Убрзо оно ће бити доведено у везу са познатом теоремом одабирања.

Ако се Лапласов оператор *s* сведе на учестаност $\omega$ $(s=j\omega)$ добије се Фуријеова трансформација поворке одбирака $F^*(j\omega)$:

$$F^*(j\omega) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(j\omega+jn\Omega) \tag{5}$$

и могућност да се посматра фреквенцијски спектар поворке одбирака $|F^*(j\omega)|$. Добијени резултат је приказан на слици 4. Ако је $\omega_0$ гранична учестаност континуалног сигнала *f(t)* (слика 4.а), могућа су два случаја спектра поворке његових одбирака: први (слика 4.б) када је $\omega_0 \le \Omega/2$ и други (слика 4.в) за $\omega_0 > \Omega/2$. Види се да је у првом случају основни спектар у целости сачуван унутар Никвистовог подручја учестаности $|\omega_0| \le \Omega/2$ у фреквенцијском спектру поворке одбирака. Према томе могућ је и процес издвајања првобитног континуалног сигнала

*f(t)* из његове поворке одбирака $f^*(t)$ ниско-фреквентним *(NF)* филтром. Када $|\omega_0|\leq\Omega/2$ није задовољено, очигледно је да не постоји начин да се *f(t)* издвоји из $f^*(t)$, а да не буде изобличен.




Слика 4. Фреквенцијски спектар поворке одбирака за случај (б) $\omega_0\leq\Omega/2$ и (в) $\omega_0>\Omega/2$

На основу овог закључка долази се до теореме одабирања која гласи: *Ако континуални сигнал f(t) не садржи хармонике у подручју учестаности ван* $\omega_0$ *rad/s, он се може у потпуности представити вредностима сигнала мереним у тренуцима међусобно удаљеним за време краће од* $T \leq \frac{1}{2}(2\pi/\omega_0)$.

Остаје да се погледа трећи облик представе комплексног лика поворке одбирака кориштењем комплексног лика почетног континуалног сигнала. Он представља интеграл по некој контури *C* која обухвата све полове *F(s)*:

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j}\oint_C F(p)\cdot\frac{1}{1-e^{-T(s-p)}}dp. \tag{6}$$

Једначина (6) решава се применом резидуума подинтегралне финкције у половима *F(s)*.

## 4. Коло задршке нултог реда

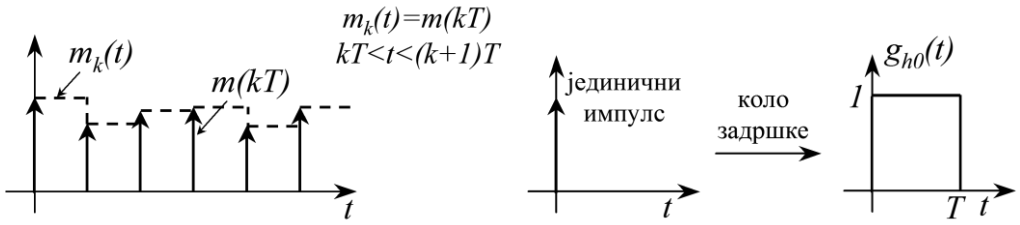
У претходном одељку поменуто је да се континуални сигнал може издвојити из поворке својих одбирака пропуштањем поворке кроз *NF* филтар. Слична потреба постоји и при превођењу поворке одбирака управљане променљиве на излазу дигиталног регулатора у континуалну величину која се доводи на улаз континуалног објекта управљања. У склоповима дигиталног управљања у ову сврху се користи коло задршке нултог реда које на свом излазу држи вредност претходног одбирка до доласка новог. *D/A* претварач и импулсно-ширински модулатор су заправо кола задршке нултог реда. Рад кола је приказан сликом 5, а слика 6 даје облик импулсног одзива овог кола $g_{h0}(t)$:

$$g_{h0}(t) = h(t) - h(t-T) \tag{7}$$

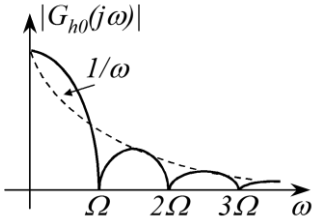
где *h(t)* представља Хевисајдов сигнал. Применом Лапласове трансформације из (7) следи функција преноса кола задршке нултог реда $G_{h0}(s)$:

$$G_{h0}(s) = L[g_{h0}(t)] = \frac{1-e^{-Ts}}{s}. \tag{8}$$

Израз (8) приказан у облику фреквенцијске карактеристике дат је сликом 7 где се види да ово коло само приближно, али на основу слике 5 ипак са довољном тачношћу, обавља улогу *NF* филтра.




Слика 5 (лево). Начин рада кола задршке нултог реда
Слика 6. Импулсни одзив кола задршке нултог реда




Слика 7. Фреквенцијска карактеристика кола задршке нултог реда

## 5. *z* трансформација

Посматрајући комплексни лик поворке одбирака у изразима (2), (3) и (6) види се да се променљива *s* појављује као експонент у $e^{-sT}$ те је комплексни лик ирациоална функција *s*, а не реална функција као код континуалних система. Поред тог из (4) и слике 3 следи да $F^*(s)$ садржи бесконачан број карактеристичних учестаности што овакву представу чини непримењивом у анализи и прорачуну регулатора.
Поменути проблеми се могу превазићи применом *z* трансформације која се своди на замену члана $e^{sT}$ новом комплексном променљивом *z*:

$$z = e^{sT} . \tag{9}$$

Према томе за *Z* трансформацију се добија:

$$F(z) = Z\left[f^*(t)\right] = F^*(s)\Big|_{z=e^{sT}} . \tag{10}$$

Сменом (9) у изразе (2), (3) и (6) добијају се одговарајући видови *z* комплексног лика *F(z)* поворке одбирака *f(t)*:

$$F(z) = Z\left\{f^*(t)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot z^{-k} \tag{11}$$

$$F(z) = \sum_{j=1}^{n} \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \frac{z}{z - e^{p_i \cdot T}} \tag{12}$$

$$F(z) = \frac{1}{2\pi j} \oint_C F(p)\cdot \frac{z}{z - e^{p\cdot T}}\, dp \tag{13}$$

Сада се међутим види да је *z* комплексни лик *F(z)* поворке одбирака реална рационална функција по *z*.
Трећи начин (13) одређивања *z* комплексног лика је најопштији и он ће се искључиво користити у наставку. Решење интегралне једначине представља суму резидума подинтегралне финкције у половима *F(s)*:

$$F(z) = Res\left[F(p)\cdot \frac{z}{z - e^{p\cdot T}}\right]_{у\ половима\ F(s)} = \sum_{p_i} \lim_{p\to p_i} \frac{1}{(m-1)!} \frac{d^{m-1}}{dp^{m-1}} \left\{(p-p_i)^m \cdot F(p)\cdot \frac{z}{z - e^{p_i}}\right\} \tag{14}$$

где је $p_i$ пол *F(s)* вишеструкости *m*.

