FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
NOVI SAD

REŠENJA ZADATAKA SA PRIJEMNOG ISPITA IZ MATEMATIKE ZA OBLASTI: ELEKTROTEHNIČKO I RAČUNARSKO INŽENJERSTVO, INŽENJERSTVO INFORMACIONIH SISTEMA, BIOMEDICINSKO INŽENJERSTVO I MEHATRONIKA

01.07.2015.

1. Dati su kompleksni brojevi $z_1 = 2+3i$ i $z_2 = -2+i$.

a) Pokazati da su z_1 i z_2 nule funkcije $f(z) = z^2 - 4zi - 7 - 4i$.

b) Izračunati vrednost izraza $\dfrac{z_1 - \overline{z_1}}{1 + z_1\overline{z_1}}$.

Rešenje: a) I način:
$$\begin{aligned} f(z_1) &= (2+3i)^2 - 4(2+3i)i - 7 - 4i = 4 + 12i - 9 - 8i + 12 - 7 - 4i = 0,\\ f(z_2) &= (-2+i)^2 - 4(-2+i)i - 7 - 4i = 4 - 4i - 1 + 8i + 4 - 7 - 4i = 0. \end{aligned}$$

II način: Kako je $z_1 + z_2 = 4i$ i $z_1 \cdot z_2 = -7-4i$, na osnovu Vijetovih formula, z_1 i z_2 su rešenja jednačine $f(z) = 0$.

b) $\dfrac{z_1 - \overline{z_1}}{1 + z_1\overline{z_1}} = \dfrac{2i \cdot Im(z_1)}{1 + |z_1|^2} = \dfrac{2i \cdot 3}{1 + 2^2 + 3^2} = \dfrac{6i}{14} = \dfrac{3}{7}i.$

2. Za koje vrednosti realnog parametra k jednačina $x^2 - (k^2+2)x + k^4 - 2k^2 + 1 = 0$ ima:

a) jedan koren (rešenje) jednak 0?

b) jednake korene (rešenja)?

Rešenje: a) Uvrštavanjem $x = 0$ u početnu jednačinu dobijamo $k^4 - 2k^2 + 1 = 0$. Uvodeći smenu $t = k^2$, dobijamo kvadratnu jednačinu $t^2 - 2t + 1 = 0$, čije je rešenje $t_{1,2} = 1$, pa su vrednosti traženog parametra $k = \pm 1$.

b) Jednačina ima jednake korene (rešenja) ako je njena diskriminanta jednaka 0.

$(k^2+2)^2 - 4(k^4 - 2k^2 + 1) = 0 \Leftrightarrow -3k^4 + 12k^2 = 0 \Leftrightarrow -3k^2(k^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow k \in \{-2, 0, 2\}$.

3. Data je funkcija f sa $f(x) = \log_3(x^2 - 5x + 7) + \log_{\frac{1}{27}}(x+8)^3$.

a) Odrediti oblast definisanosti funkcije f.

b) Rešiti jednačinu $f(x) = -1$.

Rešenje: a) Data funkcija je definisana ako je $x^2 - 5x + 7 > 0$ i $(x+8)^3 > 0$, tj. za $x \in (-8, +\infty)$.

b)
$$\begin{aligned} \log_3(x^2 - 5x + 7) + \log_{3^{-3}}(x+8)^3 = -1 \quad &\Leftrightarrow \left(\log_3 \frac{x^2 - 5x + 7}{x+8} = -\log_3 3 \wedge x > -8\right)\\ &\Leftrightarrow \left(\frac{x^2 - 5x + 7}{x+8} = \frac{1}{3} \wedge x > -8\right)\\ &\Leftrightarrow \left(3x^2 - 16x + 13 = 0 \wedge x > -8\right)\\ &\Leftrightarrow \left(x = 1 \vee x = \frac{13}{3}\right). \end{aligned}$$

Dakle, skup rešenja date jednačine je $\left\{1, \dfrac{13}{3}\right\}$.

4. Data je funkcija g sa $g(x) = 2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x + 20 \cdot 4^{x-1}$.

a) Odrediti nule funkcije g.

b) Odrediti onaj deo domena (oblasti definisanosti) gde je funkcija g negativna.

Rešenje: a) $2 \cdot 25^x - 7 \cdot 10^x + 20 \cdot 4^{x-1} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot 5^{2x} - 7 \cdot 5^x \cdot 2^x + 5 \cdot 2^{2x} = 0 \Leftrightarrow 2 \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right)^{2x} - 7 \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right)^x + 5 = 0.$

Uvođenjem smene $\left(\dfrac{5}{2}\right)^x = t$ u poslednju jednačinu dobija se $2t^2 - 7t + 5 = 0$, čija su rešenja $t = 1$ i $t = \dfrac{5}{2}$.

Rešavanjem jednačina $\left(\dfrac{5}{2}\right)^x = 1$ i $\left(\dfrac{5}{2}\right)^x = \dfrac{5}{2}$, dobijamo da su nule date funkcije $x = 0$ i $x = 1$.

b) Na osnovu rešenja zadatka pod **a**), sledi da je funkcija g negativna za $x \in (0, 1)$.

5. Rešiti jednačinu $\sin x+\cos x=1+\sin x\cdot\cos x$.

Rešenje:
$$\begin{aligned}\sin x+\cos x=1+\sin x\cdot\cos x &\Leftrightarrow \sin x-1-\sin x\cdot\cos x+\cos x=0\\ &\Leftrightarrow \sin x-1-\cos x(\sin x-1)=0\\ &\Leftrightarrow (\sin x-1)(1-\cos x)=0\\ &\Leftrightarrow (\sin x=1\vee\cos x=1)\\ &\Leftrightarrow \left(\left(x=\frac{\pi}{2}+2k\pi,k\in\mathbb{Z}\right)\vee(x=2k_1\pi,k_1\in\mathbb{Z})\right).\end{aligned}$$

6. Neka je $\vec{a}=3\vec{m}+2\vec{n}$, $\vec{b}=2\vec{m}-p\vec{n}$, $p\in\mathbb{R}$, $|\vec{m}|=2$, $|\vec{n}|=1$, $\measuredangle(\vec{m},\vec{n})=\frac{\pi}{3}$.

a) Odrediti vrednost parametra p tako da vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ budu ortogonalni.

b) Odrediti $|\vec{a}|$.

c) Ako je $p=3$, odrediti $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})$.

Rešenje: Iz uslova zadatka imamo da je $\vec{m}\cdot\vec{n}=|\vec{m}|\cdot|\vec{n}|\cdot\cos\frac{\pi}{3}=2\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=1$.

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=(3\vec{m}+2\vec{n})\cdot(2\vec{m}-p\vec{n})=6|\vec{m}|^2+(4-3p)\vec{m}\cdot\vec{n}-2p|\vec{n}|^2=6\cdot 4+(4-3p)\cdot 1-2p\cdot 1=28-5p$.
Vektori $\vec{a}$ i $\vec{b}$ su ortogonalni ako je $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$, tj. $28-5p=0$. Dakle, $p=\frac{28}{5}$.

b) $|\vec{a}|^2=\vec{a}\cdot\vec{a}=(3\vec{m}+2\vec{n})\cdot(3\vec{m}+2\vec{n})=9|\vec{m}|^2+12\vec{m}\cdot\vec{n}+4|\vec{n}|^2=9\cdot 4+12\cdot 1+4\cdot 1=52$, pa je $|\vec{a}|=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$.

c) Za $p=3$ imamo $\vec{a}\cdot\vec{b}=28-5\cdot 3=13$.

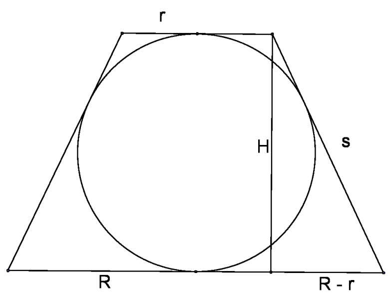
Dalje, $|\vec{b}|^2=\vec{b}\cdot\vec{b}=(2\vec{m}-3\vec{n})\cdot(2\vec{m}-3\vec{n})=4|\vec{m}|^2-12\vec{m}\cdot\vec{n}+9|\vec{n}|^2=4\cdot 4-12\cdot 1+9\cdot 1=13$, odakle sledi $|\vec{b}|=\sqrt{13}$. Sada je $\cos\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=\frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\frac{13}{2\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}}=\frac{1}{2}$, odnosno $\measuredangle(\vec{a},\vec{b})=\frac{\pi}{3}$.

