

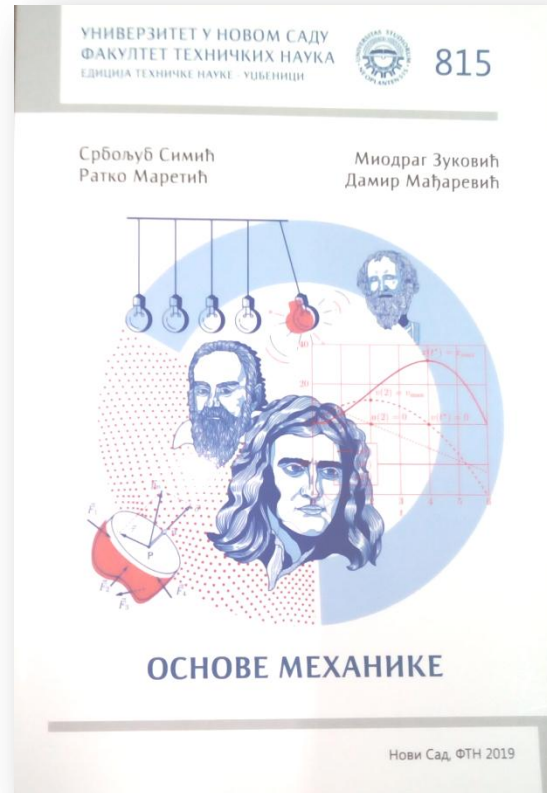
Динамика – 1. део

Динамика материјалне тачке – Њутнови закони

Основе механике
Инжењерство заштите на раду
Миодраг Зуковић

Литература

- Симић, Маретић, Зуковић, Мађаревић: **Основе механике**, ФТН издаваштво, Нови Сад, 2019.



Шта ћемо научити?

- 33. Основне динамичке величине: стање кретања, принцип одређености, маса, количина кретања.
- 34. Њутнови закони механике.
- 35. Структура сила у динамици. Основни задаци динамике. Други Њутнов закон за везано кретање.

Динамика

Део механике који се бави изучавањем кретања материјалних тала и дејствима која том приликом настају.

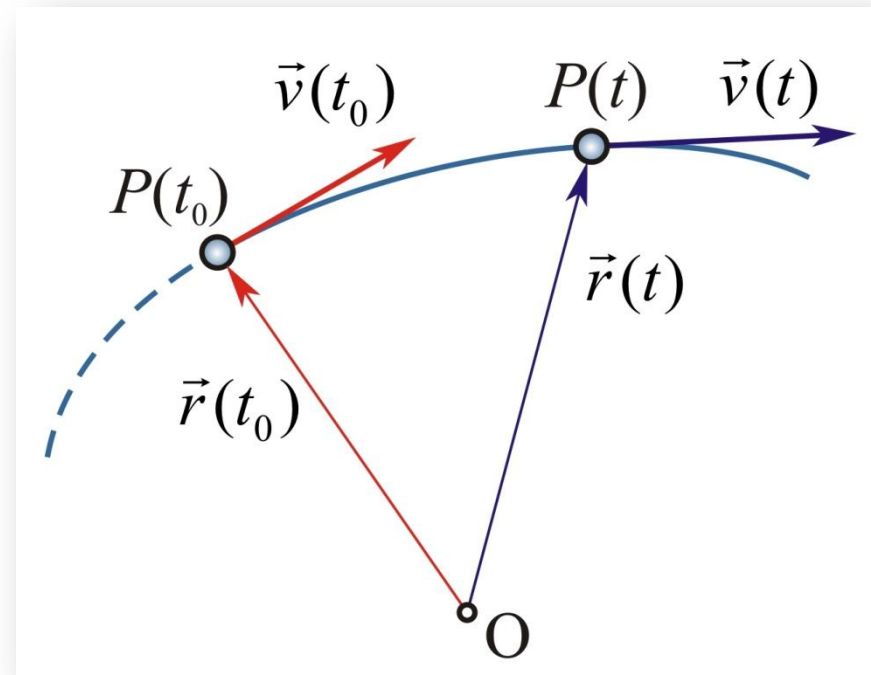
33. Основне динамичке величине: стање кретања, принцип одређености, маса, количина кретања.

- Стање кретања:

$$\vec{r}(t), \vec{v}(t)$$

- Почетно стање кретања:

$$\vec{r}_0 = \vec{r}(t_0), \vec{v}_0 = \vec{v}(t_0)$$



- **Њутн-Лапласов принцип одређености**

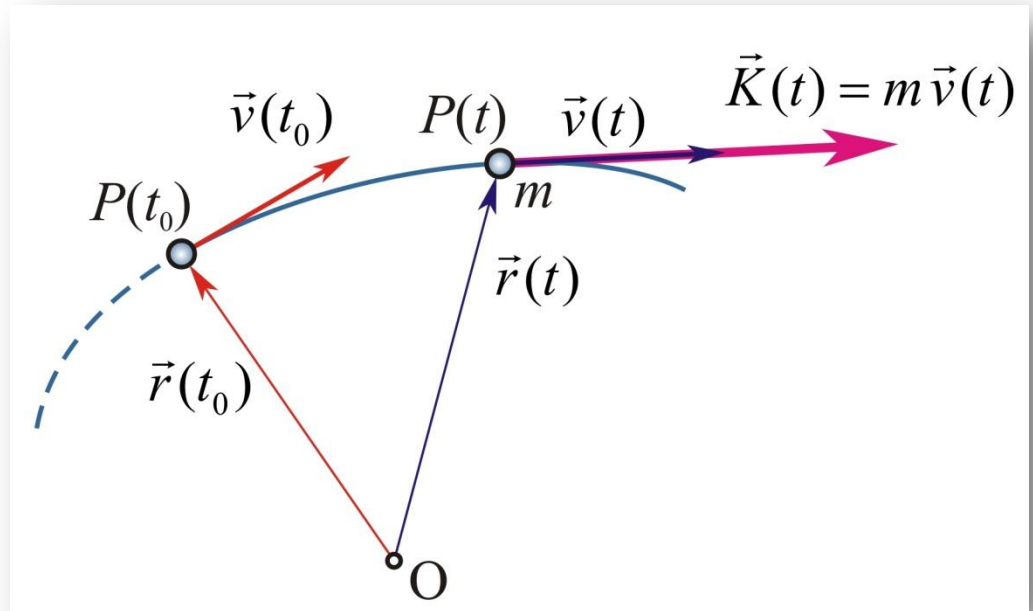
Стање кретања материјалне тачке у почетном тренутку t_0 једнозначно одређује њено потоње кретање, за $t > t_0$.

- Маса
 - адитивна величина

$$M = m_1 + \dots + m_N = \sum_{i=1}^N m_i$$

- Количина кретања

$$\vec{K}(t) = m \vec{v}(t)$$



34. Њутнови закони механике

Њутнови закони механике

- 1. Њутнов закон – закон инерције
- 2. Њутнов закон – основни закон динамике
- 3. Њутнов закон – закон акције и реакције

1. Њутнов закон – закон инерције

Тело (тачка) остаје у стању мировања или једноликог праволинијског кретања све док под дејством силе не буде принуђено да то стање промени

- Закон постулира два природна стања кретања:

$$\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0, \vec{v}(t_0) = \vec{0} \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0, \vec{v}(t) = \vec{0}$$

$$\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0, \vec{v}(t_0) = \vec{v}_0 \quad \Rightarrow \quad \vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 t, \vec{v}(t) = \vec{v}_0$$

1. Њутнов закон – закон инерције

- Случај када на тело дејствује више сила

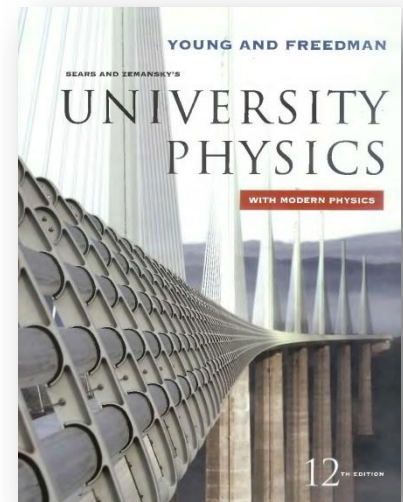
$$\vec{F}_r = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = \vec{0}$$

$$F_{xr} = \sum_{i=1}^n F_{xi} = 0 \quad F_{yr} = \sum_{i=1}^n F_{yi} = 0 \quad F_{zr} = \sum_{i=1}^n F_{zi} = 0$$

1. Њутнов закон – закон инерције

Пример 1

У филму *Rocketship X-M* из 1950. год., свемирком броду, који се креће у вакууму далеко од било ког небеског тела, изненада отказује мотор. Брод успорава и стаје.?



Conceptual Example 4.2 Zero net force means constant velocity

In the classic 1950 science fiction film *Rocketship X-M*, a spaceship is moving in the vacuum of outer space, far from any planet, when its engine dies. As a result, the spaceship slows down and stops. What does Newton's first law say about this event?

SOLUTION

In this situation there are no forces acting on the spaceship, so according to Newton's first law, it will *not* stop. It continues to move in a straight line with constant speed. Some science fiction movies have made use of very accurate science; this was not one of them.

1. Њутнов закон – закон инерције

Пример 2

Возиш свој Porsche Carrera GT ауто-путем, „правим као стрела“, константном брзином 150 km/h. Престижеш VW „бубу“ из 1971. године која се креће константном брзином 75 km/h. На које возило дејствује већа резултујућа сила?



Conceptual Example 4.3 Constant velocity means zero net force

You are driving a Porsche Carrera GT on a straight testing track at a constant speed of 150 km/h. You pass a 1971 Volkswagen Beetle doing a constant 75 km/h. For which car is the net force greater?

SOLUTION

The key word in this question is “net.” Both cars are in equilibrium because their velocities are both constant; therefore the *net* force on each car is *zero*.