Пример:

$$Z\left\{\frac{1}{s^2(s+5)(s+2)}\right\}=$$

$$=\lim_{s\to 0}\left\{\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{(s+5)(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right]\right\}+\lim_{s\to -5}\left\{\frac{1}{s^2(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}+\lim_{s\to -2}\left\{\frac{1}{s^2(s+5)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}=$$

$$=\lim_{s\to 0}\left\{-\frac{2s+7}{(s+5)^2(s+2)^2}\frac{z}{z-e^{sT}}-\frac{T}{(s+5)(s+2)}\left(-\frac{z}{(z-e^{sT})^2}\right)\cdot e^{sT}\right\}+\lim_{s\to -5}\left\{\frac{1}{s^2(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}+$$

$$+\lim_{s\to -2}\left\{\frac{1}{s^2(s+5)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}=-\frac{7}{100}\frac{z}{z-1}+\frac{T}{10}\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{1}{75}\frac{z}{z-e^{-5T}}+\frac{1}{12}\frac{z}{z-e^{-2T}}$$

У ствари, *z* трансформација у дигиталном склоповима има улогу коју Лапласова трансформација врши у континуалним склоповима. *z* трансформација је примењива на линеарне стационарне системе са униформним током одабирања и код којих постоји један улаз и један излаз. Код дигиталних склопова са више улаза и излаза, нелинеарних, нестационарних, са промењљивом периодом одабирања примењују се методе засноване на простору стања.

## 6. Особине *z* трансформације

Две од особина *z* трансформације биће издвојене као битне у системима управљања, то су:
- померање у временском подручју која гласи:

$$Z\{f(t-nT)\}=z^{-n}\cdot F(z) \tag{15}$$

где је у доказу потребно применити израз (11):

$$Z\{f(t-nT)\}=\sum_{k=0}^{\infty}f(kT-nT)\cdot z^{-k}=z^{-n}\sum_{k=0}^{\infty}f(kT-nT)\cdot z^{-(k-n)}=$$

$$=z^{-n}\sum_{m=-n}^{\infty}f(mT)\cdot z^{-m}=\Big|_{f(t)=0,t<0}=z^{-n}\cdot F(z)$$

- и крајња вредност оригинала:

$$\lim_{k\to\infty}f(kT)=\lim_{z\to 1}(1-z^{-1})F(z) \tag{16}$$

где је на основу *z* комплексног лика сигнала могуће одредити његову вредност у устаљеном стању.

## 7. Функција дискретног преноса

Поставља се питање како описати понашање неког континуалног елемента $G_p(s)$ на чији се улаз преко кола задршке нултог реда $G_{h0}(s)$ доводи дискретни сигнал $r^*(t)$, као што је приказано на слици 8.

Комплексни лик сигнала $c(t)$, $C(s)$, на излазу континуалног елемента $G_p(s)$ једнак је производу комплексног лика дискретног сигнала $r^*(t)$, $R^*(s)$, функције преноса кола задршке $G_{h0}(s)$ и објекта управљања $G_p(s)$:

$$C(s)=G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\cdot R^*(s). \tag{17}$$

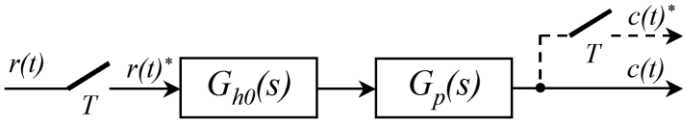
Како је облик $R^*(s)$ врло сложен, израз (17) би био неупотребљив за неку анализу, нпр. одређивање сигнала $c(t)$ из добијеног $C(s)$. Међутим, ако се $c(t)$ посматра само у тренуцима одабирања $T$, то јест ако се посматра $C^*(s)$ уместо $C(s)$, добија се израз:

$$C^*(s)=\left[G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\right]^*\cdot R^*(s) \tag{18}$$

где је $\left[G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\right]^*$ комплексни лик поворке одбирака јединичног импулсног одзива континуалног дела система. Увођењем *z* трансформације из (18) добија се:

$$C(z)=Z\{G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\}\cdot R(z). \tag{19}$$

$Z\{G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\}$ представља функцију дискретног преноса континуалног дела склопа. На овај начин се опет анализа дискретних склопова своди на начин сличан оном код континуалних склопова.



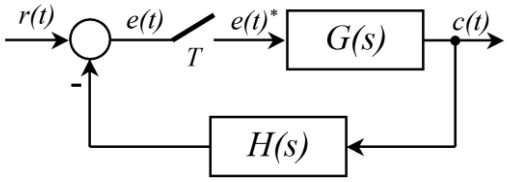

Слика 8. Дефинисање функције дискретног преноса

Како је из (8) $G_{h0}(s)=\dfrac{1-e^{-sT}}{s}$ следи да је

$$Z\{G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\}=Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}G_p(s)\right\}=(1-z^{-1})\cdot Z\left\{\frac{G_p(s)}{s}\right\} \tag{20}$$

где је примењен дефиниционо израз (9).
Дата су два примера одређивања функције спрегнутог дискретног преноса.

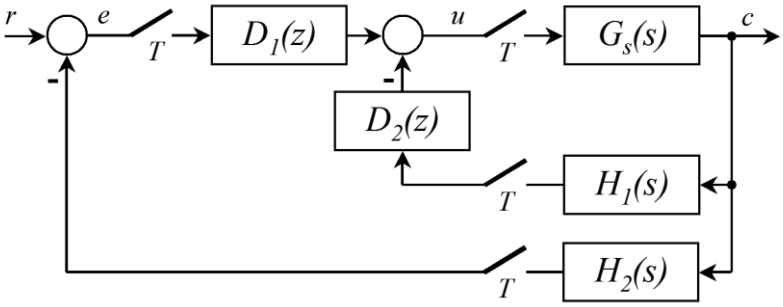
Пример 1:




Слика 9. Први пример дигиталног склопа са повратном спрегом

$$E(s)=R(s)-H(s)\cdot G(s)\cdot E^*(s)$$
$$\Rightarrow E^*(s)=R^*(s)-\{H(s)\cdot G(s)\}^*\cdot E^*(s)$$
$$\Rightarrow E^*(s)=\frac{1}{1+\{H(s)\cdot G(s)\}^*}\cdot R^*(s)$$
$$C(s)=G(s)\cdot E^*(s)\Rightarrow C^*(s)=G^*(s)\cdot E^*(s)$$
$$\Rightarrow C^*(s)=\frac{G^*(s)}{1+HG^*(s)}R^*(s)\vee C(z)=\frac{G(z)}{1+HG(z)}R(z)$$

Пример 2:




Слика 10. Дигитални склоп управљања сложенијег облика

$$U(z)=E(z)\cdot D_1(z)-D_2(z)\cdot Z\{G_s(s)\cdot H_1(s)\}\cdot U(z)$$
$$E(z)=R(z)-Z\{H_2(s)\cdot G_s(s)\}\cdot U(z)$$
$$U(z)=[R(z)-Z\{H_2(s)\cdot G_s(s)\}\cdot U(z)]\cdot D_1(z)-D_2(z)\cdot Z\{G_s(s)\cdot H_1(s)\}\cdot U(z)$$

$$U(z)=\frac{D_1(z)}{1+Z\{H_2(s)\cdot G_s(s)\}\cdot D_1(z)+Z\{G_s(s)\cdot H_1(s)\}\cdot D_2(z)}\cdot R(z)$$
$$C(z)=Z\{G_s(s)\}\cdot U(z)$$
$$\frac{C(z)}{R(z)}=\frac{D_1(z)\cdot G_s(z)}{1+H_2G_s(z)\cdot D_1(z)+H_1G_s(z)\cdot D_2(z)}$$

## 8. Остварење функције дискретног преноса

Начини за одређивање функције дискретног преноса рефулатора у систему управљања биће разматрани нешто касније, међутим претпоставимо да је она, *D(z)*, позната и да јој је сада потребно остварити у реалном времену. Из претходних поглавља је познато да ће имати облик реалне рационалне функције комплексне променљиве *z*:

$$D(z)=\frac{U(z)}{R(z)}=\frac{\sum_{k=0}^{m}a_k\cdot z^{-k}}{1+\sum_{k=1}^{n}b_k\cdot z^{-k}} \tag{21}$$

где су $a_k$ и $b_k$ коефициенти полинома у бројиоцу и имениоцу. За системе управљања од значаја су два начина остварења *D(z)*, то су директан облик и канонични облик.