7. Izračunati površinu romba stranice $a=8$, ako je razlika dijagonala $d_1-d_2=4$.

Rešenje: Obeležimo površinu datog romba sa P. Iz činjenice da se dijagonale romba polove i seku pod pravim uglom, koristeći Pitagorinu teoremu, dobijamo da je $\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2=a^2=64$. Kvadriranjem uslova $d_1-d_2=4$ dobijamo $d_1^2-2d_1d_2+d_2^2=16$. Nakon deljenja sa 4 i leve i desne strane poslednje jednakosti dobijamo da je $\left(\frac{d_1}{2}\right)^2-\frac{d_1d_2}{2}+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2=4$, pa je $P=\frac{d_1d_2}{2}=\left(\frac{d_1}{2}\right)^2+\left(\frac{d_2}{2}\right)^2-4=64-4=60$.

8. U pravu zarubljenu kupu čiji je poluprečnik veće osnove R, a izvodnica $s=5$, upisana je lopta. Izraziti visinu H zarubljene kupe u funkciji poluprečnika R.

Rešenje:



Neka je r poluprečnik manje osnove date zarubljene kupe. Kako je u pravu zarubljenu kupu upisana lopta, osni presek zarubljene kupe je jednakokraki trapez u koji je upisan krug. Otuda je taj trapez tangentan četvorougao, pa važi $2R+2r=2s$, odnosno $r=5-R$. S druge strane, iz pravouglog trougla čija je hipotenuza izvodnica, a katete visina i razlika poluprečnika osnova zarubljene kupe, koristeći Pitagorinu teoremu dobijamo $H^2=s^2-(R-r)^2=25-(2R-5)^2=-4R^2+20R$, te je $H=2\sqrt{5R-R^2}$.

9. Data je funkcija $f(x)=\frac{\ln^2 x}{x}$.

a) Odrediti oblast definisanosti funkcije f.

b) Ispitati monotonost funkcije f i odrediti njene ekstremne vrednosti.

c) Odrediti jednačinu tangente i normale funkcije f u tački $A(e,y_0)$.

d) Izračunati $\int_1^e f(x)dx$.

Rešenje: **a)** Oblast definisanosti je $(0,+\infty)$.

b) $f'(x) = \dfrac{2\ln x - \ln^2 x}{x^2} = \dfrac{\ln x(2-\ln x)}{x^2}$.

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \left(1,e^2\right)$ pa $f \nearrow$ za $x \in \left(1,e^2\right)$, dok je $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (0,1) \cup (e^2,+\infty)$, pa $f \searrow$ za $x \in (0,1) \cup (e^2,+\infty)$. Za $x=1$ funkcija f ima lokalni minimum 0, a za $x=e^2$ funkcija ima lokalni maksimum $\dfrac{4}{e^2}$.

c) Jednačina tražene tangente u tački $A(e,y_0)$ je $y-y_0 = f'(e)(x-e)$, a kako je $f'(e) = \dfrac{1}{e^2}$ i $y_0 = f(e) = \dfrac{1}{e}$, dobijamo jednačinu $y = \dfrac{1}{e^2}x$. Jednačina normale u tački $A\left(e,\frac{1}{e}\right)$ je $y - \dfrac{1}{e} = -\dfrac{1}{f'(e)}(x-e)$, odnosno $y = -e^2x + \dfrac{e^4+1}{e}$.

d) $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln^2 x}{x}dx = \left[smena : \ln x = t, \frac{1}{x}dx = dt\right] = \int_0^1 t^2 dt = \frac{t^3}{3}\bigg|_0^1 = \frac{1}{3}$.

10. Date su cifre 2, 3, 5, 7 i 8.

a) Koliko se petocifrenih brojeva deljivih sa 4 može napisati pomoću datih cifara (cifre se mogu ponavljati)?

b) Koliko ima petocifrenih brojeva formiranih od datih cifara u kojima se pojavljuje cifra 5 bar jednom?

c) Koliko ima petocifrenih brojeva formiranih od datih cifara u kojima se cifra 3 nalazi ispred cifre 7 ako se cifre ne mogu ponavljati?

Rešenje: **a)** Broj je deljiv sa 4 ako i samo ako je njegov dvocifreni završetak deljiv sa 4. Prema tome, jedinih 5 mogućnosti za dvocifreni završetak su: $28, 32, 52, 72$ i 88. Kako se prve 3 cifre broja mogu izabrati na 5^3 načina (broj varijacija sa ponavljanjem treće klase od 5 elemenata), ukupno ima $5 \cdot 5^3 = 5^4 = 625$ traženih brojeva.

b) I način: Od ukupnog broja petocifrenih brojeva formiranih od datih cifara (broj varijacija sa ponavljanjem pete klase od 5 elemenata) oduzmemo broj onih u kojima se ne pojavljuje cifra 5 (broj varijacija sa ponavljanjem pete klase od 4 elementa). Ukupno ima $5^5 - 4^5 = 2101$ traženih brojeva.
II način: Ako se cifra 5 javlja k puta u petocifrenom broju formiranom od datih cifara ($k \in \{1,2,3,4,5\}$), onda se izbor mesta za cifru 5 može izvršiti na $\binom{5}{k}$ načina (broj kombinacija bez ponavljanja $k-$te klase od 5 elemenata). Za izbor preostalih $5-k$ cifara petocifrenog broja postoji 4^{5-k} načina (broj varijacija sa ponavljanjem $(5-k)-$te klase od 4 elementa). Ukupan broj traženih brojeva je: $\sum\limits_{k=1}^{5}\binom{5}{k}4^{5-k} = (4+1)^5 - \binom{5}{0}4^5 = 5^5 - 4^5 = 2101$.

c) I način: Može se formirati 5! petocifrenih brojeva od datih cifara, a da se one ne ponavljaju (broj permutacija od 5 elemenata). Kako u tom slučaju brojeva u kojima je cifra 3 ispred cifre 7 ima jednako kao i brojeva u kojima je cifra 7 ispred cifre 3, ukupno ima $\frac{5!}{2} = 60$ traženih brojeva.
II način: Postoji $\binom{5}{2}$ načina da se izaberu dva mesta za cifre 3 i 7 tako da je cifra 3 ispred cifre 7 (broj kombinacija bez ponavljanja druge klase od 5 elemenata). Preostale 3 cifre na preostala tri mesta se mogu rasporediti na 3! načina (broj permutacija od 3 elementa). Ukupno ima $\binom{5}{2} \cdot 3! = 60$ traženih brojeva.

Svaki zadatak vredi maksimum 6 bodova. **KATEDRA ZA MATEMATIKU**

Fakultet tehničkih nauka
Univerzitet u Novom Sadu

REŠENJA ZADATAKA SA PRIJEMNOG ISPITA IZ MATEMATIKE
Saobraćaj; Građevinarstvo; Geodezija i geomatika, Animacija u inženjerstvu; Čiste energetske tehnologije
03.07.2015.

1. **Data je funkcija** $f(x) = \frac{3-x}{x^2-3x+2}$.

   (a) Rešiti nejednačinu $f(x) > 0$.

   (b) Izračunati $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)$.

   (a) $f(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{3-x}{(x-1)(x-2)} > 0 \Rightarrow$ $x \in (-\infty, 1) \cup (2, 3)$.

   (b) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{3-x}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to\infty} \frac{\frac{3}{x^2}-\frac{1}{x}}{1-\frac{3}{x}+\frac{2}{x^2}} = \frac{0-0}{1-0+0} = 0.$

	$(-\infty,1)$	$(1,2)$	$(2,3)$	$(3,+\infty)$
$3-x$	$+$	$+$	$+$	$-$
$x-1$	$-$	$+$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$	$+$
$\frac{3-x}{(x-1)(x-2)}$	$+$	$-$	$+$	$-$

2. **Rešiti jednačinu:** $\log_{\frac{1}{2}}(x+2) + 2 = 6\log_8 \sqrt{3x+7}$.