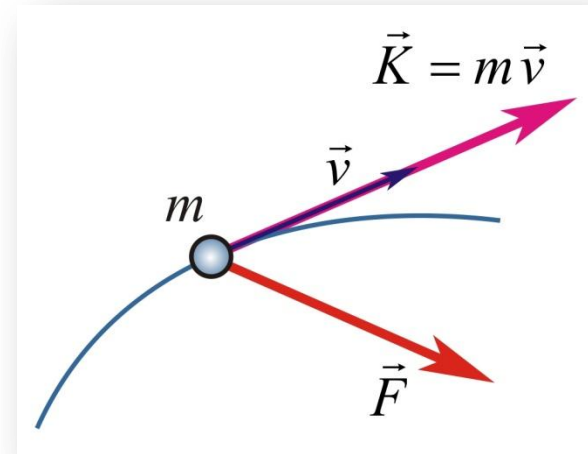
This conclusion seems to contradict the “common sense” idea that the faster car must have a greater force pushing it. It’s true that

the forward force on your Porsche is much greater than that on the Volkswagen (thanks to your Porsche’s high-power engine). But there is also a *backward* force acting on each car due to road friction and air resistance. The only reason these cars need engines is to counteract this backward force so that the vector sum of the forward and backward forces will be zero and the car will travel with constant velocity. The backward force on your Porsche is greater because of its greater speed, so its engine has to be more powerful than the Volkswagen’s.

2. Њутнов закон – основни закон динамике

- Количина кретања

$$\vec{K} = m \vec{v}$$



- Основни закон динамике

Промена количине кретања материјалне тачке једнака сили која на ту тачку дејствује.

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$$

$$\dot{\vec{K}} = \vec{F}$$

2. Њутнов закон – основни закон динамике

- „Уобичајени” облик

$$\vec{K} = m \vec{v}$$

$$m = \text{const}$$

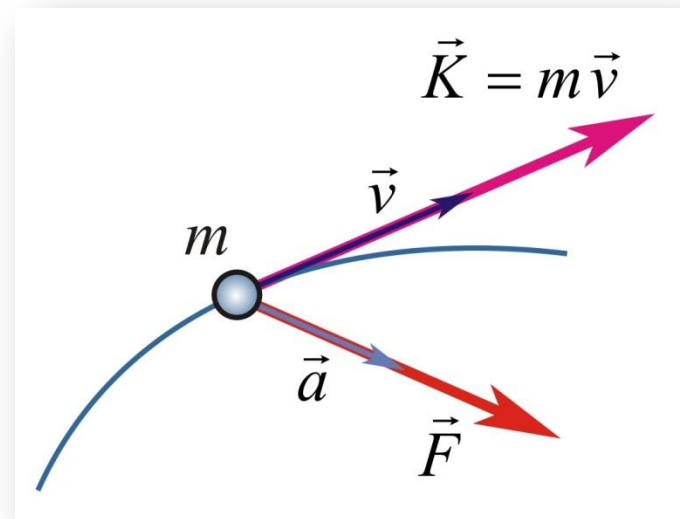
$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = m \frac{d\vec{v}}{dt} = m\vec{a}$$

$$\frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{F}$$

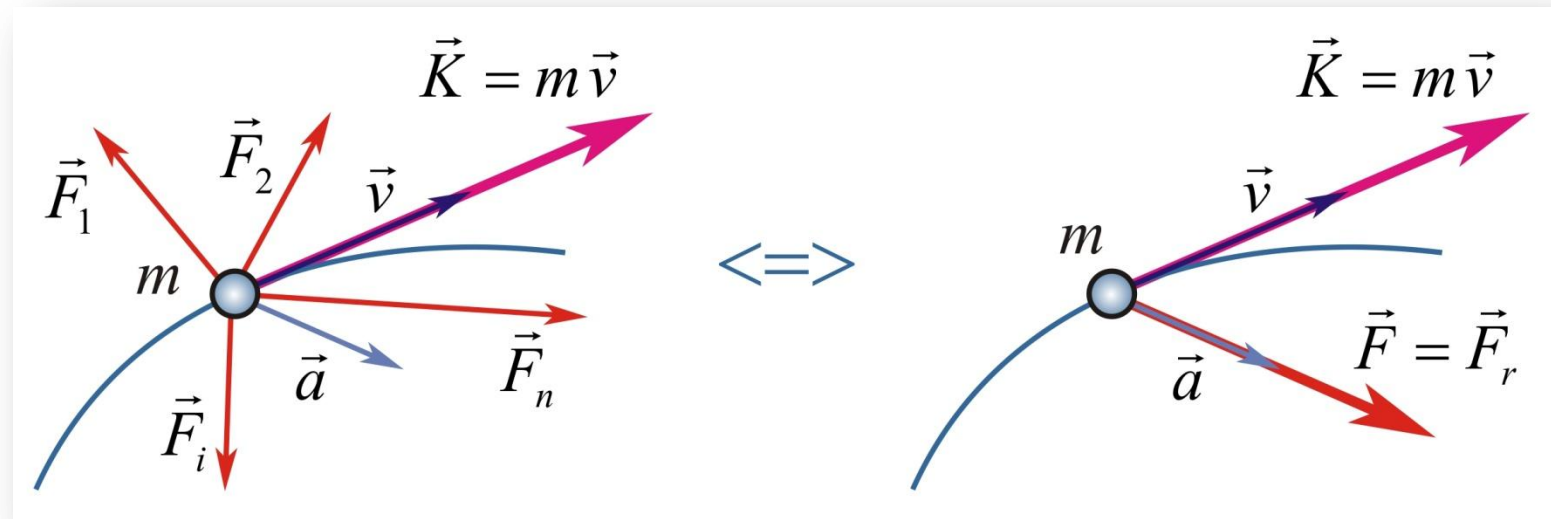


$$m \vec{a} = \vec{F}$$

Производ масе и убрзања материјалне тачке једнак је сили која на њу дејствује.