*Директан облик остварења функције дискретног преноса*

Израз (21) може се представити у облику:

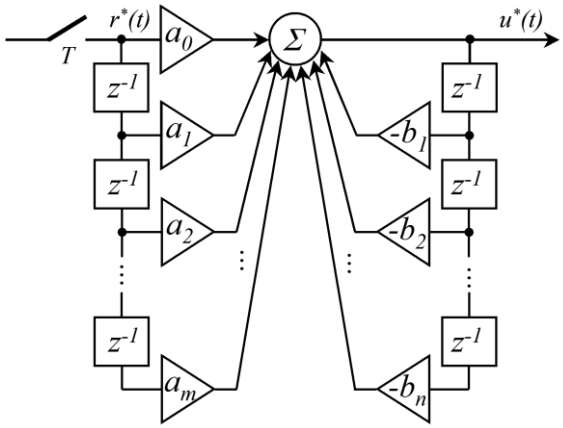
$$U(z)=(a_0+a_1\cdot z^{-1}+a_a\cdot z^{-2}+...+a_m\cdot z^{-m})\cdot R(z)-(b_1\cdot z^{-1}+b_2\cdot z^{-2}+...+b_n\cdot z^{-n})\cdot U(z).$$

У тренутку $t=jT$ применом особине *z* трансформације (15) добија се у временском подручју:

$$\begin{aligned}u(jT)&=a_0\cdot r(jT)+a_1\cdot r[(j-1)T]+a_2\cdot r[(j-2)T]+...+a_m\cdot r[(j-m)T]-\\&-b_1\cdot u[(j-1)T]-b_2\cdot u[(j-2)T]-...-b_n\cdot u[(j-n)T]\end{aligned} \tag{22}$$

Израз (22) представља директан облик остварења функције дискретног преноса *D(z)*, а на слици 11 приказан је у облику дијаграма.

Елементи $z^{-1}$ представљају меморијске регистре у које се уписује вредност на њиховом улазу у тренуцима *T*, тј. понашају се као временско кашњење за једну периоду *T*. У неком тренутку одабирања $t=jT$ приспели одбирак *r(jT)* улазног сигнала се упише у свој регистар и помножи са константом $a_0$, резултату се затим додају садржаји регистара који садрже *r[(j-1)T], r[(j-2)T],..., r[(j-m)T]* и *u[(j-1)T], u[(j-2)T],..., u[(j-n)T]* помножени са $a_1, a_2,..., a_m$, и $-b_1, -b_2,..., -b_n$. Као резултат добија се нови одбирак управљачке променљиве *u(jT)*. Након тога регистри размењују своја места тако да *r(jT)* бива пребачен у први $z^{-1}$ елемент, а сви остали пропадају за једно место ниже у склопу тако да су спремни за наредни тренутак одабирања.




Слика 11. Директан облик остварења функције дискретног преноса

Може се приметити да се у међувремену до новог $T$ може припремити највећи део потребног рачуна који једино не обухвата члан $a_0 \cdot r(jT)$, чиме се кашњење потребно за добијање новог излаза $u$ у новом $T$ своди на минимално.

*Канонични облик остварења функције дискретног преноса*

Потребно је израз (21) приказати преко две преносне функције $G_1(z)$ и $G_2(z)$ где прва обухвата полином у имениоцу, а друга полином у бројоцу:

$$D(z)=\frac{U(z)}{R(z)}=G_1(z)\cdot G_2(z)=\frac{1}{1+b_1\cdot z^{-1}+b_2\cdot z^{-2}+...+b_n\cdot z^{-n}}\cdot(a_0+a_1\cdot z^{-1}+...+a_m\cdot z^{-m})$$

Сада се може увести нов сигнал $u_1(t)$:

$$U_1(z)=G_1(z)\cdot R(z)=\frac{R(z)}{1+b_1\cdot z^{-1}+...+b_n\cdot z^{-n}}$$

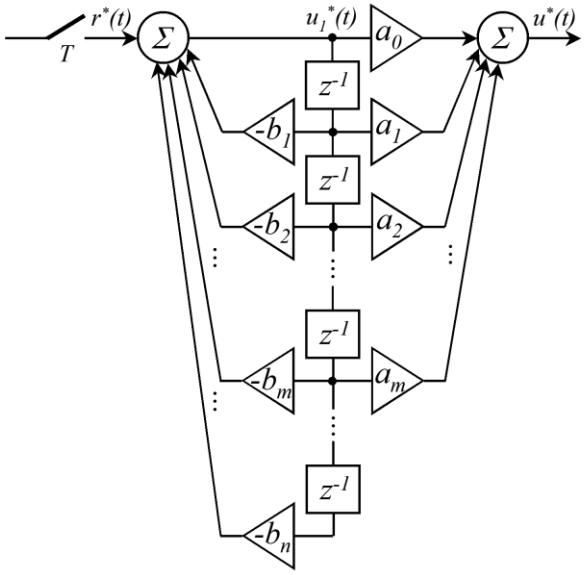
$$U(z)=G_2(z)\cdot U_1(z)=(a_0+a_1\cdot z^{-1}+...+a_m\cdot z^{-m})\cdot U_1(z)$$

У временском подручју у тренутку $t=jT$ добија се :

$$u_1(jT)=r(jT)-b_1\cdot u_1[(j-1)T]-b_2\cdot u_1[(j-2)T]-...-b_n\cdot u_1[(j-n)T]$$

$$u(jT)=a_0\cdot u_1(jT)+a_1\cdot u_1[(j-1)T]+...+a_m\cdot u_1[(j-m)T]$$

што представља канонични облик остварења функције дискретног преноса. На слици 12 приказан је у облику дијаграма. За разлику од директног начина остварења код каноничног је кашњење потребно за одређивање новог $u$ нешто веће. Наиме, пошто се у претходном




Слика 12. Канонични облик остварења функције дискретног преноса

тренутку одабирања припремио део рачуна који зависи од претходних одбирака $u_1$, у новом $T$ потребно је израчунати најпре ново $u_1$, а затим $u$. Међутим, ова метода захтева мање регистара за чување претходних одбирака. Обе методе могу бити остварене логичким електронским колима или програмски.

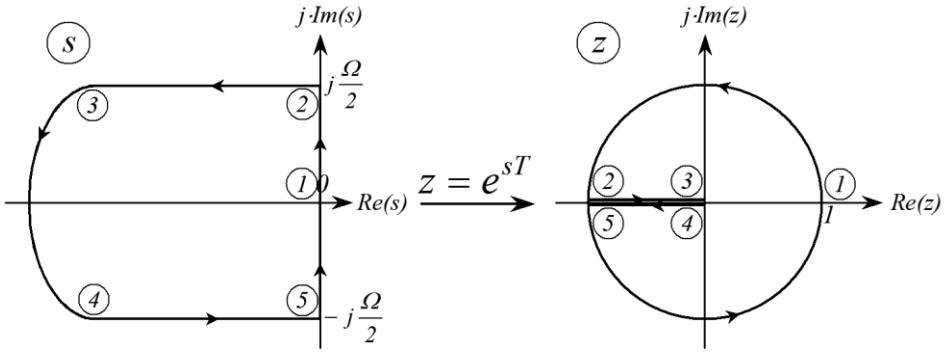
## 9. Пресликавање из $s$ у $z$ раван

Пресликавање из $s$ у $z$ раван врши се по функцији $z=e^{sT}$. Под условом да је систем стабилан и да је задовољена теорема одабирања, примарни појас у $s$ равни обухвата све својствене учестаности система. Стога је од интереса посматрати пресликавање примарног појаса учестаности у $z$ раван.