   Jednačina je definisana za $x+2 > 0 \wedge 3x+7 > 0$, odnosno za $x > -2$ i ekvivalentna je sa $\log_{2^{-1}}(x+2) + 2 = 6\log_{2^3}\sqrt{3x+7} \Leftrightarrow -\log_2(x+2) + 2\log_2 2 = 6\frac{1}{3}\log_2\sqrt{3x+7} \Leftrightarrow \log_2\frac{1}{x+2} + \log_2 4 = \log_2(3x+7) \Leftrightarrow \log_2\frac{4}{x+2} = \log_2(3x+7) \Leftrightarrow \frac{4}{x+2} = 3x+7 \Leftrightarrow 3x^2+13x+10 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{10}{3} \vee x = -1$. Zbog uslova definisanosti jednačine njeno jedino rešenje je $x = -1$.

3. **Dati su kompleksni brojevi** $z_1 = -1 - i$ **i** $z_2 = 2 + 3i$.

   (a) Izračunati modul i argument kompleksnog broja z_1.

   (b) Izračunati $2\frac{z_2}{z_1} + z_1^2$.

   a) $|z_1| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$; $\arg(z_1) = \frac{5\pi}{4}$.

   b) $2\frac{z_2}{z_1} + z_1^2 = 2\cdot\frac{2+3i}{-1-i} + (-1-i)^2 = 2\cdot(-\frac{2+3i}{1+i}\cdot\frac{1-i}{1-i}) + (1+2i-1) = 2\cdot(-\frac{5+i}{2}) + 2i = -5+i.$

4. **Rešiti nejednačinu:** $9^x + 3^x - 2 > 0$.

   $9^x + 3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow 3^{2x} + 3^x - 2 > 0 \Leftrightarrow (3^x+2)(3^x-1) > 0 \Leftrightarrow 3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 3^x > 3^0 \Leftrightarrow x > 0.$

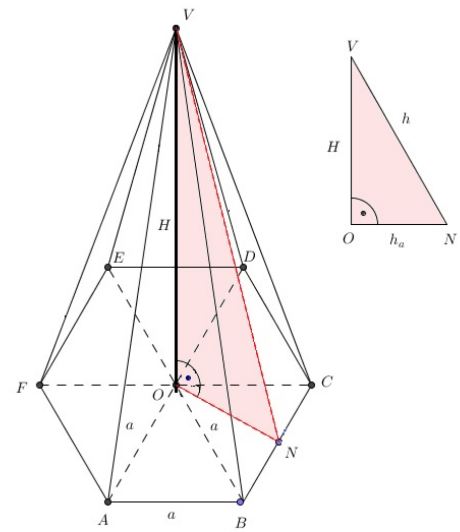
5. **Na intervalu** $(0, \pi)$ **naći rešenje jednačine:** $5\sin x - \cos 2x = 2$.

   $5\sin x - \cos 2x = 2 \Leftrightarrow 5\sin x - (\cos^2 x - \sin^2 x) = 2 \Leftrightarrow 5\sin x - 1 + \sin^2 x + \sin^2 x = 2 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 5\sin x - 3 = 0$. Ako uvedemo smenu $\sin x = t$, dobijamo $2t^2 + 5t - 3 = 0 \Leftrightarrow t = -3 \vee t = \frac{1}{2}$. Rešenje $t = -3$ se odbacuje zbog ograničenosti sinusne funkcije i ostaje samo $\sin x = \frac{1}{2}$ čije je rešenje $x = \frac{\pi}{6} + 2k\pi \vee x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$. Na intervalu $(0, \pi)$ rešenja zadate jednačine su $x = \frac{\pi}{6}$ i $x = \frac{5\pi}{6}$.

6. **Zbir prva tri člana geometrijskog niza je** 62, **a njihov proizvod je** 1000. **Odrediti prvi član i količnik tog niza.**

   $b_1 + b_2 + b_3 = 62 \Leftrightarrow b_1 + b_1q + b_1q^2 = 62 \Leftrightarrow b_1(1+q+q^2) = 62.$
   $b_1 \cdot b_2 \cdot b_3 = 1000 \Leftrightarrow b_1 \cdot b_1q \cdot b_1q^2 = 1000 \Leftrightarrow b_1^3q^3 = 10^3 \Leftrightarrow b_1 = \frac{10}{q}.$
   Na osnovu prethodnih jednakosti dobijamo jednačinu $5q^2 - 26q + 5 = 0$ čija su rešenja $q = \frac{1}{5}$ i $q = 5$. Za $q = \frac{1}{5}$ je $b_1 = 50$, a za $q = 5$ je $b_1 = 2$.

7. **Zapremina prave pravilne šestostrane piramide je $24\sqrt{3}$. Ako je visina piramide $H = 4$, naći njenu površinu.**



Na osnovu zadatih podataka, iz obrasca za zapreminu piramide, zaključujemo:

$$V = \frac{B \cdot H}{3} \quad \Leftrightarrow \quad 24\sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot 4$$
$$\Leftrightarrow \quad a^2 = 12 \Leftrightarrow a = 2\sqrt{3}.$$

Visina jednakostraničnog trougla $\triangle BCO$ je

$$h_a = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = 3,$$

a visina bočne strane je

$$h = \sqrt{H^2 + h_a^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5.$$

Dakle, tražena površina je

$$\begin{aligned} P &= B + M = 6\frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 6\frac{a \cdot h}{2} \\ &= 18\sqrt{3} + 30\sqrt{3} = 48\sqrt{3}. \end{aligned}$$

8. **Neka su x_1 i x_2 rešenja kvadratne jednačine:** $2x^2 + 9x - m + 1 = 0$. **Odrediti parametar m za koji je** $x_2 = -2x_1 - 4$.

Na osnovu Vijetovih formula je $x_1 + x_2 = -\frac{9}{2}$ i $x_1 \cdot x_2 = \frac{-m+1}{2}$. Zamenom uslova zadatka $x_2 = -2x_1 - 4$ u prvu jednakost nalazimo da je $x_1 - 2x_1 - 4 = -\frac{9}{2} \Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2}$.
$x_1 \cdot x_2 = \frac{-m+1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(-2 \cdot \frac{1}{2} - 4) = \frac{-m+1}{2} \Leftrightarrow -5 = -m + 1 \Leftrightarrow m = 6$.

9. **Data su dva susedna temena $A(-8, 4)$ i $B(0, 6)$ paralelograma $ABCD$ i tačka preseka njegovih dijagonala** $S(-5, 6)$.

   (a) Odrediti vektore $\overrightarrow{BA}$ i $\overrightarrow{AC}$.

   (b) Odrediti preostala dva temena paralelograma $ABCD$.

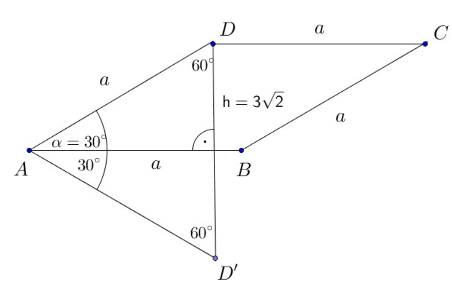
   (c) Napisati jednačinu kružnice k sa centrom u S koja sadrži tačku A.

(a) $\overrightarrow{BA} = (-8 - 0, 4 - 6) = (-8, -2)$. Kako je tačka S presek dijagonala paralelograma, sledi da je S sredina duži AC, pa je $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AS} = 2(-5 - (-8), 6 - 4) = 2(3, 2) = (6, 4)$.

(b) Neka je $C(x_1, y_1)$ i $D(x_2, y_2)$. Kako je tačka S sredina duži AC i duži BD, imamo $(\frac{-8+x_1}{2}, \frac{4+y_1}{2}) = (-5, 6)$ i $(\frac{0+x_2}{2}, \frac{6+y_2}{2}) = (-5, 6)$ odakle dobijamo da je teme $C(-2, 8)$ i teme $D(-10, 6)$.

(c) Kako je tačka $S(-5, 6)$ centar kružnice i tačka $A \in k$, poluprečnik je $r = |\overrightarrow{AS}| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$, pa je tražena jednačina kružnice $k : (x + 5)^2 + (y - 6)^2 = 13$.

10. **U rombu $ABCD$ ugao kod temena A je $\alpha = 30^\circ$ i visina $h = 3\sqrt{2}$. Izračunati površinu romba.**



Trougao ADD' je jednakostraničan te je

$$a = 2h = 6\sqrt{2}.$$

Površina romba je

$$P = a \cdot h = 6\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 36.$$

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
NOVI SAD

REŠENJA ZADATAKA ZA PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE

ZA OBLASTI: MAŠINSTVO, INDUSTRIJSKO INŽENJERSTVO, INŽENJERSKI MENADŽMENT, INŽENJERSTVO ZAŠTITE ŽIVOTNE SREDINE, INŽENJERSTVO ZAŠTITE NA RADU, GRAFIČKO INŽENJERSTVO I DIZAJN
02.07.2015.