2. Њутнов закон – основни закон динамике



$$m\vec{a} = \vec{F}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_r = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

2. Њутнов закон — основни закон динамике

- закон инерције као последица основног закона динамике

$$\vec{F} = \vec{F}_r = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$$

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

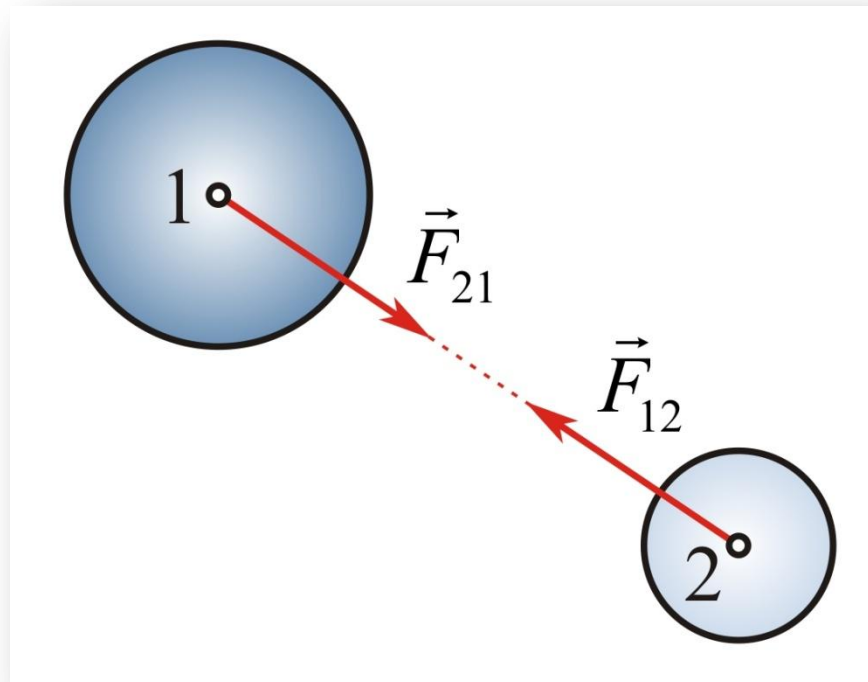
$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = 0$$



$$\vec{v} = \overrightarrow{\text{const}}$$

3. Њутнов закон – закон акције и реакције

- Две тачке узајамно дејствују једна на другу силама истог правца, једнаких интензитета, а супротних смерова.