На граници примарног појаса могу се издвојити делови *1-2, 2-3, 3-4, 4-5* и *5-1* као што је приказано на слици 13 лево. Дуж дела *1-2* комплексна променљива $s$ једнака је $s=j\omega$, па је

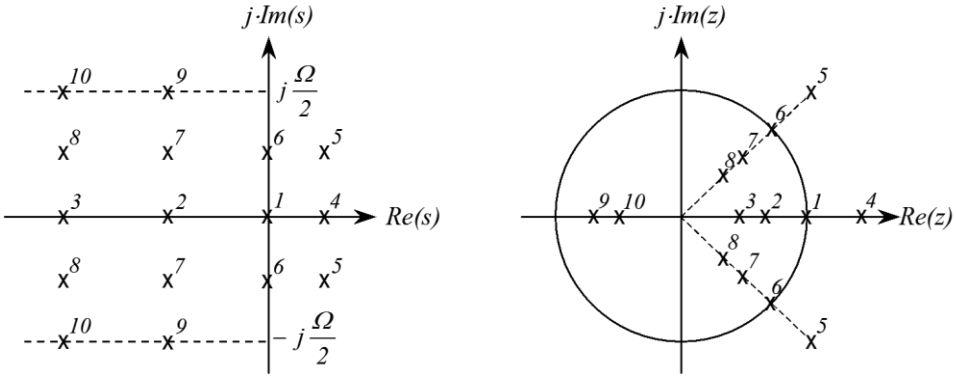
$z=e^{j\omega}$. Дакле ту је модуо од $z$ једнак јединици, а угао једнак $\omega T$. Пошто се $\omega$ мења од $0$ до $\Omega/2=\pi/T$, угао се мења од $0$ до $\pi$. Дуж дела $2$-$3$ $s=-\sigma+j\omega$ где је $0\leq\sigma<\infty$, а $\omega=\pi/T$, па $z$ остаје реално и креће си од $-1$ ка 0 како $\sigma$ тежи $\infty$. На делу $3$-$4$ лук има бесконачан полупречник $(\sigma=\infty)$ па је модуо од $z$ једнак $0$. Делови примарног појаса испод реалне осе $s$ равни пресликаће се у $z$ равни симетрично у односу на одговарајуће делове изнад реалне осе. На тај начин се примарни појас у $s$ равни пресликава у једнични круг у $z$ равни.

Такође пошто је $e^{(s+jn\Omega)T}=e^{sT}\cdot e^{jn2\pi}=z$ за свако целобројно $n$, сви комплементарни појаси из $s$ равни пресликаће се такође у исти једнични круг у $z$ равни.




Слика 13. Пресликавање примарног појаса из $s$ у $z$ раван

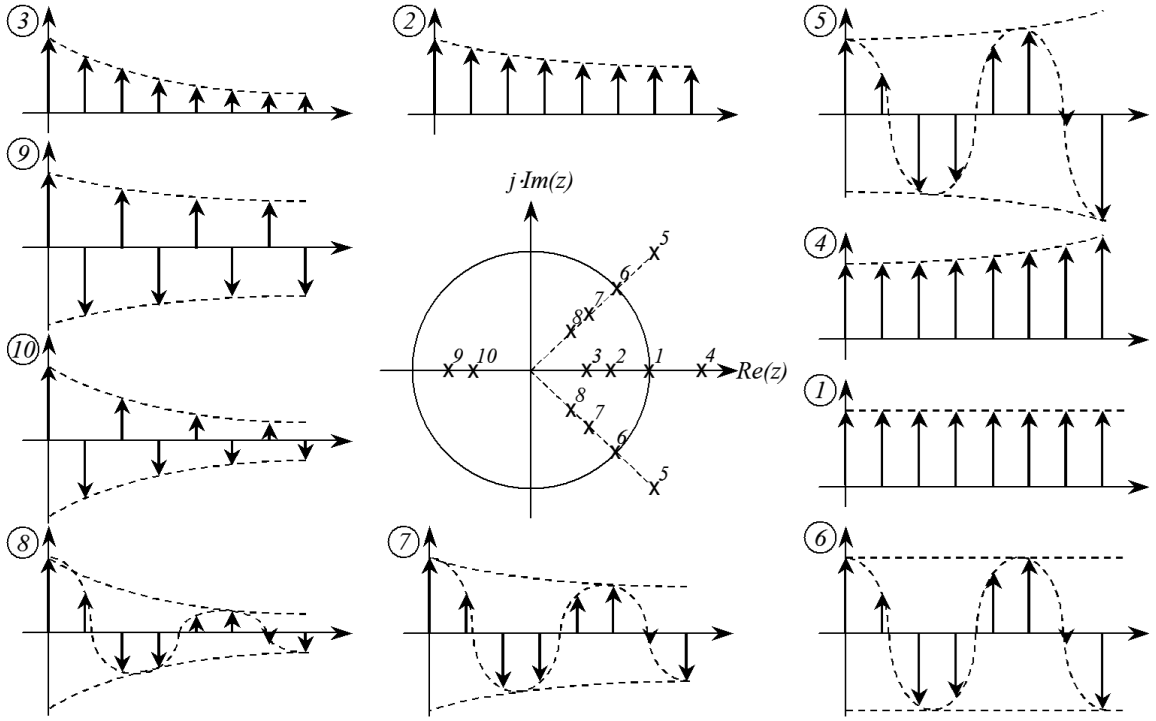
На сличан начин може се доћи и до начина на који се карактеристичне учестаности у $s$ равни пресликавају у $z$ раван (слика 14). Сагласно дефиницији пресликавања (9) полови на имагинарној оси се пресликавају на јединичну кружницу у $z$ равни, за шта су овде пример пол $1$ у координатном почетку и пар коњуговано-комплексних полова $6$. Са већим вредностима фактора пригушења $\sigma$ реални полови $2$ и $3$ приближавају се координатном почетку у $z$ равни. Реалан пол у десној полуравни, који би одговарао нестабилном систему, у $z$ равни налази се ван јединичне кружнице. Парови коњуговано-комплексних полова $5$, $6$, $7$ и $8$ пошто имају једнаке имагинарне делове у $s$ равни, у $z$ равни налазе се на истом угаоном




Слика 14. Пресликавање полова из $s$ равни у $z$ раван

растојању од реалне осе. Опет се повећањем $\sigma$ приближавају координатном почетку. Полови $9$ и $10$, који се налазе на граници примарног појаса, пресликавају се на негативан део реалне осе $z$ равни.

Слика 15 приказује дискретан импулсни одзив, тј. одзив на јединични импулс, који потиче од одговарајућих реалних полова или парова коњуговано-комплексних полова. Испрекиданим линијама приказан је облик одзива континуалног система, тј. одзива који би одговарао половима са слике 14. У дигиталним системима добија се поворка одбирака одзива континуалног система. Види се да полови $9$ и $10$ имају највећу учестаност коју дигитални систем са датом периодом одабирања може да обради.




