

ZADACI ZA PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE ZA UPIS NA STUDIJSKE PROGRAME: Energetika, elektronika i telekomunikacije; Računarstvo i automatika; Primenjeno softversko inženjerstvo; Merenje i regulacija; Softversko inženjerstvo i informacione tehnologije; Biomedicinsko inženjerstvo; Inženjerstvo informacionih sistema; Informacioni inženjering; Mehatronika i Animacija u inženjerstvu

1. Dat je kompleksan broj $w = 1 + i\sqrt{3}$.

- Odrediti $|w|$ i $\arg(w) \in (-\pi, \pi]$.
- Napisati kompleksne brojeve w i \bar{w} u trigonometrijskom obliku.
- Izračunati $\operatorname{Im} \left(\frac{2w}{1-i} + 3w \cdot \bar{w} \right)$.

Rešenje:

- $|w| = \sqrt{1^2 + (\sqrt{3})^2} = 2$, a kako je w u prvom kvadrantu, to je $\arg(w) = \arctg(\sqrt{3}) = \frac{\pi}{3}$.
- U trigonometrijskom obliku je $w = 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)$, $\bar{w} = 2 \left(\cos \left(-\frac{\pi}{3} \right) + i \sin \left(-\frac{\pi}{3} \right) \right)$.
- Kako je $w \cdot \bar{w} = |w|^2$ realan broj, sledi

$$\operatorname{Im} \left(\frac{2w}{1-i} + 3w \cdot \bar{w} \right) = \operatorname{Im} \left(\frac{2w}{1-i} \right) = \operatorname{Im} \left(\frac{2 + 2i\sqrt{3}}{1-i} \right) = \operatorname{Im} \left(1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i \right) = 1 + \sqrt{3}.$$

2. Data je kvadratna jednačina $x^2 + (4m - 24)x + 4m - 4 = 0$.

- Odrediti sve vrednosti realnog parametra m za koje je jedno rešenje jednačine tri puta veće od drugog.
- Za koje vrednosti realnog parametra m je $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 0$, gde su x_1 i x_2 rešenja date jednačine?

Rešenje: Na osnovu Vijetovih formula je $x_1 + x_2 = -4m + 24$ i $x_1 x_2 = 4m - 4$.

- Po uslovu zadatka $x_1 = 3x_2$ i iz Vijetovih formula sledi $x_1 + x_2 = 4x_2 = -4m + 24$, tj. $x_2 = -m + 6$. Slično, $x_1 x_2 = 3x_2^2 = 3(-m + 6)^2 = 3(m^2 - 12m + 36) = 3m^2 - 36m + 108$, pa je $3m^2 - 36m + 108 = 4m - 4$, tj. $3m^2 - 40m + 112 = 0$, odakle je $m = 4 \vee m = \frac{28}{3}$.
- $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-4m + 24}{4m - 4}$. Uz uslov $m \neq 1$ važi da je $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 0 \Leftrightarrow -4m + 24 = 0 \Leftrightarrow m = 6$.

3. Date su funkcije f sa $f(x) = \log_3(2x - 11) - \log_3(x^2 - 5x + 4)$ i g sa $g(x) = \log_3 \frac{1}{x}$.

- Odrediti oblast definisanosti funkcije f .
- Odrediti oblast definisanosti funkcije g .
- Odrediti sva rešenja jednačine $f(x) = g(x)$.

Rešenje:

- Funkcija f je definisana ako je $2x - 11 > 0$ i $x^2 - 5x + 4 > 0$.
 Kako je $x^2 - 5x + 4 > 0 \Leftrightarrow (x - 1)(x - 4) > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1) \cup (4, \infty)$ i $2x - 11 > 0 \Leftrightarrow x \in (\frac{11}{2}, \infty)$, funkcija f je definisana za $x \in (\frac{11}{2}, \infty)$.
- Funkcija g je definisana ako je $\frac{1}{x} > 0$, tj. za $x \in (0, \infty)$.
- Za $x \in (\frac{11}{2}, \infty)$ je $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \log_3(2x - 11) - \log_3(x^2 - 5x + 4) = \log_3 \frac{1}{x} \Leftrightarrow \log_3 \frac{2x - 11}{x^2 - 5x + 4} = \log_3 \frac{1}{x}$

$$\Leftrightarrow \frac{2x - 11}{x^2 - 5x + 4} = \frac{1}{x} \Leftrightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 3 + \sqrt{13} \vee x = 3 - \sqrt{13}.$$

Kako $3 - \sqrt{13} \notin (\frac{11}{2}, \infty)$, jedino rešenje date jednačine je $3 + \sqrt{13}$.

4. Rešiti nejednačinu $81 \cdot 2^{x^2-3} - 2 \cdot 3^{x^2} \geq 0$.

Rešenje: $81 \cdot 2^{x^2-3} - 2 \cdot 3^{x^2} \geq 0 \Leftrightarrow \frac{3^4 \cdot 2^{x^2}}{2^3} \geq 2 \cdot 3^{x^2} \Leftrightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^{x^2} \geq \left(\frac{2}{3}\right)^4 \Leftrightarrow x^2 \leq 4$
 $\Leftrightarrow (x-2)(x+2) \leq 0 \Leftrightarrow x \in [-2, 2]$.

5. Data je funkcija f sa $f(x) = 2 - 7 \sin x + 2 \cos^2 x$.

a) Odrediti nule funkcije f .

b) Odrediti nule funkcije f koje zadovoljavaju nejednakost $\cos x \geq 0$.

Rešenje:

a) Iz $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x$, sledi da je $f(x) = 0 \Leftrightarrow -2 \sin^2 x - 7 \sin x + 4 = 0$. Smenom $\sin x = t$ dobija se kvadratna jednačina $-2t^2 - 7t + 4 = 0$ čija su rešenja -4 i $\frac{1}{2}$. Kako je $|\sin x| \leq 1$, jednačina $\sin x = -4$ nema rešenja. Rešenja jednačine $\sin x = \frac{1}{2}$ su $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ ili $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Dakle, skup svih nula funkcije f je $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{5\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

b) Na osnovu rezultata pod a) i kako za svako x iz skupa $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ važi $\cos x = \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} > 0$, a za svako x iz skupa $\{\frac{5\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$ važi $\cos x = \cos \frac{5\pi}{6} = -\frac{\sqrt{3}}{2} < 0$, sledi da je skup svih nula funkcije f koje zadovoljavaju datu nejednakost $\{\frac{\pi}{6} + 2k\pi | k \in \mathbb{Z}\}$.

6. U konveksnom četvorouglu $ABCD$ dijagonale AC i BD su uzajamno normalne i seku se u tački O .

Neka je $|\vec{OA}| = 2\sqrt{3}, |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1$ i $|\vec{OD}| = \frac{7\sqrt{3}}{3}$.

a) Izračunati $|\vec{AB}|$ i $|\vec{DC}|$.

b) Odrediti ugao između vektora \vec{AB} i \vec{DC} .

Rešenje.

a) Kako su trouglovi ΔABO i ΔDOC pravougli, to je

$$|\vec{AB}| = \sqrt{|\vec{OA}|^2 + |\vec{OB}|^2} = \sqrt{12 + 1} = \sqrt{13},$$

$$|\vec{DC}| = \sqrt{|\vec{OD}|^2 + |\vec{OC}|^2} = \sqrt{\frac{49}{3} + 1} = \sqrt{\frac{52}{3}} = 2\sqrt{\frac{13}{3}}.$$

b) Skalarni proizvod vektora \vec{AB} i \vec{DC} dat je sa

$$\vec{AB} \cdot \vec{DC} = |\vec{AB}| |\vec{DC}| \cos \angle(\vec{AB}, \vec{DC}) = \sqrt{13} \cdot 2\sqrt{\frac{13}{3}} \cos \angle(\vec{AB}, \vec{DC}) = \frac{26\sqrt{3}}{3} \cos \angle(\vec{AB}, \vec{DC}).$$

Kako je $\vec{OB} \perp \vec{OC}$ i $\vec{OA} \perp \vec{OD}$, to je $\vec{OB} \cdot \vec{OC} = \vec{OA} \cdot \vec{OD} = 0$. Dalje, $\angle(\vec{OB}, \vec{OD}) = \angle(\vec{OA}, \vec{OC}) = \pi$, pa je $\cos \angle(\vec{OB}, \vec{OD}) = \cos \angle(\vec{OA}, \vec{OC}) = -1$, te se skalarni proizvod vektora \vec{AB} i \vec{DC} može predstaviti i kao

$$\begin{aligned} \vec{AB} \cdot \vec{DC} &= (\vec{OB} - \vec{OA}) \cdot (\vec{OC} - \vec{OD}) = \vec{OB} \cdot \vec{OC} - \vec{OB} \cdot \vec{OD} - \vec{OA} \cdot \vec{OC} + \vec{OA} \cdot \vec{OD} \\ &= |\vec{OB}| |\vec{OD}| + |\vec{OA}| |\vec{OC}| = \frac{7\sqrt{3}}{3} + 2\sqrt{3} = \frac{13\sqrt{3}}{3}. \end{aligned}$$

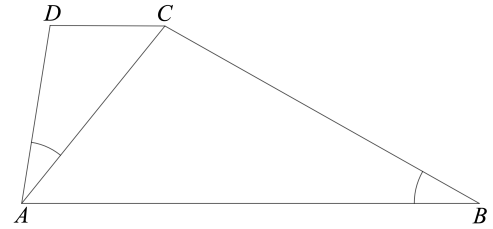
Sledi da je $\cos \angle(\vec{AB}, \vec{DC}) = \frac{\frac{13\sqrt{3}}{3}}{\frac{26\sqrt{3}}{3}} = \frac{1}{2}$. Dakle, $\angle(\vec{AB}, \vec{DC}) = \frac{\pi}{3}$.

7. Dat je trapez $ABCD$ čije su osnovice $AB = 8$ i $CD = 2$. Ako je u datom trapezu $\sphericalangle DAC$ jednak uglu kod temena B , odrediti dužinu dijagonale AC .

Rešenje: Kako je $\sphericalangle DCA = \sphericalangle CAB$ (naizmenični uglovi), sledi da su trouglovi ABC i CAD slični. Stoga je

$$AB : AC = AC : CD, \quad \text{tj.} \quad 8 : AC = AC : 2,$$

odakle je $AC = \sqrt{8 \cdot 2} = \sqrt{16} = 4$.



8. Poluprečnik r , visina H i izvodnica s prave kupe tim redom čine tri uzastopna člana aritmetičke progresije. Ako je zapremina kupe 768π , odrediti površinu osnog preseka.

Rešenje: Na osnovu Pitagorine teoreme $r^2 + H^2 = s^2$, koristeći da je $H = r + d$ i $s = r + 2d$, $d > 0$, sledi da je $r^2 + (r + d)^2 = (r + 2d)^2$, tj. $r^2 - 2rd - 3d^2 = 0$.

Kako je $r^2 - 2rd - 3d^2 = 0 \Leftrightarrow r^2 + rd - 3rd - 3d^2 = 0 \Leftrightarrow (r - 3d)(r + d) = 0 \Leftrightarrow r = 3d \vee r = -d$ i $d > 0$, sledi $r = 3d$ i $H = 4d$. Kako je $V = 768\pi$, iz formule za zapreminu kupe je

$$V = \frac{1}{3}r^2H\pi \Leftrightarrow 768\pi = \frac{1}{3} \cdot 9d^2 \cdot 4d \cdot \pi \Leftrightarrow d^3 = 64 \Leftrightarrow d = 4.$$

Konačno, kako je je $r = 12$, $H = 16$, površina osnog preseka je $r \cdot H = 192$.

9. Data je funkcija f sa $f(x) = \frac{5x}{9-x^2}$.

- Odrediti oblast definisanosti funkcije f .
- Odrediti intervale monotonosti funkcije f .
- Izračunati površinu oblasti ograničene grafikom funkcije f , x -osom i pravama $x = 1$ i $x = 2$.

Rešenje:

- Funkcija f je definisana za $9 - x^2 \neq 0$, tj. oblast definisanosti funkcije je $\mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$.
- Izvod funkcije je $f'(x) = \frac{5(9-x^2) - 5x(-2x)}{(9-x^2)^2} = \frac{5x^2 + 45}{(9-x^2)^2} > 0$ za svako $x \in \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$.
Funkcija f je monotono rastuća po intervalima $(-\infty, -3)$, $(-3, 3)$ i $(3, \infty)$.
- Kako je funkcija f pozitivna na intervalu $[1, 2]$, to je

$$P = \int_1^2 \frac{5x}{9-x^2} dx = -\frac{5}{2} \ln|9-x^2| \Big|_1^2 = -\frac{5}{2} (\ln 5 - \ln 8) = -\frac{5}{2} \ln \frac{5}{8} = \frac{5}{2} \ln \frac{8}{5}.$$

10. Na koliko različitih načina se može rasporediti 5 kuglica u 3 kutije tako da je svaka kuglica u nekoj kutiji i u svakoj kutiji je bar jedna kuglica, ako se:

- kuglice **ne razlikuju** i kutije **ne razlikuju**,
- kuglice **ne razlikuju** i kutije **razlikuju**,
- kuglice **razlikuju** i kutije **ne razlikuju**,
- kuglice **razlikuju** i kutije **razlikuju**.

Rešenje:

- a) Postoje samo dve mogućnosti:

$$\left| \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \right| \quad \text{i} \quad \left| \begin{array}{|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 0 \\ \hline \end{array} \right| \left| \begin{array}{|c|} \hline 0 \\ \hline \end{array} \right|.$$

- b) **Prvi način:** Označimo 3 kutije koje se razlikuju sa P, Q i R . Postavimo u niz 5 kuglica koje se ne razlikuju. Zatim se na 4 moguća mesta između svake dve susedne kuglice postavlja najviše jedna od ukupno dve pregrade, tako da su kuglice levo do prve pregrade u kutiji P , kuglice između prve i druge pregrade su u kutiji Q i kuglice desno od druge (poslednje) pregrade su u kutiji R , tj.

$$o|o|ooo, \quad o|oo|oo, \quad o|ooo|o, \quad oo|o|oo, \quad oo|oo|o, \quad ooo|o|o.$$

Od 4 mesta između susednih kuglica dva mesta se mogu odabrati na $\binom{4}{2} = 6$ načina. To su kombinacije bez ponavljanja od 4 elementa druge klase.