1. Date su funkcije $f(x) = 2 - 2x$ i $g(x) = 4x^2$.

   (a) Rešiti nejednačinu $|f(x)| + \frac{1}{2}g(x) \geq 2$.

   (b) Odrediti koordinate presečnih tačaka A i B funkcija $f(x)$ i $g(x)$.

   Rešenje:

   (a) Nejednačina $|f(x)| + \frac{1}{2}g(x) \geq 2$ je ekvivalentna sa $|2-2x| + 2x^2 \geq 2$. Za $2 - 2x \geq 0$, tj. $x \leq 1$, nejednačina se svodi na $2x^2 - 2x + 2 \geq 2$, tj. $x(x-1) \geq 0$, čije je rešenje $x \in (-\infty, 0] \cup [1, \infty)$. Zbog uslova $x \leq 1$ dobijamo $x \in (-\infty, 0] \cup \{1\}$. Za $2 - 2x < 0$, tj. $x > 1$, nejednačina se svodi na $2x^2 + 2x - 2 \geq 2$, tj. $x^2 + x - 2 \geq 0$, čije je rešenje $x \in (-\infty, -2] \cup [1, \infty)$. Zbog uslova $x > 1$, dobijamo $x \in (1, \infty)$. Dakle, rešenje polazne nejednačine je $x \in (-\infty, 0] \cup [1, \infty)$.

   (b) Rešavanjem jednačine $f(x) = g(x)$, tj. $2 - 2x = 4x^2$, dobija se $x_1 = -1$ i $x_2 = \frac{1}{2}$. Kako je $f(x_1) = g(x_1) = 4$, i $f(x_2) = g(x_2) = 1$, sledi da je $A(-1, 4)$ i $B(\frac{1}{2}, 1)$.

2. Rešiti jednačine:

   (a) $3^{2x+1} - 10 \cdot 3^x + 3 = 0$

   (b) $log_2(x+1) + log_2(x-1) = 2$.

   Rešenje:

   (a) Ako u polaznu jednačinu uvedemo smenu $3^x = t$, ona postaje $3t^2 - 10t + 3 = 0$, i njena rešenja su $t_1 = \frac{1}{3}$ i $t_2 = 3$. Iz $3^x = \frac{1}{3}$ sledi $x_1 = -1$, a iz $3^x = 3$ sledi $x_2 = 1$.

   (b) Iz uslova $x + 1 > 0$ i $x - 1 > 0$ sledi da je jednačina definisana za $x > 1$. Korišćenjem svojstava logaritama, polaznu jednačinu transformišemo u $log_2(x^2 - 1) = log_2 2^2$, tj. $x^2 - 1 = 4$, čija su rešenja $x_1 = -\sqrt{5}$ i $x_2 = \sqrt{5}$. Zbog uslova $x > 1$, rešenje polazne jednačine je $x = \sqrt{5}$.

3. Kada se brojevima 21, 27 i 29 doda broj x, dobiju se tri uzastopna člana geometrijske progresije. Odrediti broj x i količnik q dobijene geometrijske progresije.

   Rešenje:

   Iz uslova zadatka sledi da je $b_1 = x + 21$, $b_2 = x + 27$ i $b_3 = x + 29$. Kako je $b_2^2 = b_1 b_3$, sledi $x^2 + 54x + 729 = x^2 + 50x + 609$, tj. $4x = -120$, odakle je $x = -30$. Članovi geometrijske progresije su $b_1 = -9$, $b_2 = b_1 q = -3$, $b_3 = -1$, a količnik $q = \frac{1}{3}$.

4. Cena televizora je povećana za 20%, a zatim je snižena za 20 hiljada dinara. Nakon nekog vremena, cena je povećana za 15%, i sada iznosi 46 hiljada dinara. Odrediti početnu cenu televizora.

   Rešenje:

   Ako početnu cenu televizora označimo sa C, tada je $(1.2C - 20.000) \cdot 1.15 = 46.000$. Rešavanjem ove jednačine dobija se $C = 50.000$ dinara.

5. Odrediti prirodan broj n tako da je $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} = 79$, a zatim za dobijeno n izračunati član u razvoju binoma $(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[15]{x^{-28}})^n$ koji ne sadrži x.

   Rešenje:

   Iz $\binom{n}{0} + \binom{n}{1} + \binom{n}{2} = 79$, tj. $1 + n + \frac{n(n-1)}{2} = 79$, dobija se jednačina $n^2 + n - 156 = 0$, čija su rešenja $n_1 = -13$ i $n_2 = 12$. Kako $n_1 \notin \mathcal{N}$, dobijamo da je $n = 12$. Kako je $(\sqrt[3]{x^4} + \sqrt[15]{x^{-28}})^{12} = \sum_{k=0}^{12} \binom{12}{k} (x^{\frac{4}{3}})^{12-k} (x^{-\frac{28}{15}})^k = \sum_{k=0}^{12} \binom{12}{k} x^{\frac{4}{3}(12-k) - \frac{28}{15}k}$, za član koji ne sadrži x važi $\frac{4(12-k)}{3} - \frac{28k}{15} = 0$, tj. $k = 5$. Član koji ne sadrži x je $\binom{12}{5} = 792$.

KATEDRA ZA MATEMATIKU

ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Пријемни испит за студијске програме:

Машинство, Индустријско инжењерство и Инжењерски менаџмент

Математика са логиком – II део

Кандидат: ____
(Име, име једног родитеља, презиме)

Конкурсни број: ___________ Број сале: ___________

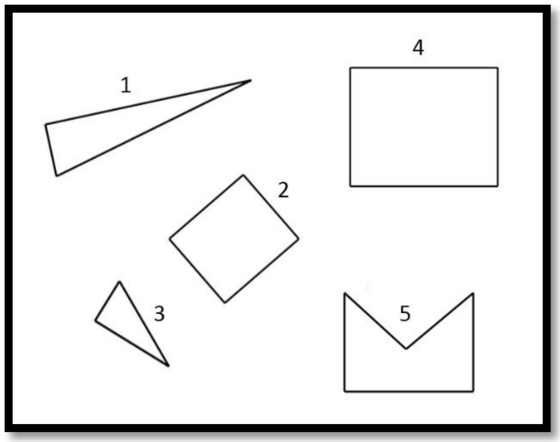
Број освојених поена: _______

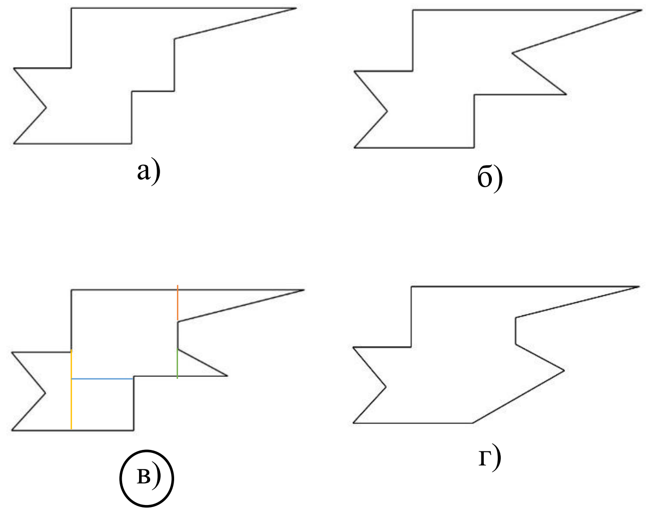
Нови Сад, 02.07.2015.

II део испита се састоји од **5 задатака**. Укупан број бодова за све решене задатке износи 30. Трајање овог дела пријемног испита је максимално 120 минута. У задацима где су понуђена решења, потребно је заокружити само једно решење (у случају више заокружених, сматраће се да задатак није правилно решен).

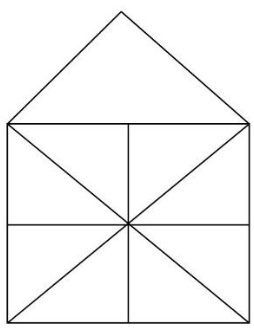
1. ЗАДАТАК

а) Ако спојите делове означене бројевима 1, 2, 3, 4 і 5 коју ћете фигуру добити? Заокружите слово испред тачног одговора.