Слика 15. Дискретни импулсни одзиви полова у *z* равни

## 10. Избор периоде одабирања

При избору периоде одабирања *T* потребно је помирити неколико опречних захтева који потичу од жељене доброте рада дигиталног склопа, природе понашања објекта управљања и претварача и остваривости самог алгоритма управљања. Најбитнији захтеви су:

<u>*испуњење Никвистовог критеријума*</u>

Овај захтев се може изразиви релацијом:

$$T < \frac{\textit{најмања временска константа система}}{2}. \tag{23}$$

Такође што је *T* мање дигитални склоп је ближи аналогном, односно губи се мање података о стању склопа. Међутим, смањење *T* испод 1/10 времена потребног да излаз достигне *95%* крајње вредности нема даљи утицај на повећање доброте понашања дигиталног склопа.

<u>*динамика објекта управљања*</u>

У систему управљања са затвореном повратном спрегом могуће је одговарајућим избором параметара регулатора остварити произвољну брзину одзива уз било који објекат управљања. Међутим, ако се захтева велика брзина одзива уз спор објекат управљања последица су велике вредности управљачке променљиве током прелазних појава.
Може се очекивати да ако се по затварању повратне спреге брзина одзива повећа *3* до *4* пута у односу на брзину одзива у отвореној спрези, вредности управљачке променљиве остану у прихватљивом опсегу. Ако је $f_o$ пропусни опсег склопа у отвореној повратној спрези и уважавајући израз (23) тада би периоду одабирања требало поставити на:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(3 \div 4) \cdot f_o} \tag{24}$$

*фреквентно подручје утицаја поремећаја*

Ако је $\omega_1<\omega<\omega_2$ фреквенцијско подручје у коме значајно делује неки поремећај који утиче на понашање склопа, тада се при избору $T$ мора водити рачуна да:

$$T < \frac{\pi}{\omega_2} \tag{25}$$

чиме се обезбеђује да регулатор има могућност да реагује и отклони овај утицај.

*природа претварача*

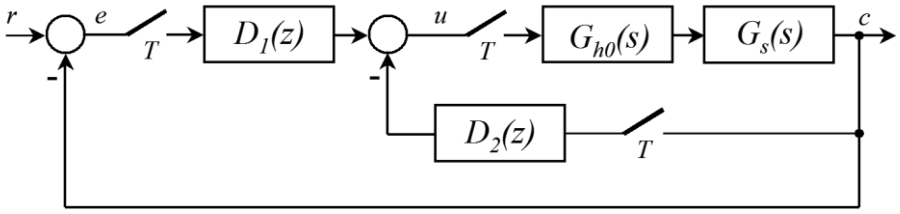
Понекад сам претварач енергетске-електронике одређује периоду одабирања, као што је случај код нпр. шестопулсног трофазног тиристорског исправљача где је $T=20ms/6=3,33ms$.

*рад у реалном времену*

При избору $T$ мора се водити рачуна да се током тог времена, односно до новог тренутка одабирања, мора одрадити алгоритам управљања односно произвести нова вредност управљачке променљиве.

## 11. Изглед уобичајене петље дигиталног склопа управљања

Дигитални регулатор, сачињен од дела у директној грани $D_1(z)$ и дела у локалној повратној спрези $D_2(z)$, остварује закон управљања. На његовом улазу налази се коло за одабирање. Оно може бити остварено *A/D* претварачем или, у случају да се ради о одабирању брзине, и инкрементални или позиционим енкодером. На излазу регулатора, према континуалном објекту управљања $G_s(s)$, налази се коло задршке нултог реда $G_{h0}(s)$. Његову улогу врши на пример импулсно-ширински модулатор.




Слика 16. Уобичајен изглед дигиталног склопа управљања

## 12. Функција преноса регулатора изведена из континуалног закона управљања

До дигиталног закона управљања који је потребно остварити регулатором може се доћи тако што се најпре сматра да је регулатор континуалан. Ту је потребно примени неки од начина прорачуна параметра регулатора тако да се задовоље постављени захтеви по питању квалитета регулације управљане променљиве. Након тога увођењем једноставне смене $z=f(s)$ у функцију преноса регулатора, којом се континуална комплексна променљива $s$ замењује дискретном променљивом $z$, добија се закон управљања у дигиталном облику.
Углавном се примењују три облика смене $z=f(s)$: Ојлеров *1.* облик *(Backward Ojler)*, Ојлеров *2.* облик *(Forward Ojler)* и Тустинова смена *(Trapezoidal)*. У наставку ће бити показано на који начин се долази до Ојлеровог 1. облика смене, док се за остале може применити сличан поступак.

*Ојлеров 1. облик смене:*

Нека се применом континуалних начина прорачуна регулатора дошло до преносне функције $G_r(s)$ (26) коју је потребно превести у дигиталан облик.

$$G_r(s)=\frac{a}{s+a}=\frac{U(s)}{E(s)} \tag{26}$$

У временском облику (26) гласи:

$$\dot{u}(t)=-a\cdot u(t)+a\cdot e(t) \tag{27}$$

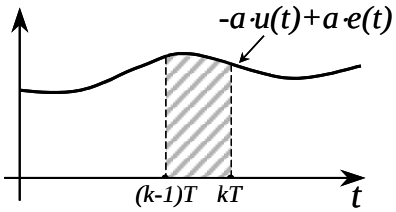
где $\dot{u}(t)$ представља извод по времену излазног сигнала *u(t). u(t)* се сада може добити као:

$$u(t)=\int_{-\infty}^{t}\left[-a\cdot u(\tau)+a\cdot e(\tau)\right]d\tau\,. \tag{28}$$

У тренутку *t=kT, u(kT)* може се представити у облику:

$$\begin{aligned} u(kT)&=\int_{-\infty}^{(k-1)T}\left[-a\cdot u(\tau)+a\cdot e(\tau)\right]d\tau+\int_{(k-1)T}^{kT}\left[-a\cdot u(\tau)+a\cdot e(\tau)\right]d\tau=\\ &=u\left[(k-1)T\right]+\int_{(k-1)T}^{kT}\left[-a\cdot u(\tau)+a\cdot e(\tau)\right]d\tau \end{aligned} \tag{29}$$

где је тренутно *u(kT)* изражено преко вредности у претходном тренутку одабирања *u*[*(k-1)T*] и остатка у периоду *(k-1)T<t<kT*. Овај остатак одговара површини коју са горње стране ограничава функција $-a\cdot u(t)+a\cdot e(t)$, а са доње стране временска оса, као што је приказано сликом 17.




Слика 17. Опис поступка преласка из континуалног облика преносне функције у дигиталан облик

Код Ојлеровог *1.* облика смене површина са слике 17 замењује се правоугаоником чија је висина једнака вредности подинтегралне функције у *t=(k-1)T* (отуда потиче назив *Backward Ojler*):

$$u(kT)\approx u\left[(k-1)T\right]+T\cdot\left[-a\cdot u\left[(k-1)T\right]+a\cdot e\left[(k-1)T\right]\right] \tag{30}$$

У *z* домену (30) гласи:

$$U(z)=z^{-1}\cdot U(z)+T\cdot\left[-a\cdot z^{-1}\cdot U(z)+a\cdot z^{-1}\cdot E(z)\right] \tag{31}$$

или у облику функције дискретног преноса:

$$\frac{U(z)}{E(z)}=\frac{a\cdot T\cdot z^{-1}}{1-z^{-1}+a\cdot T\cdot z^{-1}}=\frac{a}{\frac{z-1}{T}+a} \tag{32}$$

Поредећи (32) и (26) добија се да је Ојлеров *1.* облик смене којом се прелази из континуалног облика представе закона управљања у дигиталан облик:

*Ојлеров 1. облик смене:* $$s\rightarrow\frac{z-1}{T}\,. \tag{33}$$

Ако се површина са слике 17 замени правоугаоником висине једнаке вредности подинтегралне функције у *t=kT* (одакле потиче назив *Forward Ojler*) добија се Ојлеров *2.* облик смене:

*Ојлеров 2. облик смене:* $$s\rightarrow\frac{z-1}{T\cdot z}\,. \tag{34}$$

Заменом површине трапезом чија горња страница повезује тачке подинтегралне функције у *t=(k-1)T* и *t=kT* (одакле потиче назив *Trapezoidal*), односно чија је висина једнака средњој вредности подинтегралне функције у почетној и крајњој тачки, добија се Тустинова смена:

*Тустинова смена:* $$s\rightarrow\frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}\,. \tag{35}$$

## 13. Дигитални *PI* регулатор

*PI* дигитални закон управљања може се добити простом дискретизацијом аналогног *PI* регулатора. Аналогни *PI* регулатор остварен је са:

$$u(t) = K_P \cdot e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt\,. \tag{36}$$

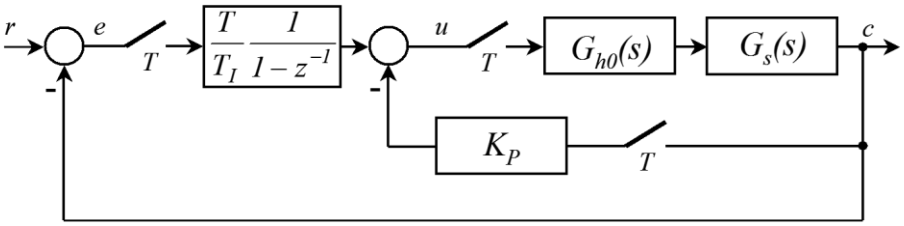
Ако се интеграл у претходном изразу замени збиром правоугаоника ширине *T* и висине *e(iT) (i=0, 1, 2, ...)* добија се закон управљања дигиталног *PI* регулатора:

$$u(k) = K_P \cdot e(k) + \frac{T}{T_I}\sum_{m=0}^{k} e(m)\,. \tag{37}$$

Заправо претходни поступак одговара примени Ојлеровог *2*. облика смене, па у *z* подручју, применом смене (34), функција дискретног преноса *PI* регулатора гласи:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{T}{T_I}\frac{1}{1-z^{-1}} \tag{38}$$

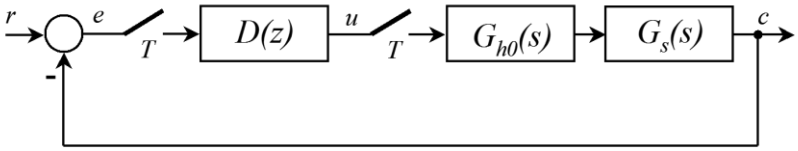
До значајног побољшања понашања склопа долази се ако се пропорционално дејство измести у коло локалне повратне спреге, као што је приказано сликом 18. Тада се при скоковитој промени референтног сигнала отклања појава наглог, диференцијалног скока управљачке променљиве који већина објеката управљања не може да обради.




Слика 18. Склоп управљан дигиталним *PI* регулатором са пропорционалним дејством измештеним у коло локалне повратне спреге

## 14. Дахлинов поступак прорачуна параметара регулатора

Дахлинов поступак прорачуна дигиталног регулатора примењује се на склопове у којима се жели апериодичан одзив. Изглед регулационог склопа на који се примењује овај поступак приказан је на слици 19.




Слика 19. Изглед склопа на који се примењује Дахлинов поступак

Нека се са $W_f$ означи целокупан континуални део сколопа који садржи коло задршке нултог реда $G_{h0}$, чија је преносна функција дата са (8), извршни орган, објекат управљања и мерни претварач, чије су преносне функције обухваћене са $G_s$:

$$W_f(s) = \frac{1-e^{-sT}}{s}\cdot G_s(s)\,. \tag{39}$$

Применом *z* трансформације на склоп добија се:

$$C(z) = W_f(z)\cdot D(z)\cdot\left[R(z) - C(z)\right] \tag{40}$$

где је $W_f(z)$ функција дискретног преноса континуалног дела. Из (40) може се изразити функција преноса дигиталног регулатора *D(z)* као:

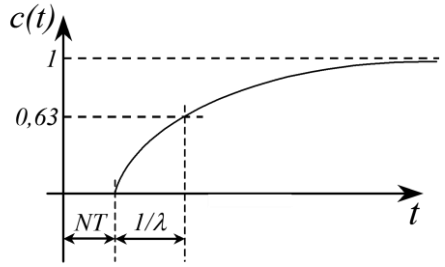
$$D(z) = \frac{1}{W_f(z)}\cdot\frac{\frac{C}{R}(z)}{1-\frac{C}{R}(z)} \tag{41}$$

где је $\frac{C}{R}(z)$ функција спрегнутог дискретног преноса склопа.

У Дахлиновом поступку до врености параметара регулатора долази се на основу жељеног одскочног одзива склопа. За одзив се усваја да буде апериодичан са временском константом $1/\lambda$ са могућношћу да се уважи и кашњење $T_d=N\cdot T$ које мора бити усвојено као целобројни умножак периоде одабирања. Облик оваквог одзива приказан је на слици 20, а његов комплексни лик дат је изразом (42).

$$C(s)=\frac{\lambda}{s(s+\lambda)}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s} \tag{42}$$

Део $1/s$ у претходном изразу потиче од комплексног лика јединичне одскочне промене на улазу.




Слика 20. Жељени облик одскочног одзива склопа

Применом $z$ трансформације добија се комплексни лик $C(z)$:

$$C(z)=Z\left\{\frac{\lambda}{s(s+\lambda)}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s}\right\}=z^{-N}\cdot Z\left\{\frac{\lambda}{s(s+\lambda)}\right\} \tag{43}$$

где се трансформација другог члана у изразу спроводи на начин:

$$\begin{aligned} Z\left\{\frac{1}{s(s+\lambda)}\right\} &= \sum Re\, s\,\frac{1}{s(s+\lambda)}\cdot\frac{z}{z-s^{sT}} \quad \textit{у половима } s=0 \textit{ и } s=-\lambda = \\ &= \lim_{s\to 0}\frac{1}{s+\lambda}\cdot\frac{z}{z-e^{sT}}+\lim_{s\to-\lambda}\frac{1}{s}\cdot\frac{z}{z-e^{sT}}=\frac{z(1-e^{-\lambda T})}{\lambda(z-1)(z-e^{-\lambda T})} \end{aligned} \tag{44}$$

па се коначно за $C(z)$ има:

$$C(z)=\frac{z^{(-N+1)}(1-e^{-\lambda T})}{(z-1)(z-e^{-\lambda T})}. \tag{45}$$

Да би се срачунала функција спрегнутог дискретног преноса $\frac{C}{R}(z)$ потребно је поделити (45) са $z$ ликом одскочне побуде, тј. $Z\{R(s)\}=Z\left\{\frac{1}{s}\right\}=\frac{z}{z-1}$:

$$\frac{C}{R}(z)=C(z)\cdot\frac{1}{\frac{z}{z-1}}=\frac{z^{-N}(1-e^{-\lambda T})}{(z-e^{-\lambda T})}. \tag{46}$$

Заменом (46) и $W_f(z)$, након $z$ трансформације (39), у израз (41) добија се функција преноса регулатора $D(z)$.