Drugi način: To su kombinacije sa ponavljanjem od tri elementa P, Q i R pete klase u kojima se svaki element pojavljuje bar jednom, tj.

$$\binom{1\ 2\ 3\ 4\ 5}{PQRRR}, \quad \binom{1\ 2\ 3\ 4\ 5}{PQQRR}, \quad \binom{1\ 2\ 3\ 4\ 5}{PQQQR}, \quad \binom{1\ 2\ 3\ 4\ 5}{PPQRR}, \quad \binom{1\ 2\ 3\ 4\ 5}{PPQQR}, \quad \binom{1\ 2\ 3\ 4\ 5}{PPPQR} \quad \text{i ima ih 6.}$$

Treći način: Neka je p broj kuglica u kutiji P , q broj kuglica u kutiji Q i r broj kuglica u kutiji R . Tada po uslovu zadatka važi

$$(p, q, r \in \{1, 2, 3, 4, 5\} \wedge p + q + r = 5) \Leftrightarrow (p, q, r) \in \{(1, 1, 3), (1, 3, 1), (3, 1, 1), (1, 2, 2), (2, 1, 2), (2, 2, 1)\} = M.$$

Kako je $|M| = 6$ broj elemenata skupa M , to rezultat u ovom slučaju jeste 6.

- c) Rezultat je broj svih particija skupa $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ na tri neprazna podskupa, tj. broj svih tročlanih skupova čiji elementi su neprazni podskupovi skupa od 5 elemenata koji su međusobno disjunktne i čija unija je jednaka skupu A , koji se zove Stirlingov broj S_3^5 . Postoje samo dva tipa ovih particija prema broju elemenata u podskupovima i to su 113 i 122. Prvih ima 10, a drugih 15, tj. $S_3^5 = \binom{5}{3} + \binom{5}{2} \binom{3}{2} \frac{1}{2!} = 10 + 15 = 25$. Te particije su:

$$\begin{aligned} & \{\{1\}, \{2\}, \{3, 4, 5\}\}, \{\{1\}, \{3\}, \{2, 4, 5\}\}, \{\{1\}, \{4\}, \{2, 3, 5\}\}, \{\{1\}, \{5\}, \{2, 3, 4\}\}, \\ & \{\{2\}, \{3\}, \{1, 4, 5\}\}, \{\{2\}, \{4\}, \{1, 3, 5\}\}, \{\{2\}, \{5\}, \{1, 3, 4\}\}, \\ & \{\{3\}, \{4\}, \{1, 2, 5\}\}, \{\{3\}, \{5\}, \{1, 2, 4\}\}, \\ & \{\{4\}, \{5\}, \{1, 2, 3\}\}, \\ & \{\{1\}, \{2, 3\}, \{4, 5\}\}, \{\{1\}, \{2, 4\}, \{3, 5\}\}, \{\{1\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}\}, \\ & \{\{2\}, \{1, 3\}, \{4, 5\}\}, \{\{2\}, \{1, 4\}, \{3, 5\}\}, \{\{2\}, \{1, 5\}, \{3, 4\}\}, \\ & \{\{3\}, \{1, 2\}, \{4, 5\}\}, \{\{3\}, \{1, 4\}, \{2, 5\}\}, \{\{3\}, \{1, 5\}, \{2, 4\}\}, \\ & \{\{4\}, \{1, 2\}, \{3, 5\}\}, \{\{4\}, \{1, 3\}, \{2, 5\}\}, \{\{4\}, \{1, 5\}, \{2, 3\}\}, \\ & \{\{5\}, \{1, 2\}, \{3, 4\}\}, \{\{5\}, \{1, 3\}, \{2, 4\}\}, \{\{5\}, \{1, 4\}, \{2, 3\}\}. \end{aligned}$$

- d) **Prvi način:** Rešićemo pomoću formule uključenja-isključenja koja glasi:

$$|B_1 \cup B_2 \cup B_3| = |B_1| + |B_2| + |B_3| - |B_1 \cap B_2| - |B_1 \cap B_3| - |B_2 \cap B_3| + |B_1 \cap B_2 \cap B_3|,$$

tj. pomoću njenog specijalnog slučaja za

$$|B_1| = |B_2| = |B_3| = a_1, \quad |B_1 \cap B_2| = |B_1 \cap B_3| = |B_2 \cap B_3| = a_2, \quad |B_1 \cap B_2 \cap B_3| = a_3.$$

Dakle,

$$|B_1 \cup B_2 \cup B_3| = 3a_1 - 3a_2 + a_3 = \binom{3}{1} a_1 - \binom{3}{2} a_2 + \binom{3}{3} a_3.$$

Neka je $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ skup kuglica, $\{P, Q, R\}$ skup kutija i neka je B_1 skup raspoređivanja u kojima je kutija P prazna, B_2 skup raspoređivanja u kojima je kutija Q prazna, a B_3 skup raspoređivanja u kojima je kutija R prazna. Tada je $B_1 \cup B_2 \cup B_3$ skup raspoređivanja u kojima je bar jedna kutija prazna, a komplement tog skupa, $\overline{B_1 \cup B_2 \cup B_3}$ je skup svih raspoređivanja u kojim nijedna kutija nije prazna, tj. skup raspoređivanja u kojima nema praznih kutija.

S obzirom na to da je

$$|B_1| = |B_2| = |B_3| = a_1 = 2^5, \quad |B_1 \cap B_2 \cap B_3| = a_3 = 0, \quad |B_1 \cap B_2| = |B_1 \cap B_3| = |B_2 \cap B_3| = a_2 = 1,$$

a broj svih mogućih raspoređivanja bez ikakvih ograničenja je 3^5 , sledi da je

$$|\overline{B_1 \cup B_2 \cup B_3}| = 3^5 - |B_1 \cup B_2 \cup B_3| = 3^5 - 3a_1 + 3a_2 - a_3 = 3^5 - 3 \cdot 2^5 + 3 \cdot 1 = 150.$$

Drugi način: Posmatrajmo sve tročlane particije skupa $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ navedene u rešenju dela zadatka pod c). U svakoj od tih 25 particija, svakom podskupu je pridružena jedna od kutija P, Q, R , tj. u kutiji P se nalaze kuglice iz podskupa koji joj je pridružen, itd. Kako se kutije razlikuju, to je redosled pridruživanja tih podskupova kutijama P, Q, R bitan, pa za svaku od 25 mogućnosti postoji $3! = 6$ raspoređivanja kutija, tj.

$$PQR, PRQ, QPR, QRP, RPQ, RQP.$$

Prema tome, traženi broj je

$$25 \cdot 6 = S_3^5 \cdot 3! = \left(\binom{5}{3} + \binom{5}{2} \binom{3}{2} \frac{1}{2!} \right) 3! = (10 + 15) \cdot 3! = 150.$$

Treći način: Traženi broj je broj svih surjektivnih funkcija skupa kuglica $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ na skup kutija $B = \{P, Q, R\}$, a to su sve permutacije sa ponavljanjem od sledećih 6 navedenih rasporeda:

$$PQRPP, PQRQQ, PQRRR, PQRPQ, PQRPR, PQRQR$$

kojih redom ima

$$\frac{5!}{3!}, \frac{5!}{3!}, \frac{5!}{3!}, \frac{5!}{2!2!}, \frac{5!}{2!2!}, \frac{5!}{2!2!}$$

čiji zbir je $3 \cdot \frac{5!}{3!} + 3 \cdot \frac{5!}{2!2!} = 150$. Svaki od elemenata P, Q, R je morao da se pojavi u svakoj permutaciji bar jednom.

Svaki zadatak vredi maksimum 6 bodova.

KATEDRA ZA MATEMATIKU

PRIJEMNI ISPIT P3, P4, P6, Matematika

Proizvodno mašinstvo, Mehanizacija i konstrukciono mašinstvo, Energetika i procesna tehnika, Tehnička mehanika i dizajn u tehnici, Industrijsko inženjerstvo, Inženjerski menadžment, Inženjerstvo zaštite životne sredine, Inženjerstvo zaštite na radu, Upravljanje rizikom od katastrofalnih događaja i požara, Geodezija i geoinformatika, Saobraćaj i transport, Poštanski saobraćaj i telekomunikacije, Čiste energetske tehnologije, OSS Elektrotehnika, Grafičko inženjerstvo i dizajn, Građevinarstvo

1. Vozač traktora je od kuće do njive stigao za 1 sat krećući se brzinom od 30 km/h. Za koliko procenata vozač treba da promeni brzinu da bi se sa njive vratio kući za 45 minuta?

Rešenje:

Udaljenost od kuće do njive je $30\text{km/h} \cdot 1\text{h} = 30\text{km}$. Brzina kojom treba da se vrati kući je $v_1 = 30\text{km}/0,75\text{h} = 40\text{km/h}$. Odnos brzina je $v_1/v_0 = 40/30 = 1,3333$. Brzinu treba povećati za 33,33%.

2. U skupu realnih brojeva rešiti nejednačinu

$$\frac{x}{x^2 - 1} \leq \frac{1}{3x + 2}.$$

Rešenje:

Za $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -\frac{2}{3}, 1\}$

$$\frac{x}{x^2 - 1} \leq \frac{1}{3x + 2} \Leftrightarrow \frac{x}{(x - 1)(x + 1)} - \frac{1}{3x + 2} \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x^2 + 2x + 1}{(x - 1)(x + 1)(3x + 2)} \leq 0.$$

Za sve $x \in \mathbb{R}$ važi $2x^2 + 2x + 1 > 0$.

	$-\infty$	-1	$-\frac{2}{3}$	1	∞
$x + 1$		-	+	+	+
$3x + 2$		-	-	+	+
$x - 1$		-	-	-	+
		-	+	-	+

Iz tabele levo vidimo da je rešenje zadate nejednačine

$$x \in (-\infty, -1) \cup \left(-\frac{2}{3}, 1\right).$$

3. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu

$$1 - \sin(5x) = \left(\cos \frac{3x}{2} - \sin \frac{3x}{2} \right)^2.$$

Rešenje:

Data jednačina je ekvivalentna sa jednačinom

$$\begin{aligned} 1 - \sin(5x) &= \cos^2 \frac{3x}{2} - 2 \cos \frac{3x}{2} \sin \frac{3x}{2} + \sin^2 \frac{3x}{2} \\ \Leftrightarrow 1 - \sin(5x) &= 1 - \sin(3x) \Leftrightarrow \sin(5x) - \sin(3x) = 0 \\ \Leftrightarrow 2 \cos(4x) \sin(x) &= 0 \Leftrightarrow \cos(4x) = 0 \vee \sin(x) = 0. \end{aligned}$$

Dobijamo $x \in \left\{ \frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{4} : k \in \mathbb{Z} \right\} \cup \{k\pi : k \in \mathbb{Z}\}$.

4. Zbir prva četiri člana rastućeg aritmetičkog niza je 30. Ako je najveći od njih četiri puta veći od najmanjeg, naći prva četiri člana i sumu prva 23 člana.

Rešenje:

$$\begin{aligned} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d + a_1 + 3d &= 30 \wedge 4a_1 = a_1 + 3d \\ \Leftrightarrow 4a_1 + 6d &= 30 \wedge 3a_1 = 3d \Leftrightarrow a_1 = d = 3. \end{aligned}$$

Prva četiri člana su 3, 6, 9, 12.

Suma prva 23 člana je $(3 + 3 + 22 \cdot 3) \cdot \frac{23}{2} = 828$.

5. Data je realna funkcija $f(x) = \log_{1/4}(x^2 + x - 2)$. Naći oblast definisanosti funkcije f i rešiti nejednačinu $f(x) > -1$.

Rešenje:

Funkcija je definisana za

$$x^2 + x - 2 > 0 \Leftrightarrow (x - 1) \cdot (x + 2) > 0.$$

Oblast definisanosti funkcije je $x \in (-\infty, -2) \cup (1, \infty)$.

Za vrednosti iz oblasti definisanosti važi

$$\begin{aligned} \log_{1/4}(x^2 + x - 2) > -1 &\Leftrightarrow x^2 + x - 2 < 4 \\ \Leftrightarrow x^2 + x - 6 < 0 &\Leftrightarrow (x - 2) \cdot (x + 3) < 0 \Leftrightarrow -3 < x < 2. \end{aligned}$$

Konačno, $x \in (-3, -2) \cup (1, 2)$.

Svaki zadatak vredi maksimum 6 bodova.

KATEDRA ZA MATEMATIKU

ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Пријемни испит за студијске програме:

Производно машинство, Механизација и конструкционо машинство, Енергетика и процесна техника, Техничка механика и дизајн у техници, Индустрijско инжењерство, Инжењерски менаџмент, Инжењерство заштите животне средине, Инжењерство заштите на раду, Управљање ризиком од катастрофалних догађаја и пожара, Геодезија и геоинформатика, Саобраћај и транспорт, Поштански саобраћај и телекомуникације и Чисте енергетске технологије

ЛОГИКА - РЕШЕЊА

Кандидат: _____
(Име, име једног родитеља, презиме)

Конкурсни број: _____

Број сале: _____

Број освојених поена: _____

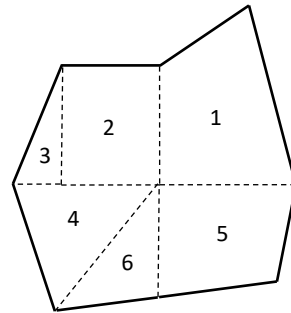
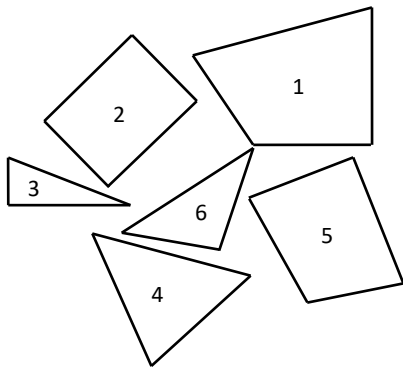
Нови Сад, 27. 06. 2023.

Испит из логике се састоји од **5 задатака**. Укупан број бодова за све тачно решене задатке износи **30**. Трајање овог дела пријемног испита је максимално 120 минута. У задацима где су понуђена решења, потребно је заокружити само једно решење (у случају више заокружених, сматраће се да задатак није правилно решен).