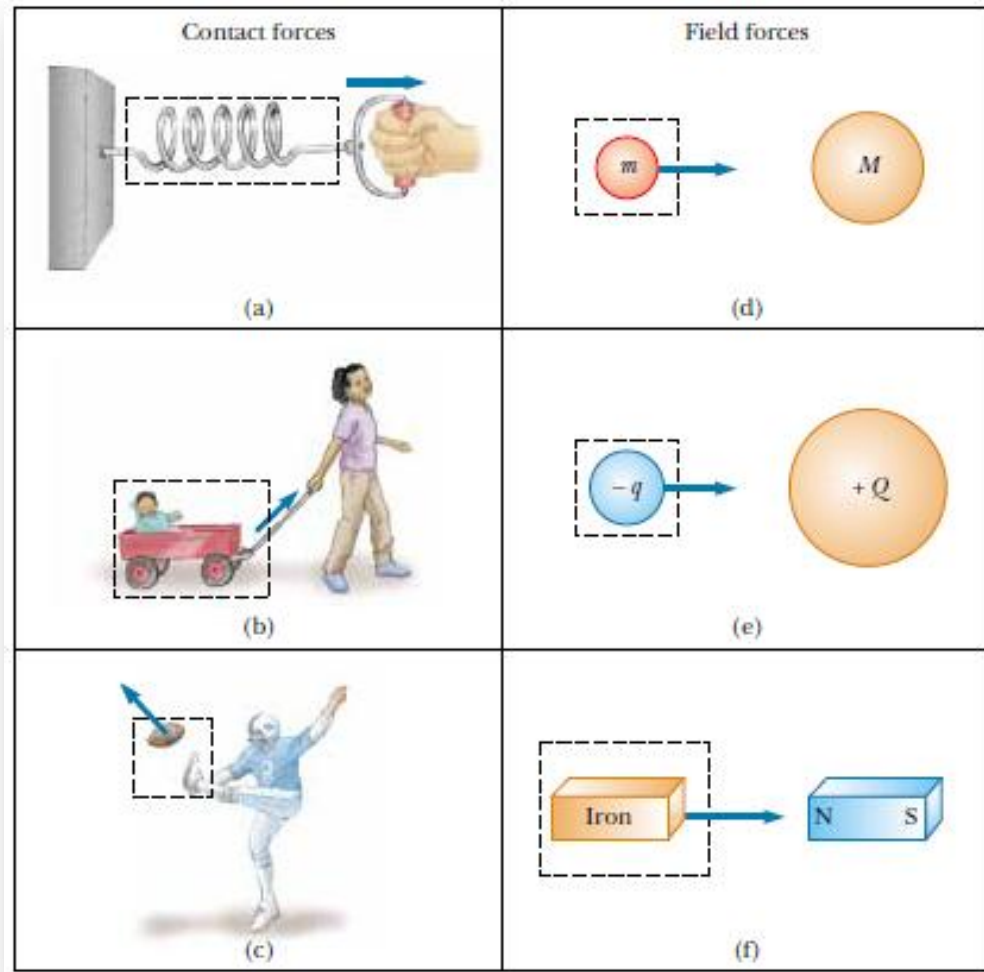
$$\vec{F}_{21} = -\vec{F}_{12}$$

$$|\vec{F}_{21}| = |\vec{F}_{12}|$$

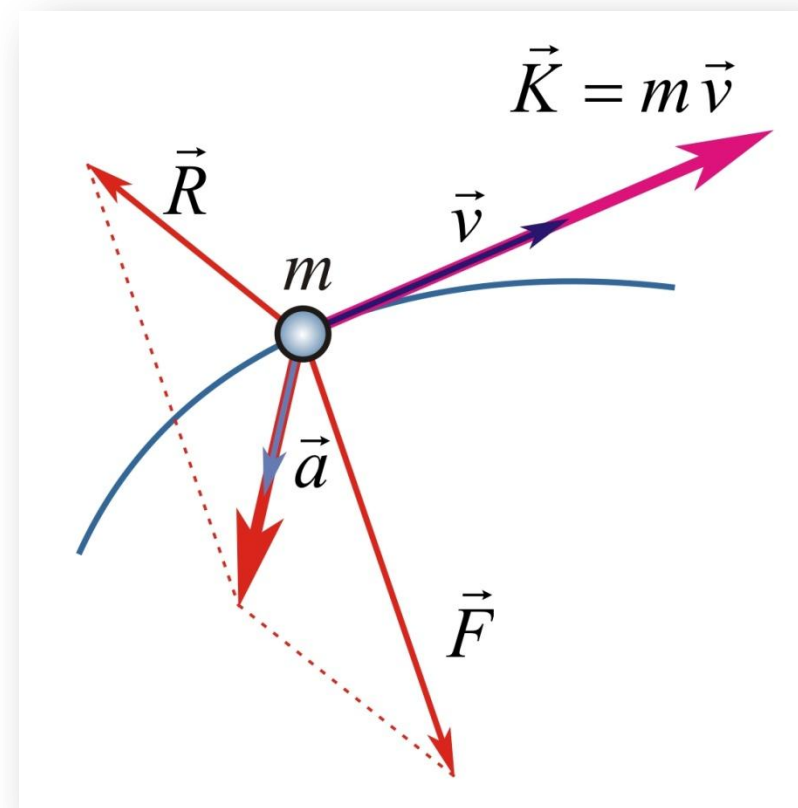
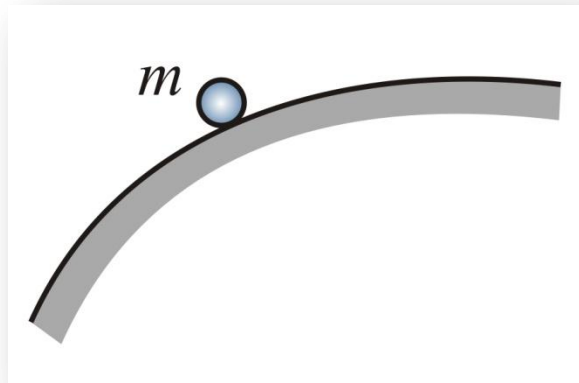
35. Структура сила у динамици. Основни задаци динамике. Други Њутнов закон за везано кретање.

Два начина дејства силе

- Директни
 - непосредни контакт два тела
- Индиректни
 - посредством физичког поља



Други Њутнов закон за везано кретање



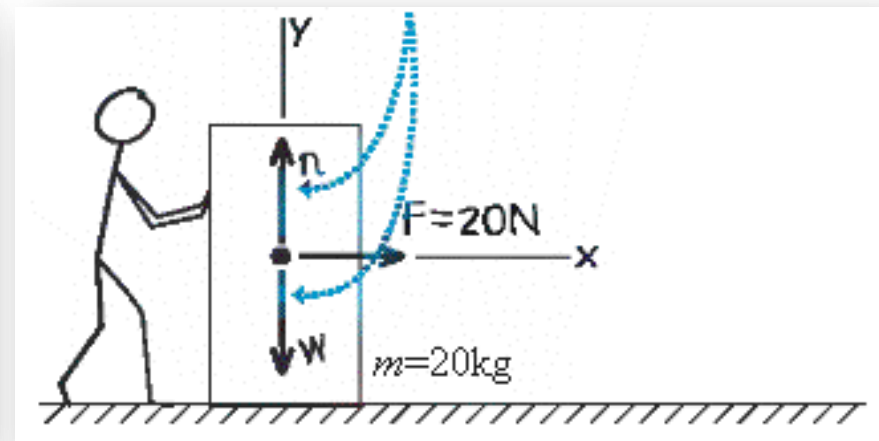
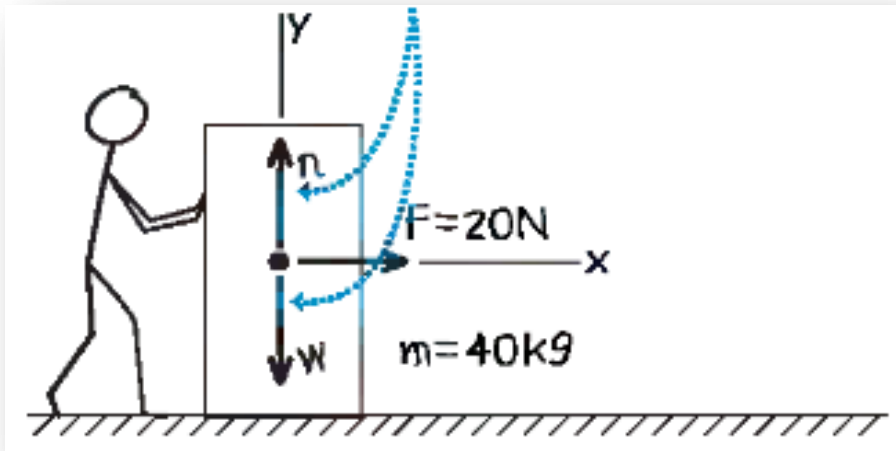
$$m\vec{a} = \vec{F} + \vec{R}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_r = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