<u>Пример 1.</u>

Потребно је остварити дигитални регулатор за објекат управљања $G_s$ чија је преносна функција елемент 1. реда временске константе $T_1$ уз кашњење једнако $T_d=N\cdot T$:

$$G_s(s)=\frac{K}{T_1\cdot s+1}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s}. \tag{47}$$

Применом $z$ трансформације на (39) добија се:

$$W_f(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\cdot\frac{K}{T_1\cdot s+1}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s}\right\} = K(1-z^{-1})\cdot z^{-N}\cdot Z\left\{\frac{1}{s(T_1\cdot s+1)}\right\} = K\frac{z^{-N}(1-e^{-T/T_1})}{z-e^{-T/T_1}} \tag{48}$$

Заменом (48) и (46) у (41) и увођењем смене $C = 1-e^{-T/T_1}$ добија се преносна функција за *D(z)*:

$$D(z) = \frac{1}{K\dfrac{z^{-N}\cdot C}{z-e^{-T/T_1}}}\cdot\frac{z^{-N}\dfrac{1-e^{-\lambda T}}{z-e^{-\lambda T}}}{1-\dfrac{z^{-N}(1-e^{-\lambda T})}{z-e^{-\lambda T}}} = \frac{(1-e^{-\lambda T})(1-e^{-T/T_1}\cdot z^{-1})}{K\cdot C[1-e^{-\lambda T}\cdot z^{-1}-z^{-N-1}(1-e^{-\lambda T})]} \tag{49}$$

Нека је нпр. *N=2*. Део имениоца у претходном изразу постаје:

$$1-e^{-\lambda T}\cdot z^{-1}-(1-e^{-\lambda T})\cdot z^{-3} = 0 \tag{50}$$

или после преуређивања:

$$(1-z^{-1})[1+z^{-1}(1-e^{-\lambda T})+z^{-2}(1-e^{-\lambda T})] = 0\,. \tag{51}$$

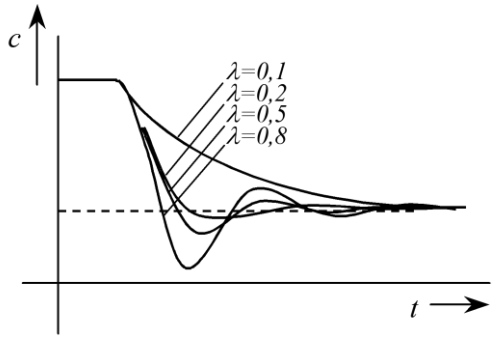
Полови полинома другог степена су $z_{1,2}^{-1} = -\dfrac{1-e^{-\lambda T}}{2}\pm\sqrt{\dfrac{-3+2\cdot e^{-\lambda T}+e^{-2\lambda T}}{4}}$, а пошто је део под кореном негативан следи да би у преносној функцији регулатора постојао пар коњуговано комплексних полова. Овај пар би довео до скокова у управљачкој променљивој и њеног осциловања. Такође постоје случајеви када се у добијеном *D(z)* појави реалан негативан пол чији би утицај на склоп био сличан поменутом за комплексан пар полова. Да би се ово превазишло, Дахлин препоручује замену *z=1* у полином који поседује комплексан пар полова или у члан са негативним реалним полом. Примењено на (51), односно (49), ово даје:

$$D(z) = \frac{(1-e^{-\lambda T})(1-e^{-T/T_1}\cdot z^{-1})}{K\cdot C\cdot(3-2\cdot e^{-\lambda T})(1-z^{-1})} = \frac{(1-e^{-\lambda T})}{K\cdot C\cdot(3-2\cdot e^{-\lambda T})}\left[e^{-T/T_1}+\frac{1-e^{-T/T_1}}{1-z^{-1}}\right] \tag{52}$$

која представља функцију *PI* регулатора са пропорционалним и интегралним дејством једнаким:

$$K_P = \frac{1-e^{-\lambda T}}{K(e^{T/T_1}-1)(3-2\cdot e^{-\lambda T})}\,,\qquad K_I = \frac{T}{T_I} = K_P\cdot(e^{T/T_1}-1)\,. \tag{53}$$

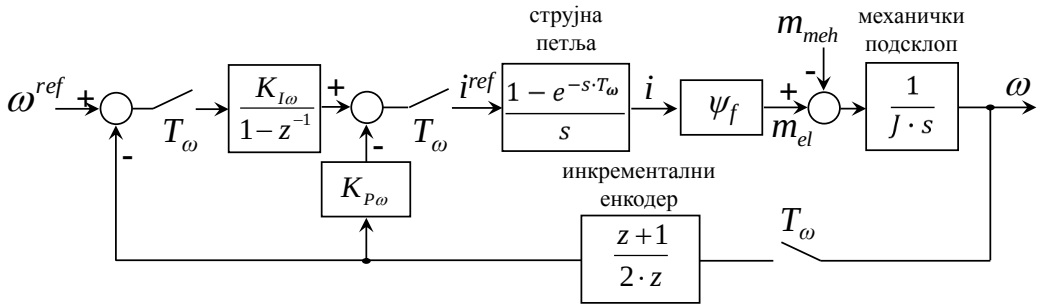
Подешавањем вредности параметра $\lambda$ може се извршити поправка облика одзива склопа, нпр. ако због непознавања тачних вредности параметра склопа добијени одзив одступа од жељеног. Слика 21 показује начин на који промена у $\lambda$ утиче на облик одзива. Такође, према ранијим напоменама, препоручљиво је изместити пропорционално дејство у коло локалне повратне спреге као што је приказано сликом 18.




Слика 21. Утицај подешавања параметра $\lambda$ на облик одзива управљане променљиве

## 15.Прорачун оптималног регулатора угаоне брзине ротора

Прорачун регулатора угаоне брзине ротора електричне машине се заснива на поступку проналажења оптималних вредности параметара регулатора, $K_{P\omega}$ и $K_{I\omega}$, при чему је његова поставка унапред одређена како је приказано сликом 22. Прорачун је равноправно примењљив код погона машине једносмерне струје и погона машина наизменичне струје. Он претпоставља да регулациона петља по брзини обухвата претходно подешену регулационо петљу по струји (или делу укупне струје) која одређује електромагнетни момент $m_{el}$: у погону машине једносмерне струје струја ротора ($i_A$) одређује $m_{el}$ ($m_{el}=i\cdot\psi_f$ где је $\psi_f$ флуксни обухват ротора); у погону асинхроне машине $m_{el}$ је одређен делом струје статора ($i_q$) који је управан на флукс ротора ($\psi_r$) ($m_{el}= i_q\cdot \psi_r$); у погону синхроне машине са сталним магнетима $m_{el}$ је одређен делом струје статора ($i_q$) који је управан на флукс магнета постављених на ротор ($\psi_{SM}$) ($m_{el}= i_q\cdot \psi_{SM}$). Периода одабирања је $T_\omega$. Подешена струјна пеља струје $i$ представља коло задршке нултог реда, пошто је њен улаз, тј. излаз регулатора брзине, задата вредност струје $i^{ref}$, а њен излаз тренутна струја $i$.