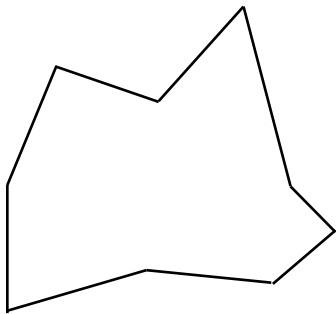
1. ЗАДАТАК

1.1. Ако спојите делове означене бројевима 1, 2, 3, 4, 5 и 6, коју ћете фигуру добити? Заокружите слово изнад тачног одговора.

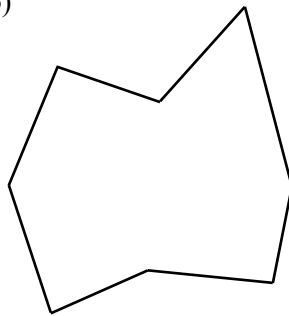
Решење:



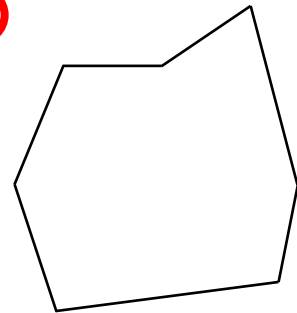
а)



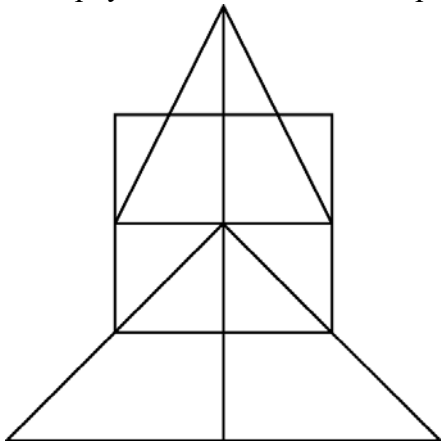
б)



в)



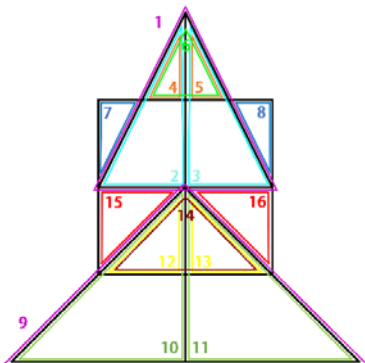
1.2. Колико троуглова, а колико четвороуглова има на слици?



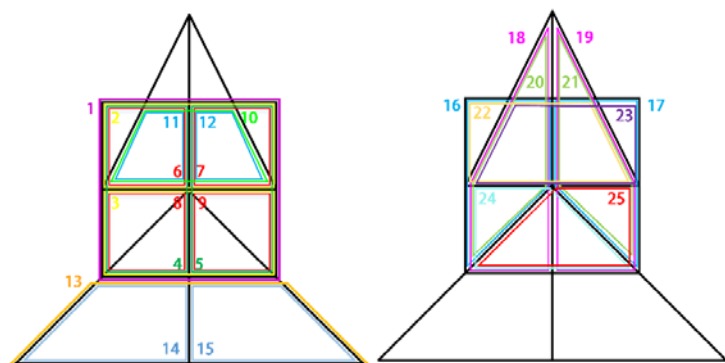
Број троуглова је **16**,

а број четвороуглова је **25**.

ТРОУГЛОВИ



ЧЕТВОРОУГЛОВИ



2. ЗАДАТАК

2.1. У празна поља у табели упишите бројеве који недостају.

16	9	2	7
6	3	12	13
11	14	5	4
1	8	15	10

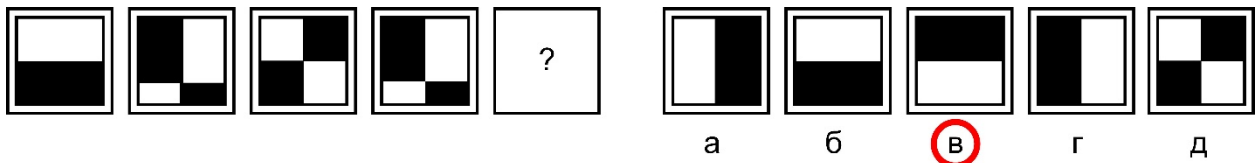
2.2. Изразите број 73 само помоћу четири цифре 1, 9, 9 и 6 користећи основне рачунске операције (+, -, /, *). Дозвољено је користити и заграде.

$$19 + 9*6$$

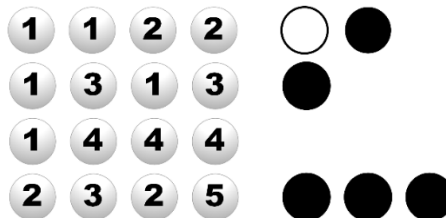
2.3. Одредите и упишите број који наставља низ.

4 7 12 21 38 71 136

2.4. Заокружите слово (а, б, в, г, д) испод облика који замењује знак питања.



2.5. Дати су бројеви 1, 2, 3, 4, 5 и 6. Ако бели круг означава да је број погођен, а није на правом месту и ако црни круг означава да је број погођен и налази се на правом месту, одредите тачну комбинацију бројева.



Тачна комбинација бројева је: 2 3 2 6

3. ЗАДАТАК

3.1. Мајка је ујутру деци купила банане. Прво су деца за доручак појела половину од укупног броја банана. После тога је дошао отац с посла и за ужину појео једну банану. Када су деца увече појела још половину преосталих банана, остале су само три банане. Колико комада банана је купила мајка тог јутра?

Број банана које је мајка купила је **14**.

3.2. У једном воћњаку правоугаоног облика засађене су јабуке тако да је растојање између њих (у сваком реду) четири метра, а растојање између редова је пет метара. Растојање између првог и последњег стабла у сваком реду је 56 метара, а растојање између првог и последњег реда је 30 метара. Колико има стабала јабука у том воћњаку?

Број стабала јабука у воћњаку је **105**.

3.3. Одређену количину јабука је потребно распоредити у одређени број сандука. Ако у сваки сандук пакујемо по 6 килограма јабука, онда ће 8 килограма јабука остати неупаковано. Уколико у сандуке пакујемо по 8 килограма јабука, онда ће у последњем сандуку остати места за још 6 килограма јабука. Колико је било сандука, а колико килограма јабука?

Сандука је било **7**, а јабука **50** килограма.

3.4. За две године Славиша ће бити двоструко старији него пре пет година. Колико година сада има Славиша?

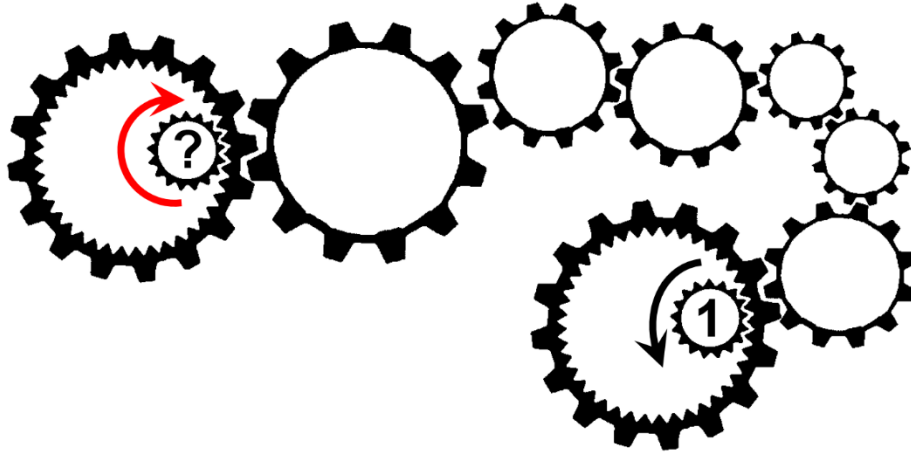
Славиша сада има **12** година.

3.5. У једној породици дечак има браће колико и сестара, а девојчица има два пута мање сестара него браће. Колико у тој породици има дечака, а колико девојчица?

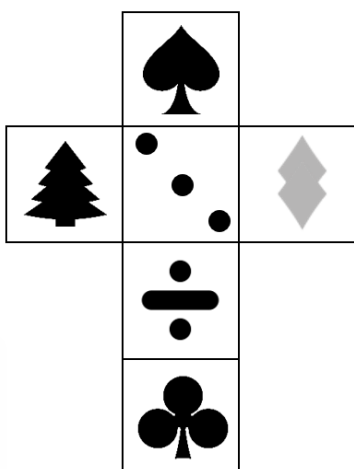
У овој породици дечака има **4**, а девојчица **3**.

4. ЗАДАТАК

4.1. Ако се зупчаник обележен бројем један окреће у смеру супротном од смера кретања казаљке на сату, како је приказано на слици, у ком смеру ће се окретати зупчаник означен упитником? На слици нацртајте стрелицу са обележеним смером поред зупчаника који је обележен упитником.



4.2. Заокружите слово испод коцке која се добије савијањем приказаних страница коцке.



а)



б)



в)



г)

5. ЗАДАТАК

Славиша, Небојша, Младен и Јован су у својим градовима били најуспешнији на такмичењу из математике. Они живе у Новом Саду, Београду, Суботици и Крагујевцу. Осим математиком, баве се тачно једним од ова четири спорта: пливање, скијање, фудбал или кошарка и сваким спортом се бави тачно један од њих четворице. Којим се спортом бави сваки од њих и у којем граду живи, ако је познато да:

1. Младен тренира кошарку;
2. Небојша не живи ни у Београду ни у Крагујевцу;
3. Београђанин се бави фудбалом;
4. Новосађанин не зна ни скијати ни пливати;
5. Славиша и Небојша се не баве пливањем.

Решење: Славиша се бави **фудбалом** и живи у **Београду**.

Небојша се бави **скијањем** и живи у **Суботици**.

Младен се бави **кошарком** и живи у **Новом Саду**.

Јован се бави **пливањем** и живи у **Крагујевцу**.

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
PRIJEMNI ISPIT SA PROVEROM SKLONOSTI ZA STUDIJE
GRAFIČKOG INŽENJERSTVA I DIZAJNA
Novi Sad, 27. jun 2023. godine

KANDIDAT: _____
(Prezime, ime jednog roditelja i ime)

Konkursni broj

Broj sale

**Na osnovu datih odgovora ocenjuje se sklonost i spremnost
za studije Grafičkog inženjerstva i dizajna.**

*Razmislite i zaokružite **samo jedan** od ponuđenih odgovora; (obratite pažnju da ima **ukupno 20 pitanja** raspoređenih na obe strane papira).*

1. Grupa dada, kao forma protesta protiv tadašnjeg društva i protiv besmislenosti rata, osnovana je u:
 - a. Berlinu 1941. godine
 - b. Cirihiu 1916. godine**
 - c. Beogradu 1916. godine

2. Plastičnu dekoraciju starogrčkog hrama Partenon izveo je vajar:
 - a. Fidija**
 - b. Miron
 - c. Poliklet

3. Ko je bio preteča Vuka Stefanovića Karadžića, koji je izbacio višak slova iz azbuke?
 - a. Đura Daničić
 - b. Sava Mrkalj**
 - c. Zaharije Orfelin

4. Koja je prva ćirilčna knjiga, štampana 1491. godine u Krakovu u Poljskoj?
 - a. Časlovac**
 - b. Služabnik
 - c. Oktoih prvoglasnik

5. Skulptura Davida koju je Mikelandelo Buonaroti isklesao iz jednog komada mermera visoka je:
 - a. preko tri metra
 - b. preko četiri metra
 - c. preko pet metara**

6. Kako se zovu tri faraona kojima su posvećene piramide na platou Gize?
 - a. Tutankamon, Keops i Mikerin
 - b. Kefren, Keops i Mikerin**
 - c. Ramzes, Keops i Mikerin

7. Dva osnovna tipa skulpture arhajskog perioda starogrčke umetnosti, žena i muškarac, nazivaju se:
 - a. kore i karijatide
 - b. karijatide i atlanti
 - c. kore i kurosi**

8. Najomiljeniji oblik religijske građevine u ranohrišćanskoj umetnosti su:
 - a. katedrale
 - b. bazilike**
 - c. mauzoleji

9. Zidne slike u crkvama iz perioda Vizantije nastale su tehnikom:
 - a. fresko slikanja
 - b. mozaika**
 - c. reljefa izvedenog u kamenu

OKRENUTI LIST

10. Jedinice spoljašnje memorije su:
- hard disk, CD, DVD, fleš, SSD**
 - hard disk, CD, RAM, fleš, SSD
 - ROM, hard disk, DVD, fleš, SSD
11. U polje Cc u zaglavlju elektronske poruke (e-mail) se unosi:
- adresa primaoca kome se upućuje kopija elektronske poruke**
 - adresa pošiljaoca poruke
 - skrivena lista adresa na koje se šalje poruka
12. Memorije sortirane po brzini od najbrže ka najsporijoj su:
- keš, RAM, hard disk**
 - RAM, keš, hard disk
 - keš, hard disk, RAM
13. Povezivanje eksternih memorijskih uređaja na računar se vrši preko:
- HDMI porta
 - USB porta**
 - DVI porta
14. U aplikativni softver se ubrajaju:
- programi opšte namene, programski sistemi, programi za razvoj sistema
 - programi specifične namene, programski sistemi, programi za razvoj sistema
 - programi opšte namene, tekst procesori, programi specifične namene**
15. Čista supstanca je:
- ozon**
 - krv
 - mleko
16. Jezgro atoma sadrži nukleone. Koji od iskaza se odnosi na nukleone?
- Nukleoni su protoni i elektroni.
 - Nukleoni su protoni i neutroni.**
 - Nukleoni su protoni.
17. Hemijska reakcija tokom koje dolazi do oslobađanja toplote je:
- egzotermna**
 - endotermna
 - elektrolitička
18. Sve fizičke veličine se mogu podeliti u dve grupe:
- primarne i sekundarne
 - osnovne i izvedene**
 - primarne i izvedene
19. Sredstvo za vlaženje koje se koristi u ofset štampi ima pH vrednost 5,7. Sredina je:
- kisela**
 - bazna
 - neutralna
20. Zaokružiti bazu:
- HNO₃
 - NaOH**
 - NaHCO₃

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1,5	3	4,5	6	7,5	9	10,5	12	13,5	15	16,5	18	19,5	21	22,5	24	25,5	27	28,5	30

UNIVERZITET U NOVOM SADU
 FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
 DEPARTMAN ZA GRAĐEVINARSTVO I GEODEZIJU

Datum: 27. jun 2023. god.