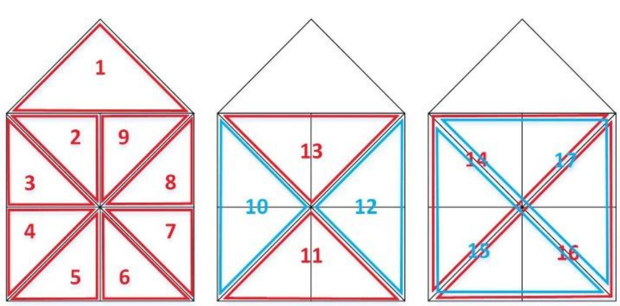


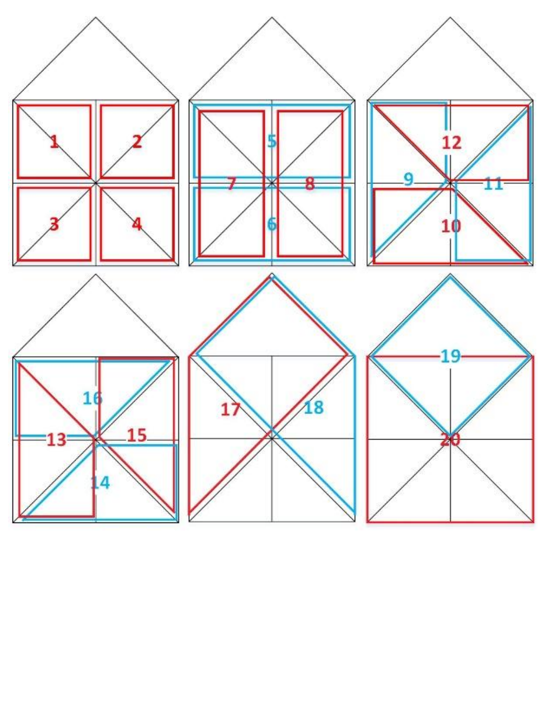


б) Колико троуглова и колико четвороуглова има на слици?



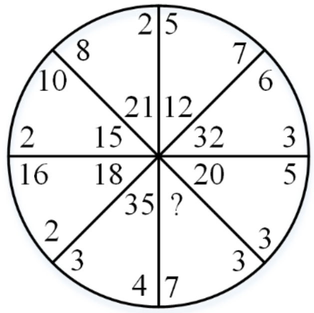
На слици има **17** троуглова и **20** четвороуглова.





2. ЗАДАТАК

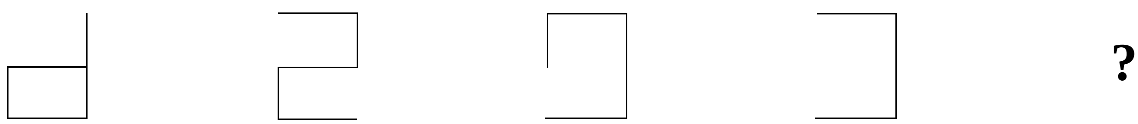
а) Који број је потребно уписати уместо знака питања?



Уместо знака питања потребно је уписати број **<u>16</u>**.

Образложење: Бројеви ближи центру круга представљају производ бројева који леже на супротној страни круга ближе ивици.

б) Заокружите слово испред облика који замењује знак питања.



а) б) в) г)

Образложење: Свака наредни облик има један прав угао мање.

в) Који од понуђених група бројева наставља низ <u>2-7-14</u>, <u>4-11-16</u>, <u>6-15-18</u>? Заокружити слово испред тачног одговора.

а) 8-15-21 б) 8-14-20 в) 7-15-20 г) 8-19-20

Образложење: Први број се повећава за 2, други за 4 и трећи за 2.

г) Наставите низ бројева: 101 99 102 98 103 97 **<u>104</u>** **<u>96</u>**

Образложење: Сваки други број се повећава за 1, односно смањује за 1.

3. ЗАДАТАК

а) Даца воли крем бананице. Крем бананице су на снижењу: кесица са 5 крем бананица кошта 100 динара. На сваких 200 динара које Даца потроши на крем бананице, продавац јој поклања једну крем бананицу. Колико кесица крем бананица треба Даца да купи, да би добила једну кесицу крем бананица на поклон? Заокружити слово испред тачног одговора.

а) 8 кесица　　　　б) 10 кесица　　　　в) 12 кесица

б) Од цифара 1, 9, 9 и 6, и то баш тим редоследом, потребно је добити бројеве 73 и 76 користећи основне рачунске операције (+, -, x, /).

<u>19 + 9 x 6 = 73</u>　　　　**<u>1 + 9 x 9 – 6 = 76</u>**

в) Ако у поноћ пада киша, може ли се очекивати да ће након 72 сата време бити сунчано?

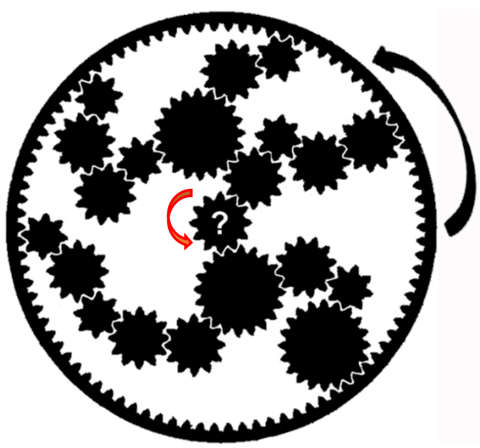
Одговор: **<u>НЕ, зато што ће и тада бити поноћ.</u>**

г) Колико пута се казаљке на сату које показују сате и минуте поклопе у току 24 сата?

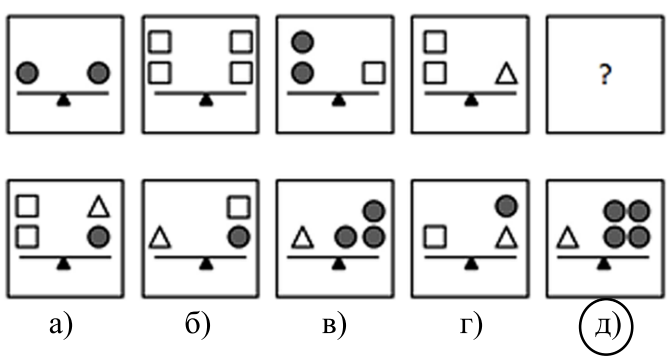
Казаљке се поклопе **<u>22</u>** пута.

4. ЗАДАТАК

а) Ако се велики зупчаник са унутрашњим озубљењем окреће у смеру супротном од кретања казаљке на сату, у ком смеру се окреће централни зупчаник на којем се налази знак питања? Потребно је на слици доцртати стрелицу са смером поред зупчаника означеног са знаком питања.



б) Заокружите слово испод плочице са шаром која замењује плочицу са знаком питања?



Образложење: Тежине различитих облика морају бити једнаке на тасевима ваге.

5. ЗАДАТАК

Пред Вама су три кутије у којима се налазе јабуке и наранце. Прва кутија је означена натписом “ЈАБУКЕ”, друга натписом “НАРАНЦЕ” и трећа натписом “ЈАБУКЕ И НАРАНЦЕ”. Познато Вам је да су све три кутије погрешно означене. Можете узети само један комад воћа из само једне кутије коју Ви одаберете. Како ћете исправно обележити кутије (упишите ознаке на кутијама, а можете и речима објаснити поступак)?

Кутија 1	Кутија 2	Кутија 3
ЈАБУКЕ	НАРАНЦЕ	ЈАБУКЕ И НАРАНЦЕ

Кутија 1	Кутија 2	Кутија 3
ЈАБУКЕ И НАРАНЦЕ	**ЈАБУКЕ**	**НАРАНЦЕ**

Образложење:

Узети један комад воћа из кутије са ознаком „ЈАБУКЕ И НАРАНЦЕ“, та кутија мора садржати само јабуке или само наранце. Нпр. ако је комад воћа који сте узели наранџа означите ту кутију са натписом „НАРАНЦЕ“, затим замените натпис на кутији која је означена са „НАРАНЦЕ“ са натписом „ЈАБУКЕ“ и коначно замените натпис на кутији која је означена са „ЈАБУКЕ“ са натписом „ЈАБУКЕ И НАРАНЦЕ“.