Слика 22. Регулациона петља угаоне брзине ротора

Као мерни претварач брзине примењен је инкрементални енкодер. Инкрементални енкодер мери средњу вредност брзине у периоду између два тренутка одабирања:

$$\omega_{k+1}^{mer} = \frac{\omega_{k+1}+\omega_k}{2}. \tag{54}$$

По преласку у $z$ домен (54) постаје:

$$\omega^{mer}(z) = \omega(z)\cdot\frac{z+1}{2\cdot z}. \tag{55}$$

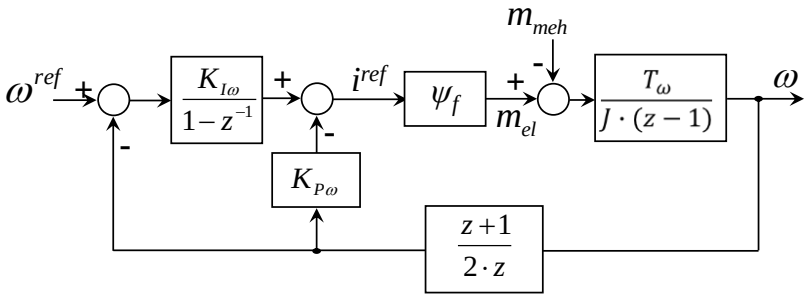
Следећи корак у поступку је превођење континуалног дела регулационе петље са слике 5 у $z$ домен. Ако се предпостави да се и дејство момента оптерећења може моделовати као да делује преко кола задршке нултог реда, потребно је одредити:

$$\omega(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-s\cdot T\omega}}{s}\cdot\frac{\psi_f}{J\cdot s}\right\}\cdot i^{ref}(z) - Z\left\{\frac{1-e^{-s\cdot T\omega}}{s}\cdot\frac{1}{J\cdot s}\right\}\cdot m_{meh}(z) \tag{56}$$

Решење израза (56) представља:

$$\omega(z) = \frac{T_\omega}{z-1}\cdot\frac{\psi_f}{J}\cdot i^{ref}(z) - \frac{1}{J}\cdot\frac{T_\omega}{z-1}\cdot m_{meh}(z) \tag{57}$$

на основу чега је регулациона петља са слике 22, преведена у $z$ домен, приказана сликом 23.




Слика 23. Дискретизована регулацион петља по брзини

Преносна функција од улаза $\omega$ до излаза $\omega^{ref}$ регулационе петље добија се као:

$$\frac{\omega(z)}{\omega^{ref}(z)} = \frac{\frac{K_{I\omega}}{1-z^{-1}}\cdot\psi_f\cdot\frac{T_\omega/J}{z-1}}{1+\psi_f\cdot\frac{T_\omega/J}{2}\cdot\frac{z+1}{z\cdot(z-1)}\cdot\left(\frac{K_{I\omega}\cdot z}{z-1}+K_{P\omega}\right)} \tag{58}$$

Имениоц претходног израза представља карактеристичну једначину склопа *f(z)*:

$$f(z) = z^3 + (K^*\cdot K_{I\omega} + K^*\cdot K_{P\omega} - 2)\cdot z^2 + (1 + K^*\cdot K_{I\omega})\cdot z - K^*\cdot K_{P\omega} \tag{59}$$

где је $K^* = \psi_f\cdot\frac{T_\omega/J}{2}$. Увешћемо и додатне константе: $K_1 = K^*\cdot K_{P\omega}$ и $K_2 = K^*\cdot K_{I\omega}$. Ако су $z_1$, $z_2$ и $z_3$ полови карактеристичне једначине она се може представити у облику:

$$f(z) = (z - z_1)\cdot(z - z_2)\cdot(z - z_3). \tag{60}$$

Изједначавањем коефицијената у полиномима (59) и (60) добија се да је:

$$z_1\cdot z_2\cdot z_3 = K_1 \tag{61}$$

$$z_1\cdot z_2 + z_2\cdot z_3 + z_1\cdot z_3 = 1 + K_2 \tag{62}$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 2 - K_1 - K_2. \tag{63}$$

Такође, ако се претходни изрази саберу добија се следећи израз:

$$z_1\cdot z_2\cdot z_3 + z_1\cdot z_2 + z_2\cdot z_3 + z_1\cdot z_3 + z_1 + z_2 + z_3 = 3 \tag{64}$$

који показује да је низ једначина (61), (62) и (63) зависан, односно да постоји један степен слободе којим се може остварити оптимизација понашања склопа. Оптимално решење, које ће бити примењено у овом раду, представља остваривање најбржег могућег одзива апериодичног облика. Захтев ће бити испуњен када су сви полови једначине (60) једнаки и реални, тј. $z_1 = z_2 = z_3 = z_P$. Тада једначина (64) постаје:

$$z_P^3 + 3\cdot z_P^2 + 3\cdot z_P - 3 = 0 \tag{65}$$

одакле се добија $z_P = 0{,}587$, $K_1 = z_P^3 = 0{,}203$ и $K_2 = 3\cdot z_P^2 - 1 = 0{,}035$. Коначно, параметри регулатори се добијају у облику:

$$K_{P\omega} = \frac{K_1}{K^*}, \qquad K_{I\omega} = \frac{K_2}{K^*}. \tag{28}$$

Периоду одабирања $T_\omega$ је потребно одредити експериментално, симулацијом на развијеном детаљном моделу целокупног склопа. Мања вредност периоде одабирања $T_\omega$ омогућује бољи одзив петље при дејству поремећаја, али се њеним прекомерним смањењем могу појавити нежељена таласања у електромагнетном моменту.

## 16.Поставка *PI* регулатора са онемогућеним намотавањем

Поставка *PI* регулатора са пропорционалним дејством измештеним у локалну повратну грану и ограничавачем управљачке променљиве, *u*, је приказана на слици 24. Да би се спречило намотавање интегратора, интегратор је измештен на излаз регулатора и у њега је уграђен ограничавач. На овај начин су испуњени услови за правилан рад регулатора у режиму ограничења: да је ограничена управљачка променљива и да је прекинут рад интегратора када је управљачка променљива у ограничењу.
Сам интегратор чине: ограничавач у линеарном опсегу рада (где је његова преносна функција једнака *1*), елемент $z^{-1}$ који памти претходну вредност, *u(k-1)* и сабирач. Преносна функција овог малог блока:

$$u(k) = u_{PI}(k) + u(k-1) \qquad [29]$$

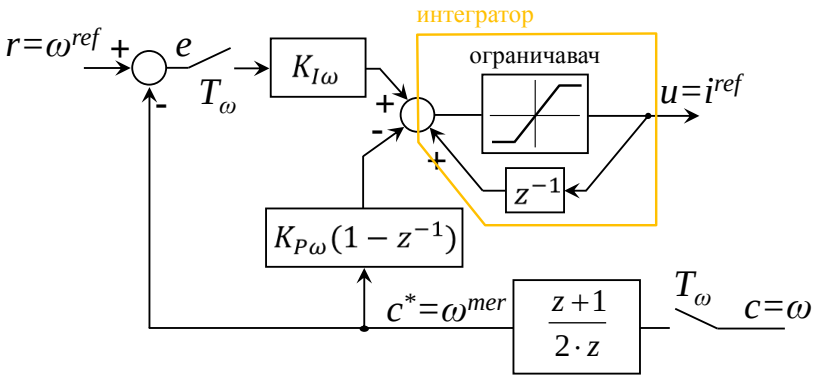
односно у *z* – домену:

$$U(z) = \frac{1}{1-z^{-1}} U_{PI}(z),$$

где $u_{PI}(k)$ улаз у блок, одговара интегратору.
Измештање интегратор на излаз рагулатора захтева да остатак интегралног дејства буде само коефицијент интегралног дејства, $K_{I\omega}$, а да се пропорционално дејство преведе у диференцно дејство, $K_{P\omega}(1-z^{-1})$. Треба приметити да укупно дејство ове поставке у линеарном режиму рада ограничавача:

$$U(z) = K_{I\omega} \cdot \frac{1}{1-z^{-1}} \cdot E(z) - K_{P\omega} \cdot C^*(z), \qquad [30]$$

одговара дејству *PI* регулатора са пропорционалним дејством измештеним у локалну повратну грану.




Слика 24. *PI* регулатор са онемогућеним намотавањем