PRIJEMNI ISPIT – TEST PROVERE SKLONOSTI ZA UPIS NA STUDIJSKI PROGRAM GRAĐEVINARSTVO

Popunjava kandidat:

Ime, ime jednog roditelja i prezime kandidata: _____

Konkursni broj: _____

Broj sale: _____

Popunjava Komisija za pregled:

BR. ZADATKA	BODOVI	BR. ZADATKA	BODOVI
zadatak 1		zadatak 11	
zadatak 2		zadatak 12	
zadatak 3		zadatak 13	

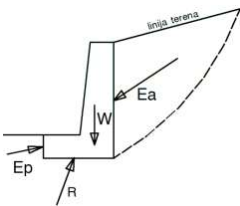
REŠENJA

zadatak 8		zadatak 18	
zadatak 9		zadatak 19	
zadatak 10		zadatak 20	

OSTVARENI UKUPAN BROJ BODOVA: _____

Napomena: Svaki u potpunosti tačno rešen zadatak nosi ukupno 1,5 bod. Max broj bodova iznosi 30. Pitanja mogu imati više tačnih odgovora, pri čemu se uvažava parcijalno priznavanje u odgovarajućem procentualnom iznosu izraženo u bodovima.

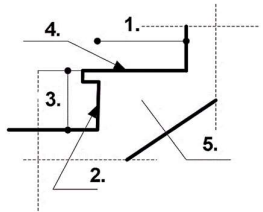
Popunjava kandidat:

1. Definisati označene sile na skici potpornog zida.
<p>Ea - sila aktivnog pritiska Ep - sila pasivnog otpora tla W - težina potpornog zida R - sila reaktivnog opterećenja na temeljnoj spojnici</p> 

2. Zaokružiti odgovarajuće obračunske jedinice za premer radova sledećih pozicija:												
<table> <tr> <td>Zidanje zidova opekom d=25cm</td> <td>m¹</td> <td>m²</td> <td><input checked="" type="radio"/> m³</td> </tr> <tr> <td>Izrada i montaža oplata armiranobetonskog zida</td> <td>m¹</td> <td><input checked="" type="radio"/> m²</td> <td>m³</td> </tr> <tr> <td>Betoniranje armiranobetonskih stubova</td> <td>m¹</td> <td>m²</td> <td><input checked="" type="radio"/> m³</td> </tr> </table>	Zidanje zidova opekom d=25cm	m ¹	m ²	<input checked="" type="radio"/> m ³	Izrada i montaža oplata armiranobetonskog zida	m ¹	<input checked="" type="radio"/> m ²	m ³	Betoniranje armiranobetonskih stubova	m ¹	m ²	<input checked="" type="radio"/> m ³
Zidanje zidova opekom d=25cm	m ¹	m ²	<input checked="" type="radio"/> m ³									
Izrada i montaža oplata armiranobetonskog zida	m ¹	<input checked="" type="radio"/> m ²	m ³									
Betoniranje armiranobetonskih stubova	m ¹	m ²	<input checked="" type="radio"/> m ³									

3. Pod betoniranjem u posebnim uslovima obično se smatra ugrađivanje betona pri spoljnim temperaturama:
<p>a. <0°C (zimi); >30°C (leti) b. <5°C (zimi); >30°C (leti) c. <0°C (zimi); >40°C (leti)</p>

4. Armiranobetonski kapitel je deo konstrukcije na spoju:
<p>a. vertikalnog i horizontalnog serklaža b. horizontalnog serklaža i fert tavanice c. stuba i pune ploče</p>

5. Elementi stepenika na slici su?
<p>1. širina gazišta 2. čelo 3. visina čela 4. gazište 5. obraz</p> 

6.	Rog je element krovnog sklopa koji stoji:
	<ul style="list-style-type: none"> a. u ravni upravnoj na podužnu ravan rožnjače b. u ravni paralelnoj sa podužnom ravni rožnjače

7.	Na slici je prikazano (zaokružiti tačan odgovor):	
		<ul style="list-style-type: none"> a. ukrštanje zidova od opeke b. suticanje zidova od opeke c. sučeljavanje zidova od opeke

8.	Kod štapa savijanog silama:
	<ul style="list-style-type: none"> a. ekstremna vrednost transverzalne sile javlja se na mestu gde je moment jednak nuli b. ekstremna vrednost momenta javlja se na mestu gde je transverzalna sila jednaka nuli c. ekstremna vrednost momenta i transverzalne sile javljaju se na istom mestu

9.	Zapreminska težina tla predstavlja odnos:
	<ul style="list-style-type: none"> a. težine čvrstih čestica i težine vode u uzorku tla b. ukupne težine uzorka tla i njegove ukupne zapremine c. zapremine vode u uzorku tla i zapremine čvrstih čestica

10.	Minimalna debljina konstruktivnog zida od šupljih blokova je:
	<ul style="list-style-type: none"> a. 19 cm b. 29 cm c. 24 cm

11.	Pojava krtog loma se može javiti kod čeličnih konstrukcija ukoliko je konstrukcija izložena:
	<ul style="list-style-type: none"> a. velikom broju ciklusa opterećenja b. torziji c. visokim temperaturama d. niskim temperaturama

12.	Posmatra se kamena nasuta brana sa glinenim jezgrom. Filtarski sloj treba staviti:
	<ul style="list-style-type: none"> a. samo na uzvodno lice glinenog jezgra b. samo na nizvodno lice glinenog jezgra c. kako na uzvodno, tako i na nizvodno lice glinenog jezgra

13.	Stacionaža je:
	<ul style="list-style-type: none"> a. dužinsko rastojanje od početka prve deonice posmatrane trase puta koja se povećava u smeru pružanja javnog puta koji je određen kategorizacijom opštine ili mesne zajednice b. dužinsko rastojanje od početka prve deonice posmatrane trase puta koja se povećava u smeru pružanja javnog puta koji je određen kategorizacijom javnih puteva c. dužinsko rastojanje od početka bilo koje deonice posmatrane trase puta koja se povećava u smeru pružanja javnog puta koji je određen kategorizacijom javnih puteva

14.	Rešetkasti nosači se sastoje iz:
	<ul style="list-style-type: none"> a. štapova gornjeg i donjeg pojasa povezanih kosim štapovima ispune sa i bez vertikalama b. štapova gornjeg i donjeg pojasa povezanih samo vertikalama c. štapova gornjeg i donjeg pojasa

15.	Temperatura kod statički određenih nosača izaziva sledeće uticaje:
	<ul style="list-style-type: none"> a. samo sile u preseccima b. samo deformaciju c. i sile u preseccima i deformaciju

16. Prefabrikovani elementi mogu biti proizvedeni u:	
	<ul style="list-style-type: none"> a. fabrikama montažnih elemenata – pogonima za velikoserijsku proizvodnju trajnog karaktera, sa visokim stepenom industrijalizacije proizvodnog procesa b. pogonima za prefabrikaciju – pogonima privremenog karaktera za proizvodnju elemenata u manjim serijama, za potrebe nekoliko obližnjih gradilišta c. na gradilištu – izrada krupnogabaritnih, masivnih nosača na gradilištu, u blizini mesta montaže, zbog nemogućnosti transporta takvog nosača sa druge lokacije, ali i nemogućnosti izvođenja u projektovanom položaju

17. Oblast hidrotehničkih melioracija obuhvata:	
	<ul style="list-style-type: none"> a. odvođenje viškova vode i navodnjavanje poljoprivrednog zemljišta b. odvođenje atmosferskih voda sa urbanih sredina c. odvođenje upotrebljenih voda iz farmi d. agrotehničke mere na poboljšanju plodnosti zemljišta

18. Centrično pritisnut štap će se fleksiono izviti:	
	<ul style="list-style-type: none"> a. oko slabije ose b. to se ne može odrediti sem eksperimentom c. u ravni u kojoj je početna imperfekcija d. oko ose sa većom vitkosti

19. Kruta kolovozna konstrukcija je:	
	<ul style="list-style-type: none"> a. konstrukcija koja u sebi sadrži samo betonske slojeve b. konstrukcija koja u sebi sadrži betonske slojeve zajedno sa nevezanim donjim nosećim slojevima c. konstrukcija koja u sebi sadrži samo nevezane donje noseće slojeve

20. Zaštitni sloj betona nema funkciju :	
	<ul style="list-style-type: none"> a. zaštite armature od visokih temperatura prilikom požarnih dejstava b. zaštite podužne armature od korozije c. utezanja poprečnog preseka d. zaštite uzengija od korozije



Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndean@uns.ac.rs

ИНТЕГРИСАНИ
СИСТЕМ
МЕНАџМЕНТА
СЕРТИФИКОВАН ОД:



уписује кандидат (читко, штампаним словима)

КАНДИДАТ :

име (име једног родитеља) презиме

КОНКУРСНИ БРОЈ :

ПРИЈЕМНИ ИСПИТ П7

28. јун 2023.

ДЕПАРТАМАН ЗА АРХИТЕКТУРУ И УРБАНИЗАМ

9.00–12.00

Сваки тачан одговор вреди 1 бод, што укупно чини 60 бодова.

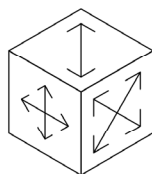
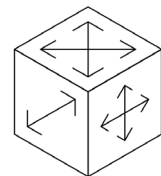
Непотпуни одговори не доносе бодове.

Писати искључиво хемијском оловком (плаве или црне али не и црвене боје), читко, штампаним словима (приликом решавања задатака, могуће је користити и графитну оловку, али се вреднују само одговори писани хемијском оловком).

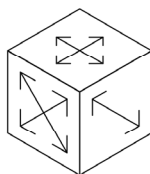
Скицирање је дозвољено искључиво у оквиру назначеног простора (скице се не вреднују).

Сваки разговор, договор, дошаптавање или стављање одговора на увид другима, повлачи тренутно искључење с пријемног испита.

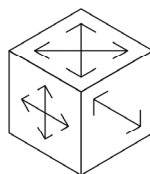
1. На слици А дата је коцка с различитим знаковима приказаним на трима видљивим странама коцке (невидљиве стране коцке су празне).



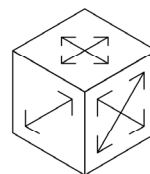
а)



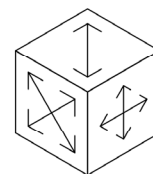
б)



в)

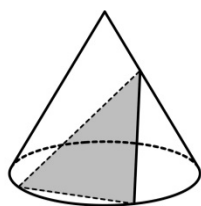


г)

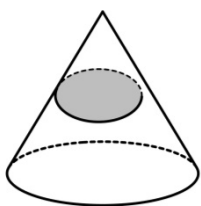


д)

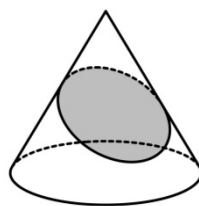
2. *Заокружити једно или више слова испод слике на којој је тачно приказан пресек конуса и равни.*



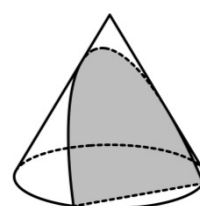
а)



б)



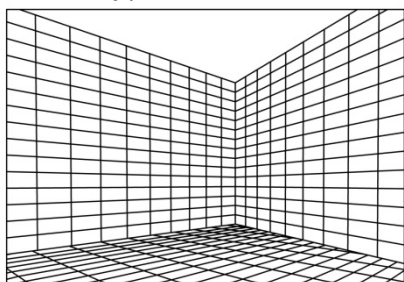
в)



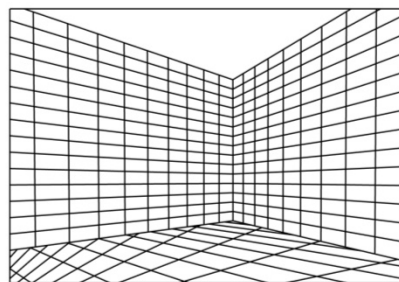
г)

3. На сликама је дат приказ угла собе (две вертикалне равни зида и хоризонтална раван пода) обложене плочицама. Вертикалне равни обложене су правоугаоним плочицама. Хоризонтална раван обложена је плочицама које су све међусобно једнаке а могу бити у облику паралелограма или правоугаоника.

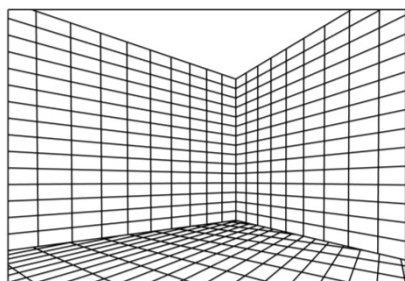
Заокружити једно или више слова испод слике на којој су тачно приказане плочице на хоризонталној равни пода.



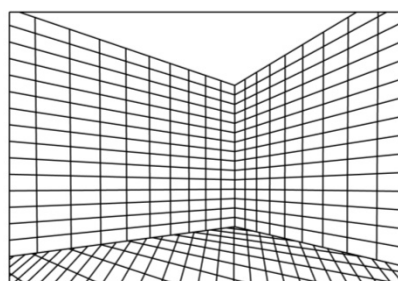
а)



б)



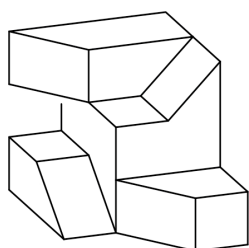
в)



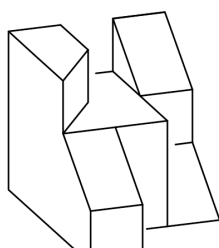
г)

4. На слици А приказано је тело добијено исецањем из пуне коцке.

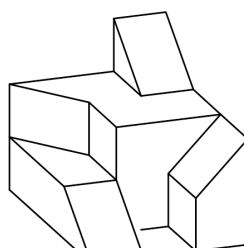
Заокружити слово испод понуђеног тела које довођењем у одговарајући положај чини коцку с датим телом.