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
PRIJEMNI ISPIT SA PROVEROM SKLONOSTI ZA STUDIJE
GRAFIČKOG INŽENJERSTVA I DIZAJNA

Novi Sad, 02. jul 2015. godine

KANDIDAT: ____

(Prezime, ime jednog roditelja i ime)

_________________ _____________

Konkursni broj *Broj sale*

Na osnovu datih odgovora ocenjuje se sklonost i spremnost za studije grafičkog inženjerstva i dizajna.

Razmislite i zaokružite samo jedan od ponuđenih odgovora (obratite pažnju da ima ukupno 20 pitanja raspoređenih na obe strane papira):

1. Autor jedne od najpoznatijih statua David, nastale krajem XVI veka, je:
   a. Rafaelo Santi
   b. Mikelanđelo Buonaroti
   c. Tintoreto

2. Putanju određene datoteke na disku čini:
   a. Samo ime datoteke
   b. Niz direktorijuma, od osnovnog (korenog) direktorijuma do te datoteke
   c. Niz direktorijuma, od te datoteke, do osnovnog (korenog) direktorijuma

3. Ime Johanes Gutenberg je vezano za:
   a. Muziku
   b. Film
   c. Štampu

4. Koji naučnik je 1869. godine ustanovio Periodni sistem elemenata:
   a. Dmitrij Mendeljejev
   b. Albert Ajnštajn
   c. Marija Kiri

5. U primarne boje (boje prvog reda) spadaju:
   a. Zelena, narandžasta i ljubičasta
   b. Crna, siva i braon
   c. Crvena, plava i žuta

6. Koliko postoji Njutnovih osnovnih zakona klasične fizike:
   a. 1
   b. 3
   c. 7

7. Osnovna sirovina za dobijanje papira je:
   a. Pamuk
   b. Celuloza
   c. Ugalj

8. Jedan MB je jednak:
   a. 256 kB
   b. 1024 kB
   c. 2426 kB

9. Pojam serigrafije je vezan za tehniku:
   a. digitalne štampe
   b. duboke štampe
   c. sito štampe

10. Metod zasnovan na korišćenju interferencije svetlosti pri dobijanju trodimenzionalne prostorne slike predmeta koja omogućuje sve optičke informacije o snimljenom objektu (oblik, prostornost i boja) daje interferencionu sliku koja se naziva:
    a. spektrogram
    b. piktogram
    c. hologram

11. Najmanja čestica određene supstancije koja ima njena hemijska svojstva i sastoji se od istih atoma (hemijski elementi) ili različitih atoma (hemijska jedinjenja) sjedinjeni u celinu hemijskim vezama naziva se
    a. atom
    b. molekul
    c. elektron

12. Akronim DTP je vezan za:
    a. programiranje
    b. umetnost
    c. stono izdavaštvo

13. Za označavanje lokalne računarske mreže koristi se akronim:
    a. WAN
    b. LAN
    c. VPN

14. Bela i crna boja su:
    a. hromatske boje
    b. ahromatske boje
    c. komplementarne boje

15. Navedenom skupu ne pripada
    a. Windows **b. Photoshop**
    c. Android d. Linux
    e. Mac OS

16. Tonsko nijansiranje je poznato kao:
    a. boja
    b. valer
    c. lazura

17. U jednu računarsku mrežu mogu biti povezani računari:
    a. Samo ako imaju međusobno isti operativni sistem
    b. Bez obzira na operativne sisteme, pomoću zajedničkog protokola
    c. Samo ako imaju zajednički operativni sistem

18. Jedna od najpoznatijih slika Ranjeni bizon, pronađena je u:
    a. Resavskoj pećini
    b. Velikoj pećini
    c. pećini Altamira

19. Statički deo memorije koji može samo da se čita je:
    a. ROM
    b. RAM
    c. HDD

20. Koji od navedenih programa se koristi za tabelarna izračunavanja?
    a. Word
    b. Adobe acrobat
    c. Excel

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA
Inženjerstvo zaštite životne sredine *broj bodova*
Inženjerstvo zaštite na radu
Upravljanje rizikom od katastrofalnih događaja i požara
Ime, ime jednog roditelja i prezime kandidata

____

Konkursni broj______________

PRIJEMNI ISPIT
Jul 2015.

Napomene: *Prijemni ispit nosi 30 bodova.*
Svaki tačan odgovor na pitanje nosi 2 boda.
Na svako pitanje postoji <u>*SAMO JEDAN TAČAN*</u> *odgovor.*
Na pitanja se odgovara zaokruživanjem slova ispred odgovora.

PITANJA

1. Koja od dole navedenih grupa ne sadrži obnovljive izvore energije:
a. Prirodni gas, ugalj, nafta
b. Geotermalna energija, energija biomase, hidroenergija
c. Nijedna od navedenih grupa

2. Koja od navedenih jedinica nije jedinica za energiju :
a. Cal (Kalorija)
b. J (Džul)
c. A (Amper)

3. Globalno zagrevanje je dominantno posledica:
a. Ozonskih rupa
b. Naftnih mrlja
c. Povećanja koncentracije CO_2, CH_4 i NO_X u atmosferi

4. Kisele kiše nastaju kao posledica povećanog emitovanja kojih od navedenih grupa polutanata u atmosferu?
a. O_3 i PM10
b. SO_2 i NO_2
c. SO_3 i CO
d. CO_2 i CO

5. Hemikalije koje doprinose uništavanju ozonskog omotača sadrže:
a. Cl, Br, NOx
b. K,Ca,Cl
c. Br,Fe, Cr

6. Endotermna reakcija je hemijska reakcija pri kojoj se:
a. Ne rezmenjuje toplota sa okolinom
b. Oslobađa toplota
c. Apsorbuje toplota

Okrenite stranu

7. Profesionalni štetni faktori se mogu podeliti na :
   a. Fizičke, hemijske i biološke
   b. Akutne, hronične i sporadične
   c. Kontinualne i antropogene

8. Reciklažom otpadnih materijala ostvaruju se sledeći efekti?
   a. Ušteda sirovina i veća potrošnja energije
   b. Ušteda sirovina i ušteda energije
   c. Povećanje kvaliteta proizvoda bez značajnih ušteda sirovina i energije

9. CO je hazardni polutant zato što u povišenim koncentracijama izaziva:
   a. Zagađenje vodotokova, čime se drastično smanjuje kvalitet vode za piće
   b. Nepovoljno utiče na useve i može dovesti do nestašice hrane
   c. Smanjuje radnu sposobnost a pri višim koncentracijama može dovesti do smrtnog ishoda

10. Koja od navedenih grupa goriva spada u biogoriva:
   a. Tečni naftni gas i eurodizel
   b. Biodizel i etanol
   c. Biodizel i bezolovni benzin

11. Među najvažnije prirodne izvore sumpora spadaju?
   a. Digestivni procesi
   b. Vulkanske erupcije
   c. Veštačka đubriva
   d. Desulfurizacija nafte i naftnih derivata

12. Rizik sa katartrofalnim posledicama je onaj rizik:
   a. Koji pogađa mali broj ljudi i imovine
   b. Koji prouzrokuje veliku materijalnu štetu i kom je izložena celokupna humana populacija
   c. Koji utiče na mali broj ljudi izazivajući ogromnu materijalnu štetu

13. Adekvatan nivo lične zaštite radnika od strujnog udara podrazumeva:
   a. Elektro izolacione rukavice i obuća sa zaštitnom metalnom kapicom
   b. Elektro izolacione rukavice i višeslojno izolaciono zaštitno odelo
   c. Elektro izolacione rukavice i elektroizolaciona obuća

14. Vrlo toksičan gas neprijatnog mirisa je:
   a. CO
   b. H_2S
   c. H_2SO_4

15. Šta pokriva veći deo površine Zemlje:
   a. Kopno
   b. Voda
   c. Površinu Zemlje u jednakom procentu pokrivaju voda i kopno

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndean@uns.ac.rs

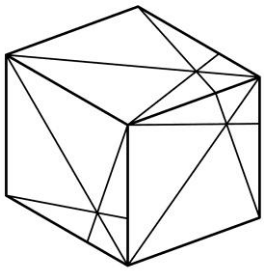
ИНТЕГРИСАНИ СИСТЕМ МЕНАЏМЕНТА СЕРТИФИКОВАН ОД:

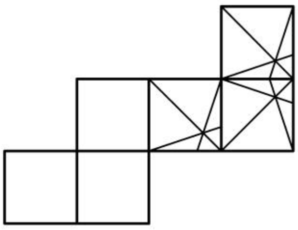
PRIJEMNI ISPIT **2. JULI 2015.**

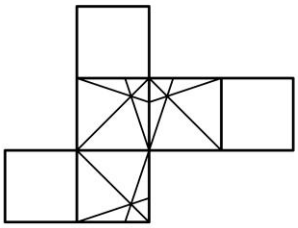
GEOMETRIJA SA ARHITEKTONSKOM I OPŠTOM KULTUROM

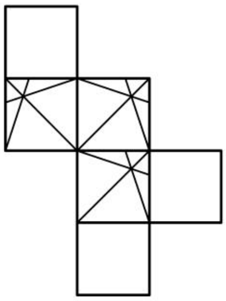
Svako pitanje na testu, za tačan odgovor, nosi jedan bod, što ukupno čini 30 bodova. Delimično ili polovično tačni odgovori ne donose nijedan bod.
PISATI SAMO I JEDINO **PLAVOM HEMIJSKOM OLOVKOM** ŠTAMPANIM SLOVIMA**, ako je moguće lepim i čitkim, i** OBAVEZNO U POLJE**, koje je namenjeno samo za upisivanje odgovora. Svaki drugi način pisanja povlači diskvalifikaciju sa prijemnog ispita i 0 bodova.** PISANJE BILO KOJIM DRUGIM SREDSTVOM OSIM NAVEDENE PLAVE OLOVKE NIJE DOZVOLJENO. SVAKI RAZGOVOR I DOGOVOR, DOŠAPTAVANJE ILI EVENTUALNO STAVLJANJE VAŠEG ODGOVORA NA UVID DRUGIMA, POVLAČI TRENUTNO ISKLJUČENJE SA ISPITA.

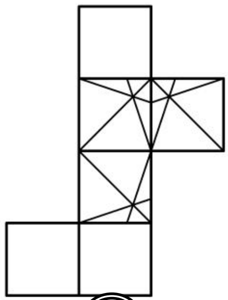
PITANJE 1.
Dat je prostorni prikaz jedne šuplje kocke kojoj su tri strane (na vidljivoj polovini kocke) iscrtane, a preostale tri strane (na nevidljivoj polovini kocke) čiste.
Od ponuđenih mreža (razvijenih strana kocke u jednoj ravni) označenih brojevima 1-4 zaokružiti jedan ili više brojeva uz one mreže od kojih se može sastaviti ta kocka.



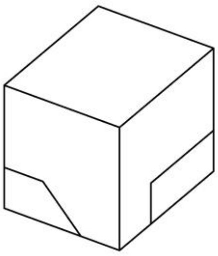

1


2

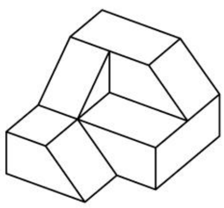

3

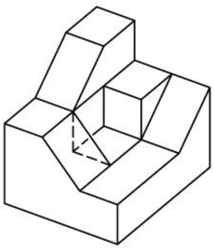

4

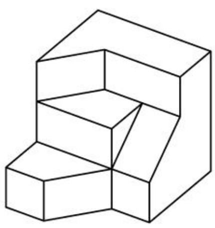
PITANJE 2.

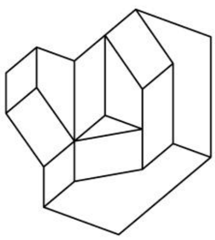


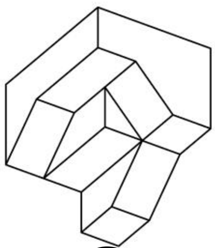
Dat je prostorni prikaz jedne pune kocke (slika levo) koja je sastavljena iz dva dela.
Donji deo **A** te kocke je prikazan na slici desno.
Zaokružiti jedan ili više brojeva uz delove označene 1-4 koji, dovođenjem u odgovarajući položaj, sa delom **A** čine tu kocku.


A


1

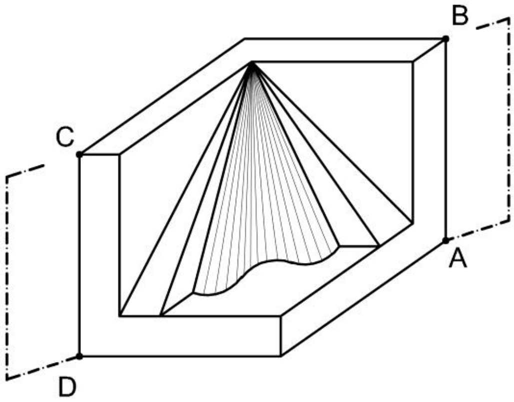

2

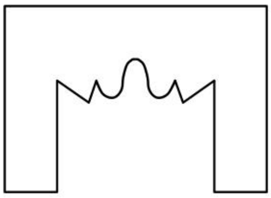

3


4

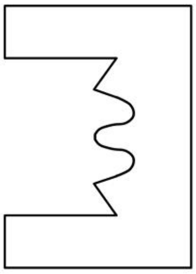
PITANJE 3.

Dat je prostorni prikaz tela koje je nastalo isecanjem delova jedne pune kocke.
Neka je dato telo presečeno vertikalnom ravni (na slici prikazana linijom *crta-tačka*), koja sadrži temena kocke A, B, C i D.
Ponuđene su četiri ravne figure označene brojevima 1-4.
Zaokružiti jedan ili više brojeva uz one figure koje predstavljaju presek datog tela sa tom ravni.

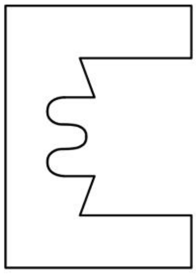




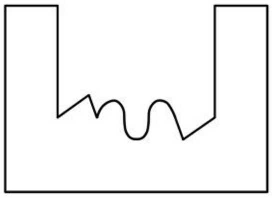
1



2



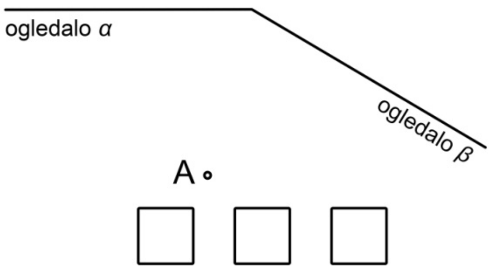
3

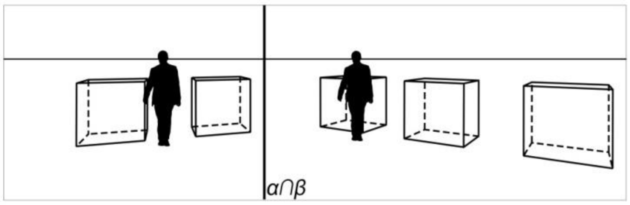


4

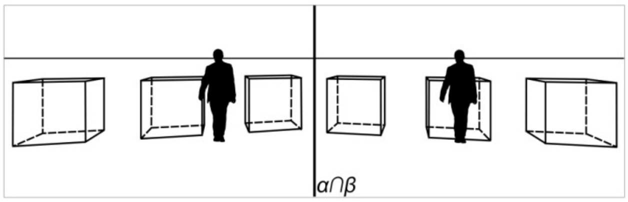
PITANJE 4.

Tri kocke jednake veličine nalaze se na horizontalnoj ravni. Na istoj ravni stoji posmatrač koji gleda sliku u dva vertikalna ravna ogledala, ogledalu α i ogledalu β. Pozicija kocaka, posmatrača i ogledala α i β je prikazana u pogledu odgore (slika desno). Mesto posmatrača je u tački A.
Ponuđene su četiri slike označene brojevima 1-4.
Na svakoj slici označena je vertikalna prava koja predstavlja presek ogledala ($\alpha \cap \beta$). Zaokružiti broj uz sliku koja predstavlja odraz u ogledalima koji vidi posmatrač A.

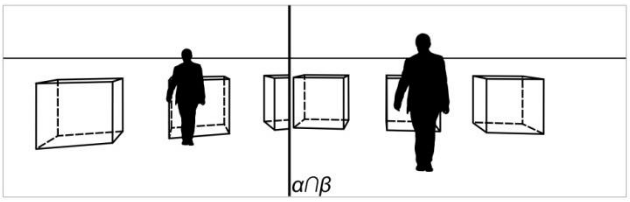




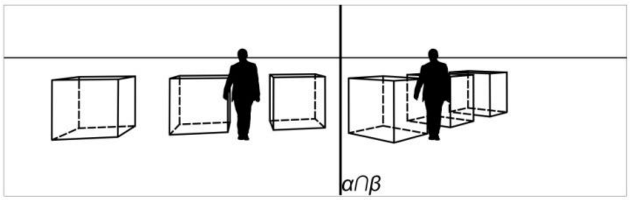
1



2



3



4

PITANJE 5.
U kom gradu se nalazi park *La Vilet* koji je projektovao arhitekta Bernar Čumi?