$$\vec{R} = \vec{R}_r = \sum_{j=1}^m \vec{R}_j$$

Пример

Радник гура колица са материјалом константном силом од 20 N. Маса колица са материјалом је 40 kg. После истовара дела материјала на првом радном месту маса колица се смањила на 20 kg, а радник је наставио да их гура истом силом. Одредити убрзање колица пре и после истовара на првом радном месту.



Структура сила у динамици

- Структура сила у механици

$$\vec{F} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{v})$$

- Структура 2. Њутновог закона

$$\vec{v} = \dot{\vec{r}}$$

$$\vec{a} = \ddot{\vec{r}}$$

$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}(t, \vec{r}, \dot{\vec{r}})$$

Основни задаци динамике

- Први задатак динамике – Директни проблем
- Други задатак динамика – Инверзни проблем

Основни задаци динамике

- Директни проблем

Дато је кретање материјалне тачке $\vec{r}(t)$, а потребно је одредити силе које дејствују на њу.

$$m \vec{a} = \vec{F}$$



$$\vec{F} = m \vec{a}$$

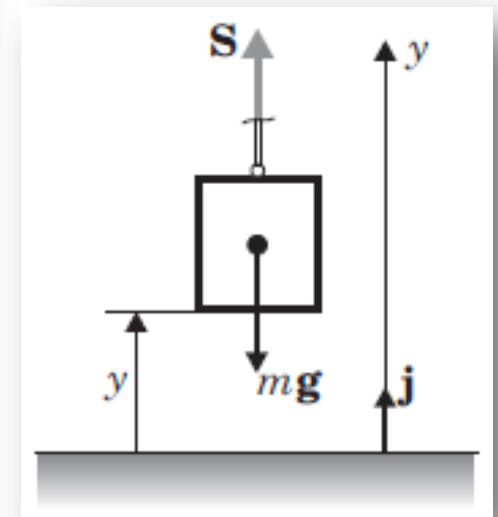
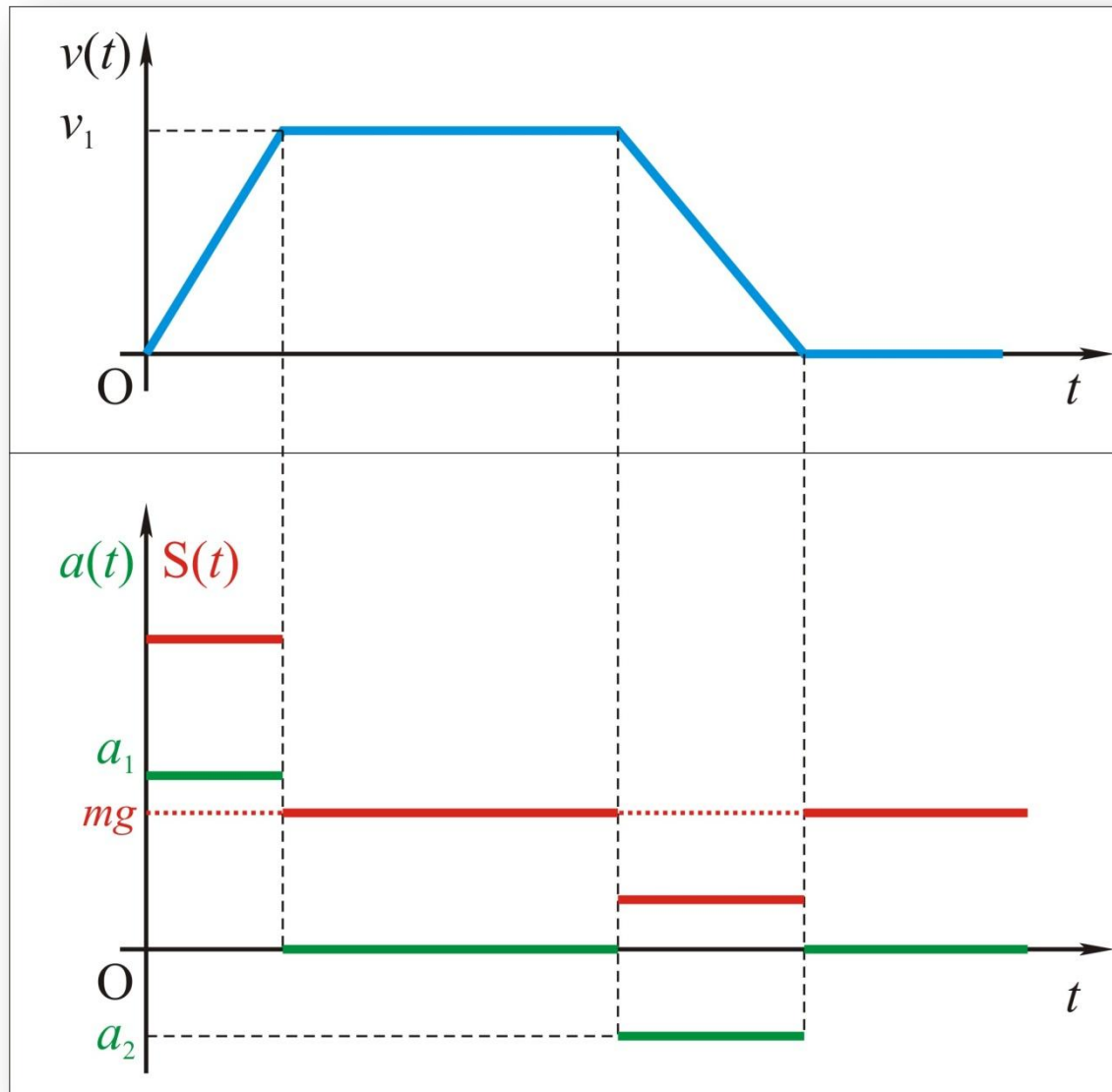
$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$$