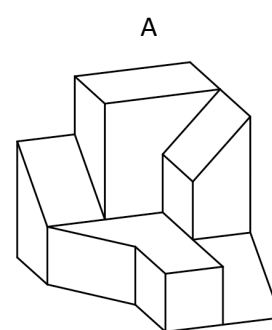
а)



б)

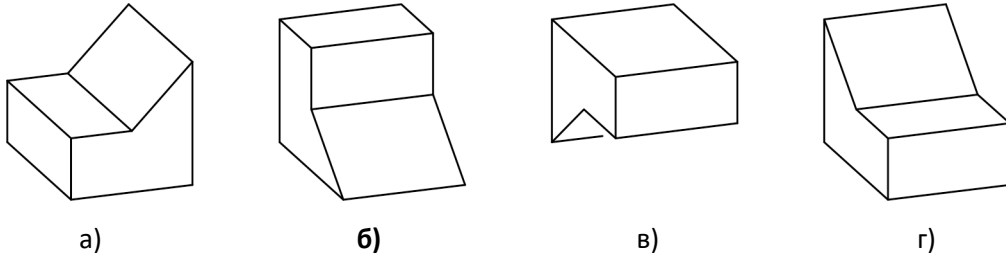
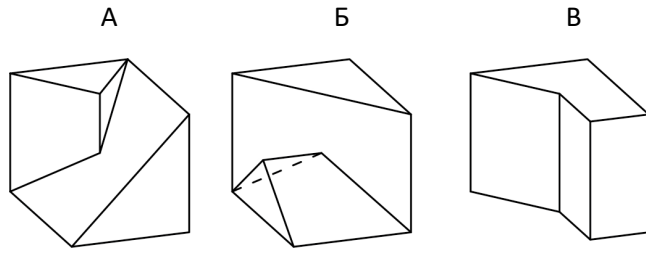


в)

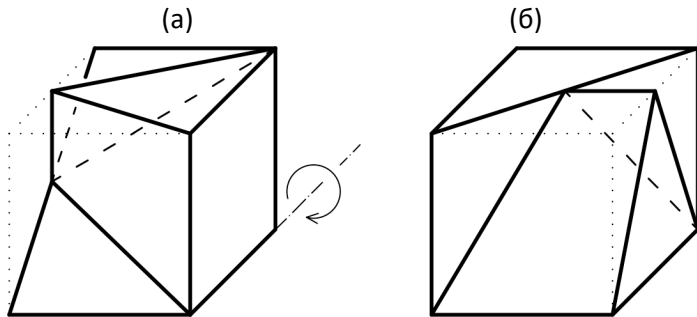


5. Након промене положаја, тело са слике А заузима положај на слици Б.

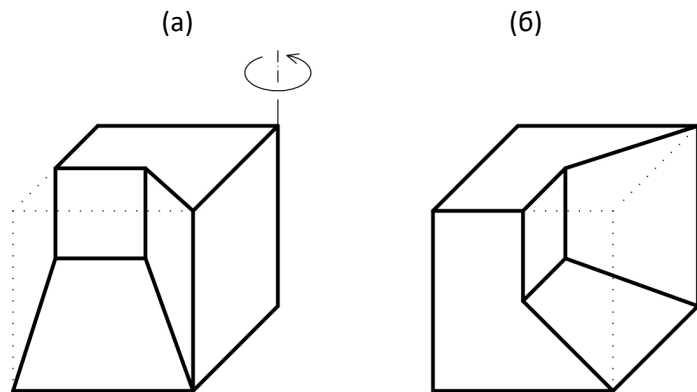
Заокружити слово испод понуђене слике која се добија након истоветне промене положаја тела датог на слици В.



6. Тело дато на слици (а) заротирати за 90° у назначеном смеру (у смеру казаљке на сату) око дате хоризонталне осе и приказати га на слици (б).
Испрекидане линије представљају невидљиве ивице тела.



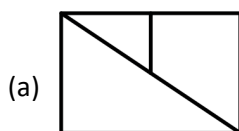
7. Тело дато на слици (а) заротирати за 90° у назначеном смеру око дате вертикалне осе и приказати га на слици (б).



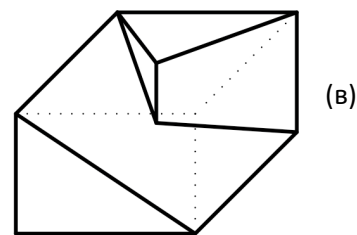
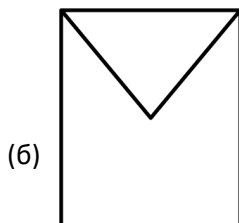
Простор за скицирање (скице се не вреднују).



8. На слици (в) приказати тело на основу датих погледа спреда (а) и погледа одозго (б).

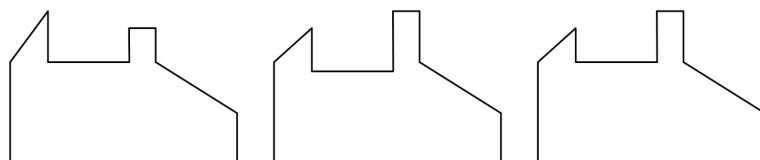


Све ивице приказане у погледима су видљиве.
Све стране тела су делови равни.



9. На слици А приказано је тело добијено исецањем из пуне коцке и вертикална раван π (приказани су само делови равни).

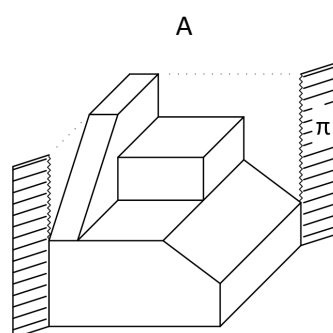
Заокружити слово испод понуђене фигуре чији облик одговара пресеку датог тела и равни π .



а)

б)

в)



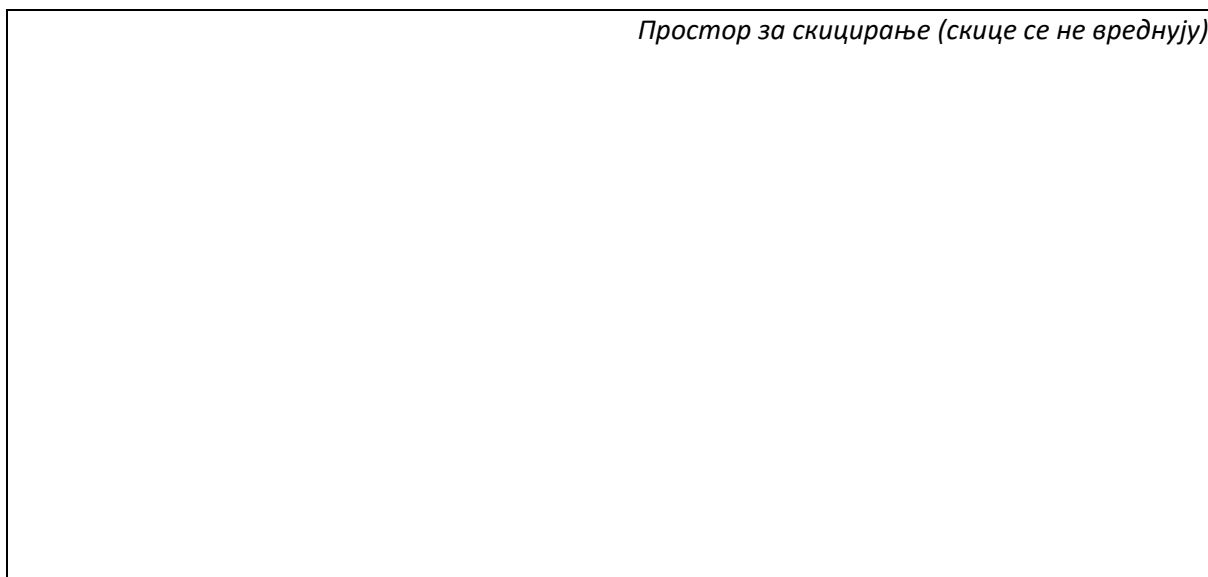
10. Заокружити слово испред тачног одговора.

Ако се утроструче дужине страница (а и б) правоуглог троугла, за колико ће се увећати његова површина?

- а) $9/2 a b$
б) $3/2 a b$
в) $5/2 a b$
г) **$4 a b$**



Простор за скицирање (скице се не вреднују).

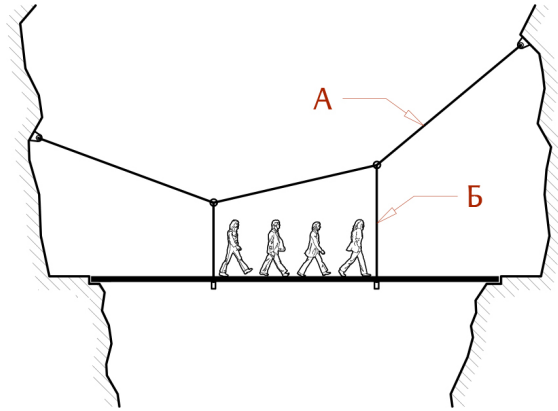


11. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

На слици је дат упрошћен приказ viseћег моста састављеног од више правих елемената (штапова).

Које је доминантно стање напрезања у означеним штаповима?

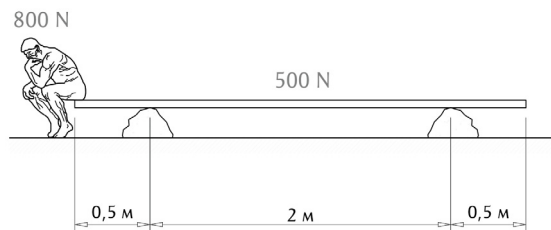
- а) А притисак Б затезање
- б) А притисак Б притисак
- в) А затезање Б притисак
- г) **А затезање Б затезање**



12. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

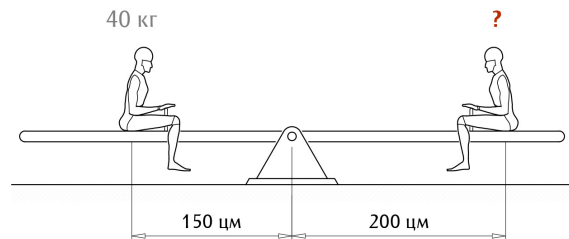
Да ли ће се претурити приказана крута хомогена клупа тежине 500 N, ослоњена на два глатка камена, уколико човек целом својом тежином од 800 N седне на један њен крај?

- а) биће уравнотежено
- б) да
- в) **не**



13. *Уписати тачан одговор.*

На једном крају клацкалице, на 150 цм од ослоњца, седи дете масе 40 кг. Колику би масу требало да има дете које седи на наспрамној страни клацкалице, на 200 цм од ослоњца, како би клацкалица била уравнотежена?



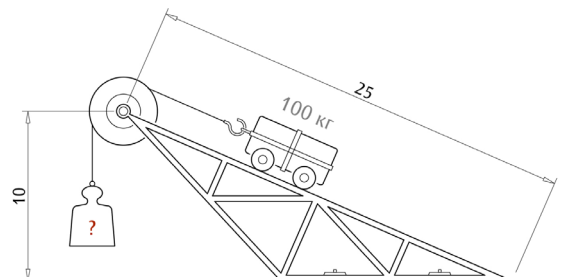
30 кг

14. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Терет масе 100 кг постављен на глаткој стрмој равни одржава се у равнотежи помоћу противтега који је окачен о други крај ужета пребаченог преко непокретног котура (напомена: занемарити трење, величину котура и тежину ужета).

Колика је маса противтега?

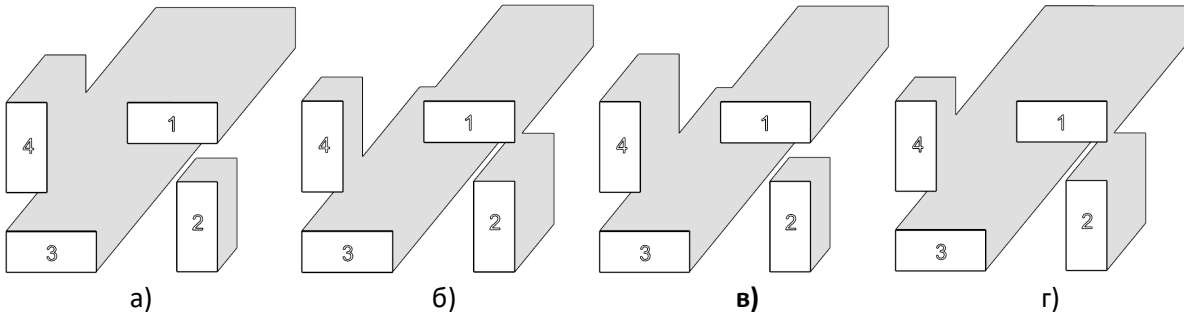
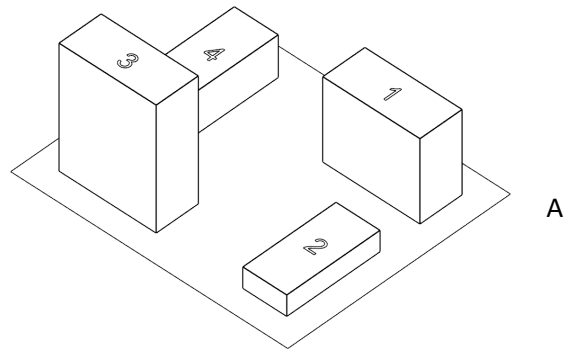
- а) 250 кг
- б) 100 кг
- в) 80 кг
- г) **40 кг**



.....
.....
.....

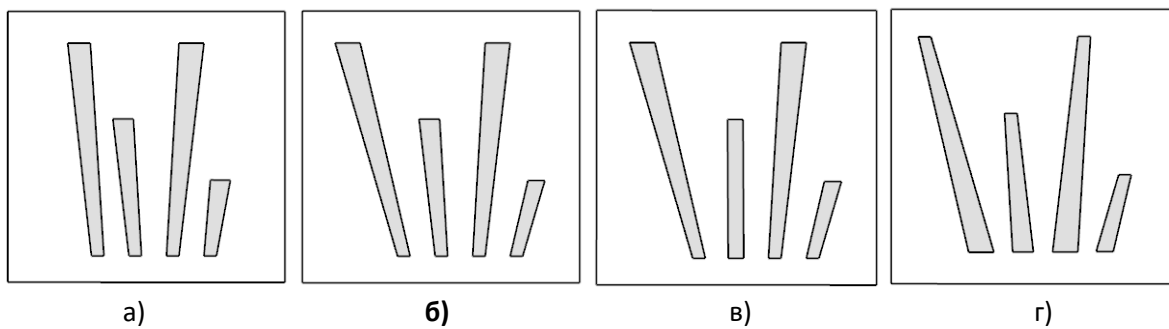
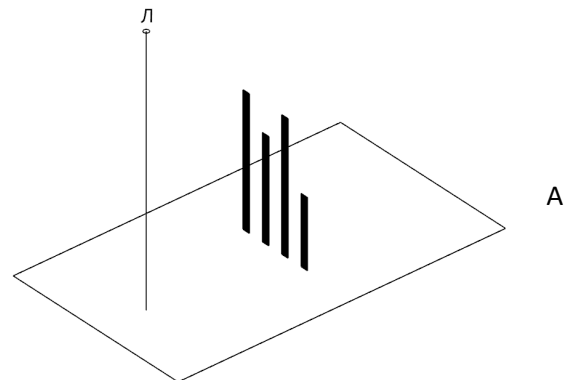
15. На слици А приказана је хоризонтална раван и на њој четири квадра различите висине.

Заокружити слово испод слике на којој је у погледу одозго тачно приказана сенка ових четирију квадрара, бачена по приказаној неправидној хоризонталној равни, када су они осветљени паралелним осветљењем (сви светлосни зраци су међусобно паралелни).



16. На слици А приказана је хоризонтална раван и на њој четири вертикална правоугаоника.

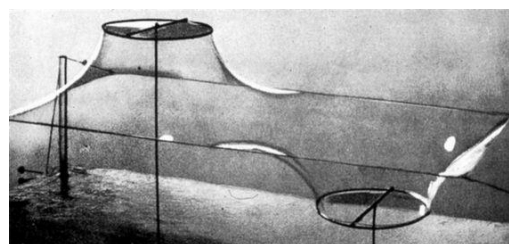
Заокружити слово испод слике на којој је у погледу одозго тачно приказана њихова бачена сенка по приказаној неправидној хоризонталној равни, када су они осветљени централним осветљењем (сви светлосни зраци садрже тачку Л).



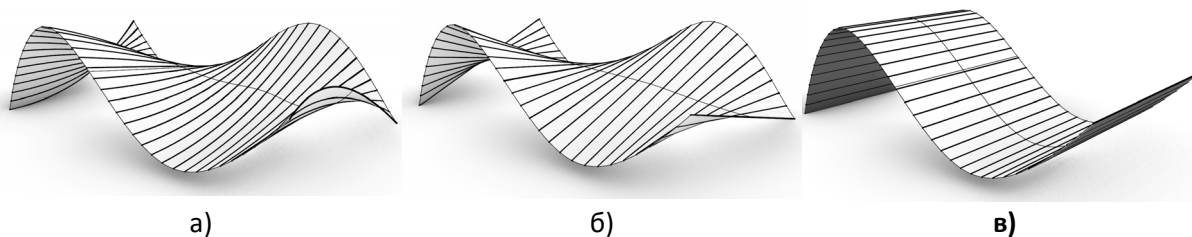
17. Уписати тачан одговор.

Ко је аутор приказане макете?

Фрај Ото



18. На датим сликама приказане су три површи са истакнутим изводницама. На слици а) изводнице су криве, на слици б) изводнице су праве, а на слици в) изводнице су праве и међусобно паралелне.



19. Уписати тачан одговор.

Како се назива тип простора приказан на слици?

хипостилна дворана



20. Заокружити слово испред тачног одговора.

Шта је основна намена мастабе?

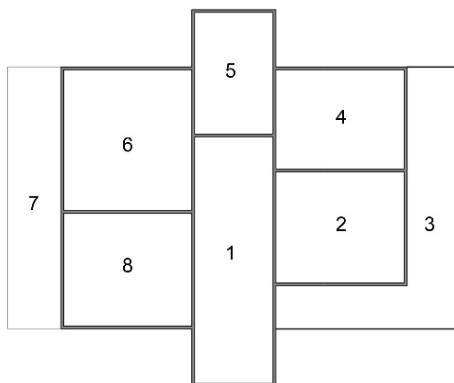
- а) храм
б) стан
в) **гробно место**

21. Уписати тачан одговор.

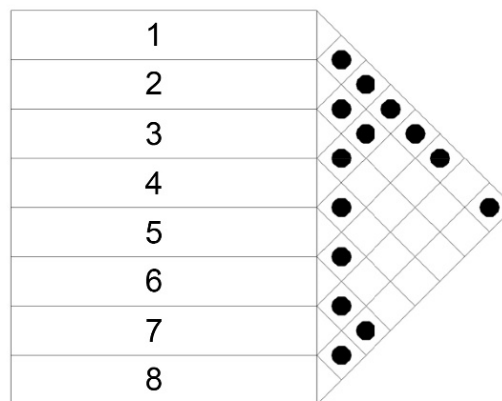
Поређати хронолошки следеће личности (тако да име које се односи на ранији историјски период буде наведено пре имена које се односи на каснији историјски период; уписати само редне бројеве): (1) Алвар Алто, (2) Рем Колхас, (3) Михаел Тонет, (4) Андреа Паладио

4, 3, 1, 2

22. У односу на функционалну схему приказану на слици (А) довршити дијаграм дат на слици (Б).



(А)

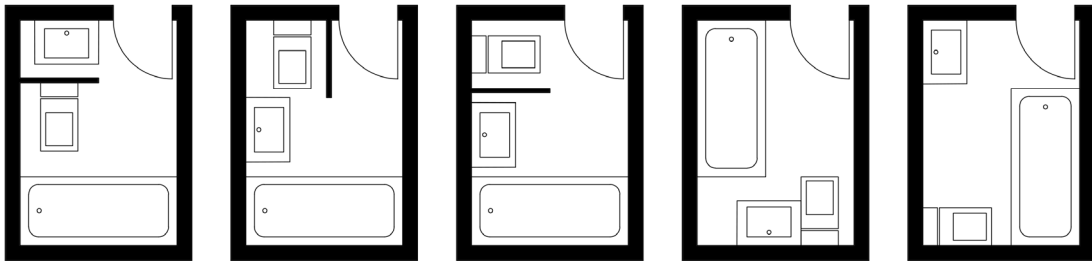


(Б)

.....
.....
.....

23. *Заокружити слово испод тачног одговора.*

Који је оптимални распоред датих (стандардно димензионисаних) елемената у просторији по критеријуму функционалности за уобичајени начин коришћења?



а)

б)

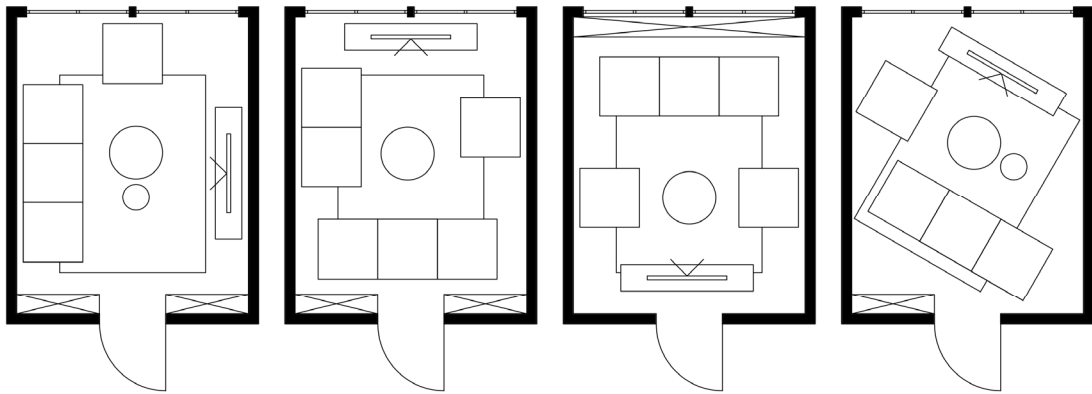
в)

г)

д)

24. *Заокружити слово испод тачног одговора.*

Који је оптимални распоред датих (стандардно димензионисаних) елемената у просторији по критеријуму функционалности за уобичајени начин коришћења?



а)

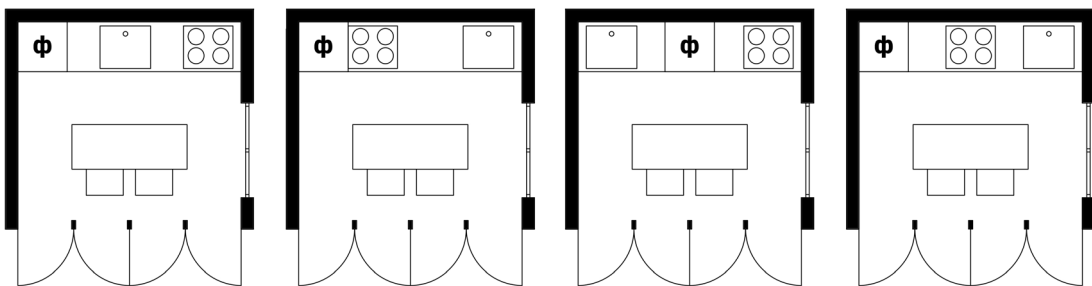
б)

в)

г)

25. *Заокружити слово испод тачног одговора.*

Који је оптимални распоред датих (стандардно димензионисаних) елемената у просторији по критеријуму функционалности за уобичајени начин коришћења?



а)

б)

в)

г)

26. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Под којим називом је познат објекат који је био седиште двора француских краљева Луја XIV, Луја XV и Луја XVI?

- а) Бели двор
- б) Шембрун
- в) **Версај**

27. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

У ком периоду је на десној обали Дунава, на месту претходне средњовековне грађевине, за време владавине Хабзбуршке монархије, због сталне опасности од Турака и близине границе са Османским царством, подигнута садашња тврђава?



- а) V– VI век
- б) XV– XVI век
- в) **XVII–XVIII век**

28. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Како се звао утицајни аустријски архитекта с почетка XX века, аутор познатог есеја „Орнамент и злочин“, као и ентеријера Америчког бара у Бечу?

- а) Ото Вагнер
- б) **Адолф Лос**
- в) Марсел Хиршер
- г) Борис Подрека

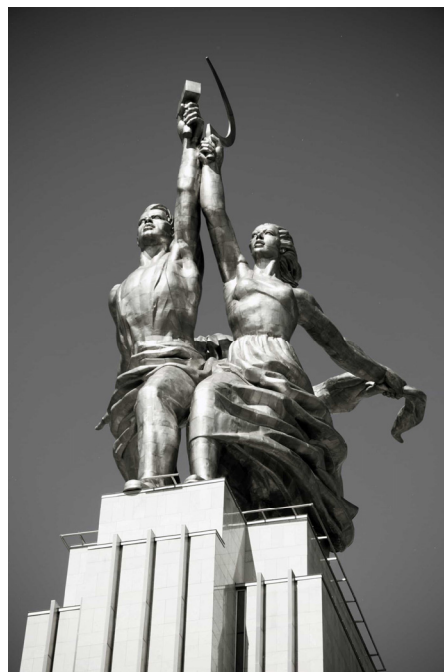
29. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Ком концепту одговара архитектонски објекат састављен од више појединачних волумена који чине једну просторну целину?

- а) архетипска кућа
- б) **групна форма**
- в) моноволумен

30. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

За који стил у уметности се везује приказана скулптура?

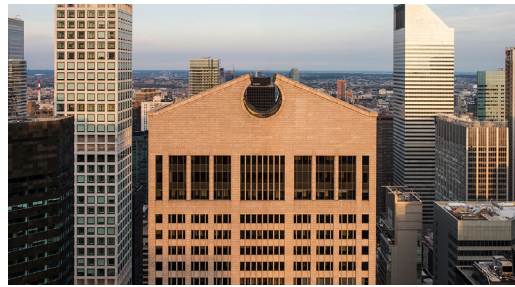


- а) **социјалистички реализам**
- б) ренесанса
- в) кубизам

31. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

За који архитектонски стил се везује приказани објекат?

- а) неоренесанса
- б) **постмодернизам**
- в) футуризам



32. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Ко је аутор приказаног објекта (*Sky House*) из 1958. године?

- а) **Кијонори Кикутак**
- б) Харуки Мураками
- в) Сантјаго Калатрава



33. *Заокружити слово испод тачног одговора.*

На којој слици је приказана Роби кућа коју је пројектовао Френк Лојд Рајт?



а)



б)



в)

34. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Ко је пројектовао Пирамиду Лувра?

- а) Жан Нувел
- б) Ђорђе Табаковић
- в) **И. М. Пеј**



35. *Заокружити једно или више слова испред тачног одговора.*

Шта од наведеног није карактеристично за средњовековне градове?

- а) уске криволинијске улице
- б) **квадратни урбани блокови велике површине**
- в) **трамвајске шине**

: : : :
: : : :

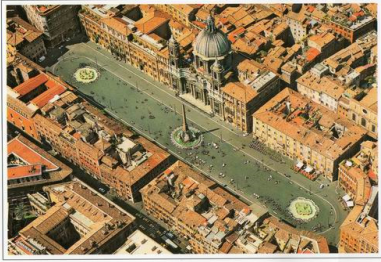
36. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

У ком веку је започето проширење Барселоне по плану Илдефонса Серде?

- а) XVI
- б) **XIX**
- в) XXI

37. *Заокружити слово испод тачног одговора.*

На којој слици је приказан простор настао као резултат Османове реконструкције из 19. века?



а)



б)



в)

38. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Ко је аутор раног филмског експеримента под називом „Панорама снимљена са крова воза у покрету“ из 1898. године чији је кадар приказан на слици?

- а) Џејмс Камерон
- б) Џорџ Лукас
- в) **Жорж Мелијес**



39. *Заокружити слово испред тачног одговора.*

Ко је аутор приказаног комплекса мешовите намене изграђеног у Пекингу у Кини?

- а) **Стивен Хол**
- б) Ле Корбизје
- в) Луис Саливен



40. *Заокружити једно или више слова испред тачног одговора.*

Шта спада у сценске техничко-технолошко системе тј. технологије спектакла у ужем смислу речи?