$$\vec{F}(t) = m \ddot{\vec{r}}(t)$$

Пример – директни проблем

Пример 5.1 *Лифт, чија је маса заједно са путницима једнака m , започиње кретање из приземља без почетне брзине. Током првог интервала кретања $t \in [0, t_1]$ креће се једнакоубрзано константним убрзањем $a_1 > 0$. Потом, у интервалу $t \in [t_1, t_2]$, наставља кретање константном брзином $v_1 = v(t_1) = \text{const.}$ достигнутом на крају претходног интервала. У последњем периоду кретања, $t \in [t_2, t_3]$, лифт се креће једнакоуспорено константним “успорењем” $-a_3 < 0$ до заустављања у тренутку t_3 , $v(t_3) = 0$. Одредити силу затезања сајле, којом је лифт повезан са електромотором, током овог кретања.*



Основни задаци динамике

- Инверзни проблем

Дате су силе које дејствују на материјалну тачку, а потребно је одредити њено кретање.

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{v})$$

$$\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$$

$$\vec{a}(t) = \ddot{\vec{r}}(t)$$

Основни задаци динамике

- Инверзни проблем

$$m \ddot{\vec{r}} = \vec{F}(t, \vec{r}, \vec{v})$$

- Почетни услови:

$$\vec{r}(t_0) = \vec{r}_0, \quad \vec{v}(t_0) = \vec{v}_0$$

Основни задаци динамике

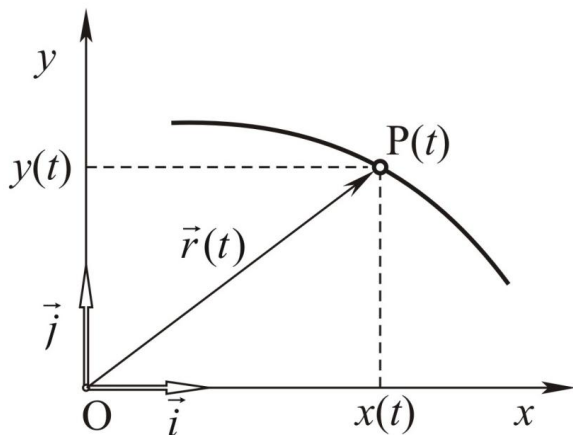
- Диференцијалне једначине кретања
 - Декартов координатни систем

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

$$m(\ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j}) = X\vec{i} + Y\vec{j}$$

$$m \ddot{x} = X$$

$$m \ddot{y} = Y$$



Почетни услови:

$$t = t_0, \quad x(t_0) = x_0, y(t_0) = y_0, \\ \dot{x}(t_0) = \dot{x}_0, \dot{y}(t_0) = \dot{y}_0.$$

Основни задаци динамике

- Диференцијалне једначине кретања
 - Природни координатни систем

$$m \vec{a} = \vec{F}$$

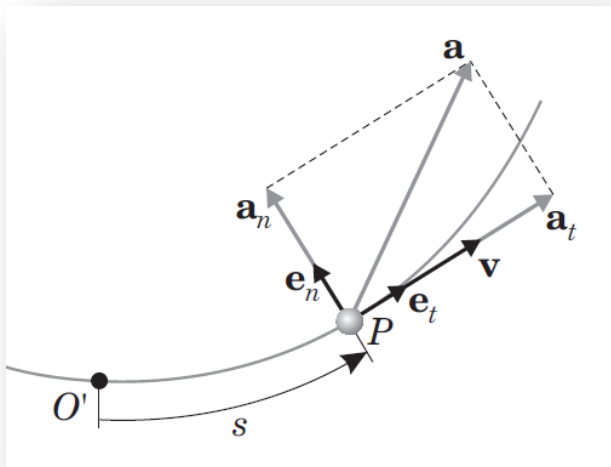
$$m \left(\ddot{s} \vec{e}_t + \frac{\dot{s}^2}{R_K} \vec{e}_n \right) = F_t \vec{e}_t + F_n \vec{e}_n$$

$$m \ddot{s} = F_t$$

$$m \frac{\dot{s}^2}{R_K} = F_n$$

Почетни услови:

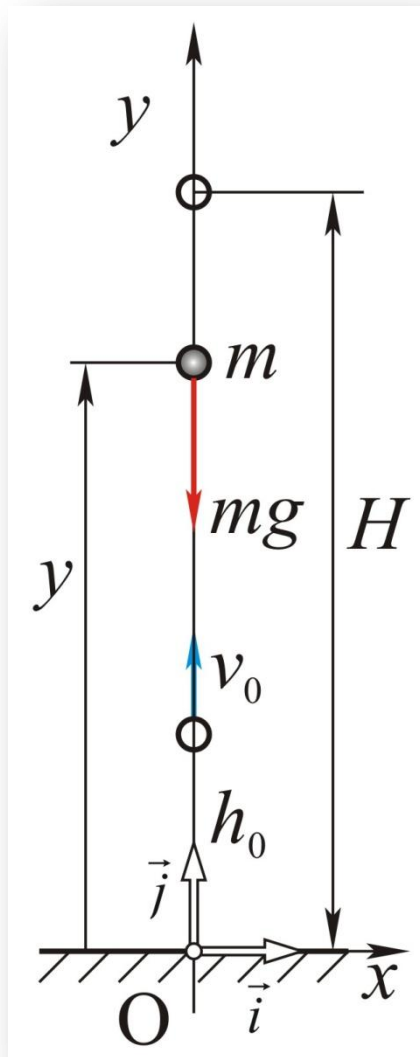
$$t = t_0, \quad s(t_0) = s_0, \quad \dot{s}(t_0) = \dot{s}_0.$$



Пример – инверзни проблем

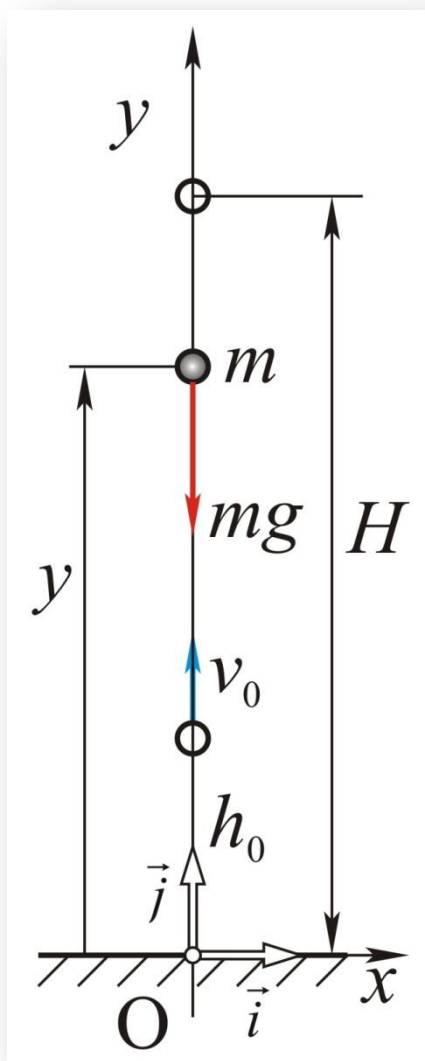
Пример 5.2 Материјална тачка масе m креће се у хомогеном пољу силе Земљине тежје. Са висине h_0 изнад површине земље бачена је вертикално увис брзином v_0 . Занемарујући све силе осим силе тежине одредити:

- а) кретање материјалне тачке;
- б) висину лета H тачке полазећи од параметарске једначине кретања;
- в) брзину тачке у функцији положаја и полазећи од ове једначине одредити висину лета тачке;
- г) као специјални случај анализирати слободни пад тачке ($v_0 = 0$) и одредити брзину тачке приликом удара о тло.

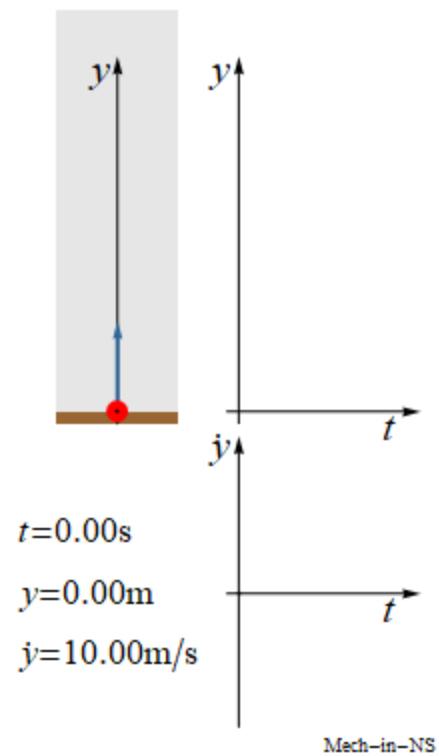


Решење:

<http://www.mech-in-ns.ftn.uns.ac.rs/projects/9-hitac-navise/>



Hitac naviše – bez otpora



Шта смо научили?

- 33. Основне динамичке величине: стање кретања, принцип одређености, маса, количина кретања.
- 34. Њутнови закони механике.
- 35. Структура сила у динамици. Основни задаци динамике. Други Њутнов закон за везано кретање.

Динамика – 1. део

Динамика материјалне тачке – Њутнови закони

Основе механике
Инжењерство заштите на раду
Миодраг Зуковић