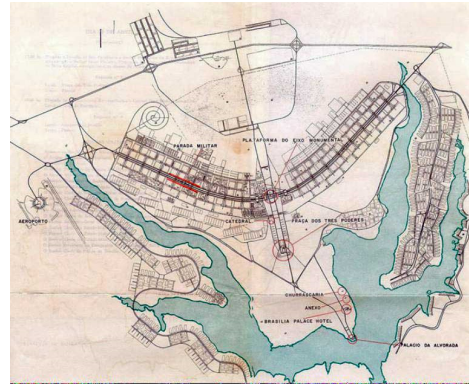
- а) **систем сценске механике, систем сценске расвете и аудио-видео систем**
- б) дизајн светла, дизајн звука, дизајн видеа
- в) електроенергетско напајање и тиристорски уређаји

.....
.....
.....

41. Уписати тачан одговор.

Које плански настало насеље је приказано на слици?

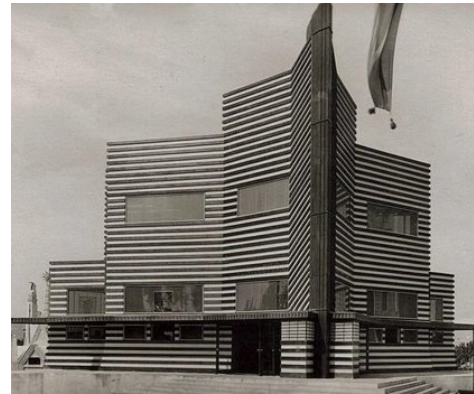
Бразилија



42. Уписати тачан одговор.

Који архитекта је пројектовао приказани павиљон Краљевине Срба, Хрвата и Словенаца на изложби у Барселони 1929. године?

Драгиша Брашован



43. Заокружити слово испред тачног одговора.

Ко је пројектовао Спортско рекреативни центар 25. мај (данас СРЦ Милан Гале Мушкатиновић) у Београду?

- а) Заха Хадид
- б) Драгиша Брашован
- в) **Иван Антић**



44. Заокружити слово испред тачног одговора.

Која је била намена плутајућег објекта Театро дел Мондо чији је аутор Алдо Роси?

- а) **павиљон—позориште**
- б) биоскоп на води
- в) школа и тржница
- г) школа
- д) тржница



45. Заокружити слово испред тачног одговора.

Како се назива објекат изграђен за потребе организације Светске изложбе у Лондону 1851. године по пројекту Џозефа Пакстона?

- а) **кристална палата**
- б) галерија стакла
- в) сајамска дворана



51. Уписати тачан одговор.

Ко је аутор слике Час анатомије др Николаса Тулипа?

Рембрант



52. Заокружити слово испред тачног одговора.

Ко је аутор приказане скулптуре?

- а) Микеланђело
- б) **Бернини**
- в) Хенри Мур



53. Заокружити слово испред тачног одговора.

На територији које данашње државе се налазио древни град Персеполис?

- а) Грчка
- б) **Иран**
- в) Египат



54. Заокружити слово испред тачног одговора.

Којој епохи припада музички опус Фредерика Шопена?

- а) **романтизам**
- б) импресионизам
- в) експресионизам

55. Уписати тачан одговор.

Ко је писац комедија Госпођа министарка, Народни посланик и Ожалошћена породица?

Бранислав Нушић

.....
: : : : :
: : : : :
.....

56. Уписати тачан одговор.
Ко је аутор следећих стихова?

„Остајте овдје! Сунце туђег неба,
Неће вас гријат кô што ово грије;
Грки су тамо залогаји хљеба
Гдје свога нема и гдје брата није.“

Алекса Шантић

57. Заокружити слово испред тачног одговора.
За који историјски догађај се везује Пикасова слика Герника?
а) Битка код Ватерлоа
б) Искрцавање у Нормандији
в) **Шпански грађански рат**

58. Уписати тачан одговор.
Поређати хронолошки следеће догађаје (тако да догађај који се односи на ранији историјски период буде наведен пре догађаја који се односи на каснији историјски период; уписати само редне бројеве): (1) Крај Другог светског рата, (2) Први српски устанак, (3) Пад Источног римског царства, (4) Пад Бастиље

3, 4, 2, 1

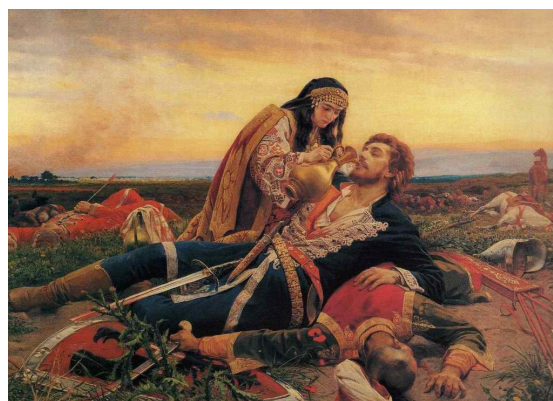
59. Уписати тачан одговор.
Ко је аутор приказане слике?

Паја Јовановић



60. Уписати тачан одговор.
Ко је аутор приказане слике?

Урош Предић



KANDIDAT : _____
ime (ime jednog roditelja) prezime

KONKURSNI BROJ : _____

PRIJEMNI ISPIT: TEST OPŠTE KULTURE I INFORMISANOSTI

26. jun 2023, od 9.00 do 13.00 časova

DEPARTMAN ZA ARHITEKTURU I URBANIZAM

ODSEK ZA UMETNOST I DIZAJN

Tačan odgovor na svako pitanje donosi 0,5 bodova. Test ukupno nosi 30 bodova. Odgovore zaokruživati samo i jedino plavom hemijskom olovkom. Nije dozvoljeno precrtavanje već označenog odgovora i ponovno zaokruživanje. Pitanja kod kojih bude na bilo koji način označeno više odgovora bodovaće se sa 0 bodova. Svaki razgovor, dogovor, došaptavanje ili stavljanje odgovora na uvid drugima, povlači trenutno isključenje sa prijemnog ispita.

1. Pozorišni „Šekspir festival“ održava se u:
 - a) Petrovaradinu
 - b) Čereviću
 - c) Čortanovcima**
2. Ivan Medenica je po profesiji:
 - a) arhitekta
 - b) pozorišni kritičar**
 - c) plesač
3. Operu „Čarobna frula“ napisao je:
 - a) Ludvig van Betoven
 - b) Frederik Šopen
 - c) Wolfgang Amadeus Mocart**
4. Začetnik apstraktnog slikarstva bio je:
 - a) Vasilije Kandinski**
 - b) Kazimir Maljevič
 - c) Pit Mondrijan
5. Muziku za balet „Labudovo jezero“ komponovao je:
 - a) Vatroslav Lisinski
 - b) Petar Iljič Čajkovski**
 - c) Igor Stravinski

6. Katarakta je:
- a) konstruktivni element zgrade
 - b) umetnica koja je 2022. predstavljala Srbiju na Evroviziji
 - c) zamućeno područje u očnom sočivu koje dovodi do smanjenja kvaliteta vida**
7. Autor slike „Krik“ je:
- a) Edvard Munk**
 - b) Emil Nolde
 - c) Žorž Ruo
8. Novi Sad bio je Evropska prestonica kulture:
- a) 2022. godine**
 - b) 2021. godine
 - c) 2020. godine
9. U finalu NBA lige 2023. godine pobedio je tim:
- a) Majami Hita
 - b) Denver Nagetsa**
 - c) Boston Seltiks
10. Radmila Petrović napisala je zbirku pesama:
- a) „Priručnik za čekanje“
 - b) „Mama, ja sam uspješan“
 - c) „Moja mama zna šta se dešava u gradovima“**
11. Pesmu „Proletnja pesma“ napisala je:
- a) Isidora Sekulić
 - b) Desanka Maksimović**
 - c) Milica Vučković
12. „Idealnu palatu“ projektovao je :
- a) Poštar Ševal**
 - b) Gitarista Đango Rajnhart
 - c) Graditelj Senmut
13. Stihove - *Smeha tvoga da nema Zidovi ne bi nikad Iz očiju nestajali* - napisao je:
- a) Danilo Kiš
 - b) Ivan Ergić
 - c) Vasko Popa**
14. Festival KROKODIL je:
- a) književni festival**
 - b) pozorišni festival
 - c) muzički festival

15. Nagrada na Bijenalu arhitekture u Veneciji naziva se:
- a) **Zlatni lav**
 - b) Zlatni medved
 - c) Zlatna triga
16. OISTAT je:
- a) Pozorišni klub u Ateljeu 212
 - b) **Međunarodna organizacija scenografa, pozorišnih arhitekata i tehničara**
 - c) Unija pozorišta Srbije
17. Dramu „Majka Hrabrost i njena deca“ napisao je:
- a) Semjuel Becket
 - b) A. P. Čehov
 - c) **Bertolt Breht**
18. Ministarka kulture republike Srbije je:
- a) **Maja Gojković**
 - b) Zorana Mihajlović
 - c) Ana Brnabić
19. Johan Sebastijan Bah pripada epohi:
- a) klasicizma
 - b) **baroka**
 - c) romantizma
20. Treći Njutnov zakon se zove:
- a) **zakon akcije i reakcije**
 - b) zakon relativiteta
 - c) zakon gravitacije
21. Da se okrene oko sunca, Mesecu je potrebno:
- a) **godinu dana**
 - b) mesec dana
 - c) dve godine
22. Damin gambit je izraz koji se koristi u:
- a) filmskoj industriji
 - b) forenzici
 - c) **šahu**
23. Gugenhajm muzej koji je projektovao Frenk Lojd Rajt nalazi se u:
- a) **Njujorku**
 - b) Čikagu
 - c) Las Vegasu

24. Valter Gropijus je osnovao Bauhaus u:
- a) 18. veku
 - b) 19. veku
 - c) 20. veku**
25. Crkvu Svete porodice u Barseloni projektovao je:
- a) Antoni Gaudi**
 - b) Oto Vagner
 - c) Frenk Lojd Rajt
26. Koliko je bajtova (B) u jednom kilobajtu (KB):
- a) 1000
 - b) 1024**
 - c) 100
27. Koja je jedinica mere za frekvenciju:
- a) Hz**
 - b) W
 - c) T
28. Srđan Dragojević je srpski:
- a) pevač
 - b) reditelj**
 - c) glumac
29. 18. vek nove ere je počeo:
- a) 1800.
 - b) 1701.**
 - c) 1801.
30. Voditelj podkasta „Agelast“ je:
- a) Milan Marić
 - b) Milan Kalinić
 - c) Galeb Nikačević**
31. „Gorski vijenac“ napisao je:
- a) Petar II Petrović Njegoš**
 - b) Vladika Danilo
 - c) Miloš Crnjanski
32. Nagrada koja se dodeljuje za najbolji film na Kanskom filmskom festivalu je:
- a) Oskar
 - b) Zlatna palma**
 - c) Zlatna triga

33. Glavni grad Republike Slovenije je:
a) **Ljubljana**
b) Zagreb
c) Maribor
34. Julija u Šekspirovoj drami „Romeo i Julija“ ima:
a) sedamnaest godina
b) dvadeset dve godine
c) **trinaest godina**
35. Tejt Modern galerija se nalazi u:
a) Amsterdamu
b) Seulu
c) **Londonu**
36. Roman „Slika Dorijana Greja“ napisao je:
a) Vilijam Fokner
b) Semjuel Beket
c) **Oskar Vajld**
37. Prema „Novoj antologiji kuća“ Ranka Radovića prvi oblik arhitekture je:
a) hram
b) pećina
c) **koliba**
38. Aj Vejvej je:
a) predeo iz kojeg potiču američki starosedeoci
b) najveća zvezda u sazvežđu Vajara
c) **umetnik disident iz Kine**
39. Nedeljnik NIN dodeljuje nagradu za:
a) **najbolji roman godine**
b) najbolje novinarsko izveštavanje godine
c) najveći naučnoistraživački doprinos godine
40. Polifonija je:
a) kretanje jednog glasa
b) homofonija
c) **višeglasje**
41. Serija „Igra prestola“ ekranizacija je prvog iz serije romana:
a) **„Pesme leda i vatre“**
b) „Gospodar prstenova“
c) „Kalevala“

42. Najprestižnija domaća nagrada koja se dodjeljuje vrhunskim glumcima za životno delo zove se:
- a) **Dobričin prsten**
 - b) Joakimov prsten
 - c) Sterijin prsten
43. Srpska prestonica kulture za 2023. godinu je:
- a) Novi Sad
 - b) Kragujevac
 - c) **Čačak**
44. Ivana Vuleta je poznata srpska:
- a) glumica
 - b) vajarka
 - c) **sportistkinja**
45. Automobilaska kompanija koju je osnovao Ilon Mask zove se:
- a) **Tesla**
 - b) Mask
 - c) Pupin
46. Finac Alvar Alto bio je čuveni:
- a) naučnik
 - b) kompozitor
 - c) **arhitekta**
47. Jugoslovenski pozorišni festival „Bez prevoda“ se održava u:
- a) **Užicu**
 - b) Novom Sadu
 - c) Beogradu
48. Nedavno preminuli pisac, autor knjiga „Estoril“, „Zamalek“ i „Odakle sam bila, više nisam“ zvao se:
- a) **Dejan Tiago-Stanković**
 - b) Borislav Pekić
 - c) Marko Vidojković
49. Seriju „Mladi papa“, kao i filmove „Velika lepota“ i „Mladost“ režirao je italijaski reditelj:
- a) Federiko Felini
 - b) **Paolo Sorrentino**
 - c) Pjer Paolo Pazolini
50. Bend koji je predstavljao Hrvatsku na Evroviziji 2023. godine zove se:
- a) **Let 3**
 - b) Prljavo kazalište
 - c) Dječaci

51. Poslednji svetski prvak u fudbalu je:
- a) **Argentina**
 - b) Francuska
 - c) Nemačka
52. Kako se zove klavir u koji se stavljaju različiti objekti između žica i na žice da bi se promenio originalni zvuk instrumenta:
- a) koncertni klavir
 - b) **preparirani klavir**
 - c) čembalo
53. Koje zanimanje ne postoji u domenu scenske rasvete i dizajna svetla:
- a) dizajner svetla
 - b) realizator svetla
 - c) **reditelj svetla**
54. Festival koji realizuju studenti 4. godine OAS Scenske arhitekture, tehnike i dizajna zove se:
- a) **Impuls**
 - b) Inbox
 - c) Puls
55. Valer je:
- a) **količina svetla u boji**
 - b) ton boje
 - c) intenzitet boje
56. Kako računamo period trajanja jedne pozorišne sezone:
- a) **isto kao i jednu školsku godinu**
 - b) kao kalendarsku godinu
 - c) po finansijskim kvartalima
57. Orkestarska rupa nalazi se:
- a) **ispod proscenijuma**
 - b) ispod orkestra
 - c) ispod gledališta
58. Bijonse je na svom koncertu u Londonu pre nekoliko nedjelja nosila haljinu koju je dizajnirala poznata srpska kreatorka:
- a) Dragana Ognjenović
 - b) **Roksanda Ilinčić**
 - c) Ana Ljubinković
59. Konverzacijski generativni četbot kompanije Google, zasnovan na veštačkoj inteligenciji, poznat je pod nazivom:
- a) **Bard**
 - b) Bing
 - c) ChatGPT

60. Pamela Hauard napisala je knjigu:

- a) **Šta je scenografija?**
- b) Šta je scenski dizajn?
- c) Šta je umetnost pozorišta?

PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE

za upis na osnovne strukovne studije na studijskom programu
Softverske i informacione tehnologije.

- Data je kvadratna jednačina $x^2 - (a - 1)x + a - 2 = 0$, $a \in \mathbb{R}$.
 - Za koje vrednosti parametra a jednačina ima realna rešenja?
 - Za koje su vrednosti parametra a oba rešenja jednačine pozitivna?
- U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu $14 \cdot 2^{2x-1} - 9 \cdot 14^x + 14 \cdot 7^{2x-1} = 0$.
- U skupu realnih brojeva rešiti nejednačinu $\log_7(2x + 3) - 2 \leq \log_{\frac{1}{7}} \frac{49}{9 - x}$.
- U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu $-2 \sin^2 x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 = 0$.
- Četvrti član aritmetičke progresije je $\frac{9}{2}$, a zbir prvih 8 članova je 38. Odrediti zbir prvih pet članova ove progresije.
 - Izračunati sumu $3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 55$.

- Na stranicama kvadrata $ABCD$ date su tačke M , N , P i Q tako da je

$$AM : MB = CN : NB = CP : PD = AQ : QD = 1 : 4.$$

Ako je stranica kvadrata dužine a , izračunati obim i površinu pravougaonika $MNPQ$.

- Površina kupe je $384\pi \text{cm}^2$, a bočna ivica je $s = 20 \text{cm}$. Odrediti zapreminu kupe.
- U razvoju binoma $\left(x + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^n$ količnik koeficijenata četvrtog i trećeg člana je $\frac{13}{3}$.
 - Koliko članova ima u razvoju ovog binoma?
 - Odrediti član oblika $\frac{m}{x}$, $m \in \mathbb{N}$?
- Date su tačke $A(-1, 3, -2)$ i $B(1, 1, -1)$ i vektor $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 3\vec{k}$.
 - Izračunati koordinate tačke C .
 - Izračunati koordinate tačke D tako da $ABCD$ bude paralelogram.
 - Izračunati ugao između vektora \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{BD} .
 - Pokazati da je $ABCD$ romb.
- Dat je kompleksan broj $z = \frac{2i}{1+i}$.
 - Odrediti realan i imaginarni deo broja z , moduo $|z|$, kao i kompleksan broj $z + \bar{z}$, gde je \bar{z} konjugovano kompleksni broj broja z .
 - Izračunati z^8 .

REŠENJA ZADATAKA

1. (a) Kvadratna jednačina ima realna rešenja za $D \geq 0$. Kako je

$$D = (-(a-1))^2 - 4(a-2) = a^2 - 2a + 1 - 4a + 8 = a^2 - 6a + 9 = (a-3)^2,$$

sledi da je $D \geq 0$ za $(a-3)^2 \geq 0$, što je ispunjeno za svaki realan broj a .

- (b) Neka su x_1 i x_2 rešenja date kvadratne jednačine. Ova rešenja će biti pozitivna za $D \geq 0$, $x_1 + x_2 > 0$ i $x_1 \cdot x_2 > 0$. Kako je pod (a) pokazano da je $D \geq 0$ za svaki realan broj a , ostaje još da se ispituju preostala dva uslova. Po Vijetovim formulama $x_1 + x_2 = a - 1$, a $x_1 \cdot x_2 = a - 2$, pa je potrebno odrediti a tako da bude $a - 1 > 0$ i $a - 2 > 0$, tj. $a > 1$ i $a > 2$. Dakle, oba rešenja kvadratne jednačine su pozitivna za $a \in (2, \infty)$.

2. Data jednačina je definisana za $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} 14 \cdot 2^{2x-1} - 9 \cdot 14^x + 14 \cdot 7^{2x-1} &= 0 \iff 7 \cdot 2^{2x} - 9 \cdot 7^x \cdot 2^x + 2 \cdot 7^{2x} = 0 \\ \iff 2^{2x} \left(7 - 9 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{2x} \right) &= 0 \iff 7 - 9 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{7}{2}\right)^{2x} = 0, \end{aligned}$$

jer je $2^{2x} \neq 0$ za svako $x \in \mathbb{R}$. Uvođenjem smene $t = \left(\frac{7}{2}\right)^x$, $t > 0$ dobija se kvadratna jednačina $2t^2 - 9t + 7 = 0$ čija su rešenja $t_1 = 1$ i $t_2 = \frac{7}{2}$. Vraćanjem smene dobija se da je $\left(\frac{7}{2}\right)^x = 1 \iff x = 0$ i $\left(\frac{7}{2}\right)^x = \frac{7}{2} \iff x = 1$. Dakle, $x \in \{0, 1\}$.

3. Data nejednačina je definisana za $x \in \left(-\frac{3}{2}, 9\right)$ jer je potrebno da bude $2x + 3 > 0$, $\frac{49}{9-x} > 0$ i $9 - x \neq 0$, tj. $x > -\frac{3}{2}$ i $x < 9$.

$$\begin{aligned} \log_7(2x+3) - 2 \leq \log_{\frac{1}{7}} \frac{49}{9-x} &\iff \log_7(2x+3) - \log_7 7^2 \leq -\log_7 \frac{49}{9-x} \\ \iff \log_7 \frac{2x+3}{49} \leq \log_7 \frac{9-x}{49} &\iff \frac{2x+3}{49} \leq \frac{9-x}{49} \iff 2x+3 \leq 9-x \iff 3x \leq 6 \iff x \leq 2. \end{aligned}$$

Iz prethodne nejednakosti i oblasti definisanosti sledi da je rešenje date nejednačine $x \in \left(-\frac{3}{2}, 2\right]$.

4. Data jednačina je definisana za $x \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} -2 \sin^2 x + \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 1 &= 0 \iff -2 \sin^2 x + \cos x + 1 = 0 \\ \iff -2(1 - \cos^2 x) + \cos x + 1 &= 0 \iff 2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \\ \iff (t = \cos x \wedge 2t^2 + t - 1 = 0) &\iff \left(t = \cos x \wedge \left(t = \frac{1}{2} \vee t = -1\right)\right) \end{aligned}$$

Iz $\cos x = \frac{1}{2}$ sledi da je rešenje polazne jednačine $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Iz $\cos x = -1$ sledi da je rešenje polazne jednačine $x = \pi + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

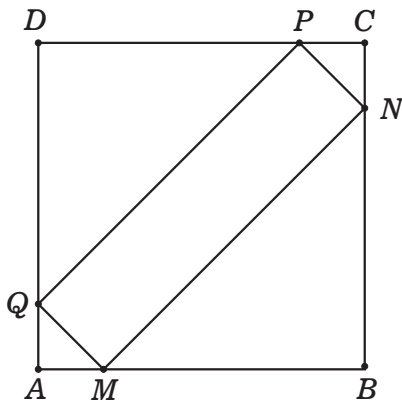
Dakle, $x \in \left\{\frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \left\{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\right\} \cup \{\pi + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

5. (a) Kako je četvrti član aritmetičke progresije $\frac{9}{2}$, tj. $a_4 = \frac{9}{2}$, sledi da je $a_1 + 3d = \frac{9}{2}$. Zbir prvih 8 članova je 38, tj. $S_8 = 38$, pa je $\frac{8}{2}(2a_1 + 7d) = 38$. Rešavanjem sistema $a_1 + 3d = \frac{9}{2}$ i $4(2a_1 + 7d) = 38$ dobija se da je $d = \frac{1}{2}$, a $a_1 = 3$. Zbir prvih pet članova ove progresije sada je $S_5 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = \frac{5}{2} \cdot 8 = 20$.
- (b) Data suma je suma n članova aritmetičke progresije za koju važi da je $a_1 = 3$ i $d = 4$. Broj članova progresije n dobija se iz

$$a_n = 55 \iff a_1 + (n-1)d = 55 \iff 3 + 4(n-1) = 55 \iff n-1 = 13 \iff n = 14,$$

$$\text{pa je } 3 + 7 + 11 + 15 + \dots + 55 = S_{14} = \frac{14}{2}(3 + 55) = 406.$$

6.



Iz uslova zadatka tačka M deli stranicu $AB = a$ u odnosu 1 : 4, tj. važi da je $AM : MB = 1 : 4$, pa je $4AM = MB$. Kako je $AM + MB = AB$, to je $AM = \frac{a}{5}$, a $MB = \frac{4a}{5}$. Analogno se dobija da je $CN = CP = AQ = \frac{a}{5}$ i $NB = PD = QD = \frac{4a}{5}$.

Iz pravouglog $\triangle CPN$ sledi da je $PN^2 = CN^2 + CP^2$, pa je $PN = CN \cdot \sqrt{2} = \frac{a\sqrt{2}}{5}$.

Iz pravouglog $\triangle MBN$ sledi da je $MN^2 = MB^2 + BN^2$, pa je $MN = \frac{4a\sqrt{2}}{5}$.

Sada je obim $O = 2(MN + PN) = 2\left(\frac{4a\sqrt{2}}{5} + \frac{a\sqrt{2}}{5}\right) = 2\sqrt{2}a$, a površina $P = MN \cdot NP = \frac{4a\sqrt{2}}{5} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{5} = \frac{8}{25}a^2$.

7. Neka je r poluprečnik kruga koji se nalazi u osnovi kupe. Iz formule za površinu kupe $P = B + M = r^2\pi + r\pi s$ dobija se kvadratna jednačina $r^2 + 20r - 384 = 0$ čija su rešenja $r_1 = 12$ i $r_2 = -32$. Rešenje r_2 se odbacuje jer mora biti $r > 0$, pa je $r = 12\text{cm}$. Dalje je, $s^2 = H^2 + r^2$, pa je $H = 16\text{cm}$. Sada je zapremina kupe $V = \frac{1}{3}BH = \frac{1}{3}r^2\pi H = \frac{1}{3} \cdot 12^2 \cdot 16 \cdot \pi = 768\pi\text{cm}^2$.

8. Koeficijent četvrtog člana je $\binom{n}{3}$, a trećeg $\binom{n}{2}$, pa je

$$\frac{\binom{n}{3}}{\binom{n}{2}} = \frac{13}{3} \iff \frac{\frac{n!}{3! \cdot (n-3)!}}{\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}} = \frac{13}{3} \iff \frac{(n-2) \cdot (n-3)!}{3(n-3)!} = \frac{13}{3} \iff n-2 = 13 \iff n = 15.$$

- (a) U razvoju ovog binoma ima 16 članova.

(b) Traži se član oblika $\frac{m}{x}$. Kako je

$$\left(x + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{15} = \sum_{k=0}^{15} \binom{15}{k} (x)^{15-k} \left(x^{-\frac{1}{3}}\right)^k = \sum_{k=0}^{15} \binom{15}{k} x^{15-k-\frac{k}{3}} = \sum_{k=0}^{15} \binom{15}{k} x^{15-\frac{4}{3}k},$$

to treba odrediti k tako da je $15 - \frac{4}{3}k = -1$, što važi za $k = 12$.

Dakle, 13. član je oblika $\binom{15}{12} x^{-1} = \frac{15!}{12! \cdot 3!} x^{-1} = \frac{15 \cdot 14 \cdot 13}{3 \cdot 2} x^{-1} = \frac{455}{x}$.

9. (a) Neka tačka C ima koordinate $C(x_C, y_C, z_C)$. Kako je $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = (x_C + 1, y_C - 3, z_C + 2)$, a iz postavke zadatka $\overrightarrow{AC} = (3, -4, 3)$ to je $x_C = 2, y_C = -1$ i $z_C = 1$, tj. $C(2, -1, 1)$.
- (b) Četvrto teme $D(x_D, y_D, z_D)$ paralelograma $ABCD$ dobija se iz uslova da je vektor $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = (2 - x_D, -1 - y_D, 1 - z_D)$ jednak vektoru $\overrightarrow{AB} = (2, -2, 1)$, tj.

$$\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB} \iff (2 - x_D, -1 - y_D, 1 - z_D) = (2, -2, 1)$$

pa je $D(0, 1, 0)$.

- (c) Kako je $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OB} = (0, 1, 0) - (1, 1, -1) = (-1, 0, 1)$ to je

$$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (3, -4, 3) \cdot (-1, 0, 1) = 0,$$

što znači da su vektori \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{BD} normalni i ugao između njih je $\frac{\pi}{2}$.

- (d) Prvi način: Pod (c) je pokazano da je ugao između vektora \overrightarrow{AC} i \overrightarrow{BD} prav, što znači da su dijagonale u ovom paralelogramu ortogonalne pa je $ABCD$ romb.

Drugi način: Kako je $\overrightarrow{AD} = (1, -2, 2)$ dobija se da je $|\overrightarrow{AD}| = \sqrt{1+4+4} = 3$. Pošto je i $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{4+4+1} = 3$, sledi da dati paralelogram ima jednake stranice pa je romb.

10. (a) Kako je $z = \frac{2i}{1+i} \cdot \frac{1-i}{1-i} = \frac{2i+2}{2} = 1+i$, dobija se da je $Re(z) = Im(z) = 1, |z| = \sqrt{2}$, a $z + \bar{z} = 1+i+1-i = 2$.
- (b) $z^8 = (1+i)^8 = ((1+i)^2)^4 = (2i)^4 = 16$.