U Parizu

PITANJE 6.
Koliko kvadratnih metara zauzima objekat *Lenjingradske pravde* koji su projektovali braća Vesnini?

Zaokružite broj ispred odgovora koji smatrate tačnim.

1. 24 m^2
2. 36 m^2
3. 42 m^2

PITANJE 7.
Koliko izgrađenih objekata obrazuje jedan od najlepših trgova Rima *Kampidoljo*, koji je projektovao Mikelanđelo Buonaroti?

Zaokružite broj ispred odgovora koji smatrate tačnim.

1. tri
2. četiri
3. pet

PITANJE 8.
U kom stilu je izgrađen *Versaj* Luja XIV?

Barok

PITANJE 9.
Kako se naziva antički stilski arhitektonski red koji je najstariji i oličava jednostavnu lepotu punu snage, ozbiljnosti i antičke mudrosti?

Dorski

PITANJE 10.
Kako se zove vertikalni noseći element koji omogućava oslobađanje prostora u arhitekturi?

Zaokružite broj ispred odgovora koji smatrate tačnim.

1. stub
2. greda
3. prozor

PITANJE 11.

U knjizi *Oblik i prostor u arhitekturi* analizirana je crkva *Ivo ala Sapienca*. U kom gradu se nalazi ta crkva?

Zaokružite broj ispred odgovora koji smatrate tačnim.

1. Rim
2. Firenca
3. Venecija

PITANJE 12.

U knjizi *Oblik i prostor u arhitekturi* analizirana je vila *Savoj* kraj Pariza. Ko je projektovao ovaj čuveni objekat?

Le Korbizije

PITANJE 13.
U kom veku se javlja impresionizam?

1. XVIII
2. XIX
3. XX

PITANJE 14.
U kojoj evropskoj zemlji je renesansa našla svoj najviši izraz?

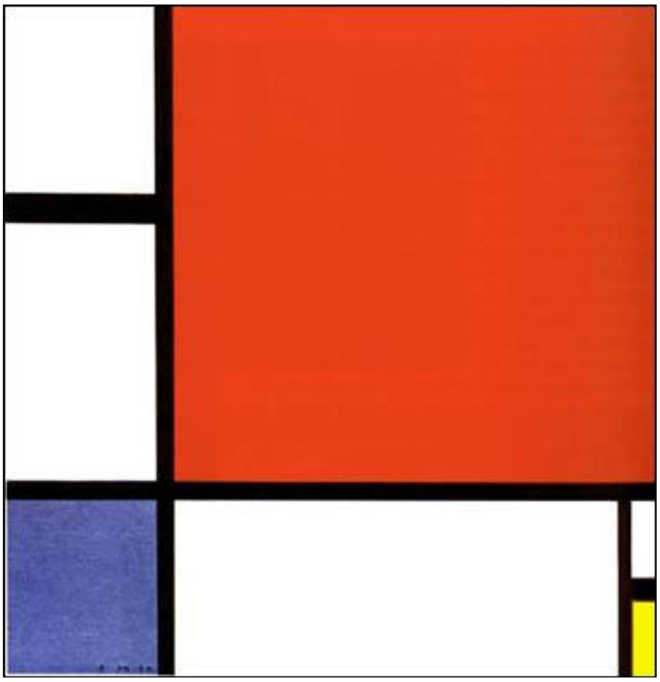
U Italiji

PITANJE 15.
Navesti jednog od dva tvorca i glavna predstavnika kubizma.

Pablo Pikaso ili Žorž Brak

PITANJE 16.
Ko je autor prikazane slike?

Pit Mondrijan



PITANJE 17.
Koja filozofska disciplina ispituje lepo u umetnosti i prirodi?

Estetika

PITANJE 18.
Da li je tačna sledeća tvrdnja:
Opera *Rigoleto* je jedno od najznačajnijih dela koje je napisao Rihard Vagner.

1. DA
2. NE

Zaokružite broj ispred odgovora koji smatrate tačnim.

PITANJE 19.
U kom veku je stvarao Petar Čajkovski?

1. XVIII
2. XIX
3. XX

PITANJE 20.
Koji od navedenih termina ne označavaju muzičke instrumente: *koral, madrigal, pikolo, saksofon, oratorijum, pasija, čembalo, forte*?

koral, madrigal, oratorijum, pasija, forte

PITANJE 21.
Ko je autor pesme koja nosi isto ime kao jedno ostrvo i koja sadrži navedene stihove?

Sad smo bezbrižni, laki i nežni.
Pomislimo: kako su tihi, snežni
vrhovi Urala.

Miloš Crnjanski

PITANJE 22.
Da li je pesme *Možda spava* i *Nirvana* napisao isti autor?

Zaokružite broj ispred odgovora koji smatrate tačnim.

1. DA
2. NE

PITANJE 23.
Ko je autor romana *Stranac?*

Alber Kami

PITANJE 24.
Ko je autor pesme *Poeziju će svi pisati*?

Branko Miljković

PITANJE 25.
Kako se zvao pevač rok grupe *Nirvana*?

Kurt Kobejn

PITANJE 26.
Naziv koje društvene mreže asocira na englesku reč
za "cvrkut" ili "cvrkutanje"?

Tviter (Twitter)

PITANJE 27.
Koji je naziv poznatog nemačkog kozmetičkog brenda
(najpoznatijeg po univerzalnoj kremi u plitkoj cilindričnoj konzervi),
čiji je logotip u beloj boji na plavoj pozadini?

Nivea

28. Neka su stranice pravouglog trougla: $1, \sqrt{\varphi}, \varphi$, gde je $\varphi > 1$. Izračunati φ i odnos između visine na hipotenuzu i veće katete.

$\varphi = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$

Traženi odnos je $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$

29. Uglovi između duže osnovice i krakova trapeze su 30° i 60°, kraća osnovica je polovina duže osnovice. Izračunati visinu trapeza ako se zna da je površina $36\sqrt{3}$.

Visina je $3\sqrt{2}$

30. Napisati rastući redosled brojeva A, B, C, D, E, za $A = \sqrt[3]{9}$, $B = 2 + \arccos\frac{1}{2}$, $C = \log_3 4$, $D = \frac{1}{\sqrt[3]{1+\pi/4}}$, $E = e$, gde je e Ojlerov broj, osnova prirodnog logaritma.

Redosled je: D, C, A, E, B

FTN - DEPARTMAN ZA ARHITEKTURU

19. PRIJEMNI ISPIT, 02.07.2015.godine **PROSTORNA KOMPOZICIJA**

Od datih **površina** (karton, papir, pastel papir, pvc folija), **linija**(cevčice) i **gotovih elemenata** (krstoobrazni elementi) napraviti PROSTORNU KOMPOZICIJU. Svi materijali moraju biti zastupljeni u kompoziciji, makar u najmanjoj količini, a nije obavezno iskoristiti sav materijal.
Elemente kompozicije oblikovati u skladu sa fizičkim i vizuelnim kvalitetima materijala i povezati ih u organizovan i jasno strukturiran prostorni sklop. Broj, veličina i oblik elemenata su proizvoljni, a očekuje se da njihov međusobni odnos u prostoru bude harmoničan, skladan i uravnotežen. Kompozicija treba da bude vesela, otvorena, dinamična, ritmična celina koja ni u kom pogledu ne predstavlja maketu ili model nekog viđenog sklopa.
Na kraju **PROSTORNU KOMPOZICIJU dobro pričvrstiti za datu podlogu** (mali karton), sa one strane na kojoj je pečat.
Veliki karton koristiti za rad, sečenje po njemu, kako bi zaštitili radnu površinu stola.

FTN – DEPARTMAN ZA ARHITEKTURU I URBANIZAM – PRIJEMNI ISPIT

SLOBODORUČNO CRTANJE 01. 07. 2015.

Na natron papiru nacrtati prostornu kompoziciju mekom olovkom B2. Karakterom linije dočarati prostornost, udaljenost, osenčenost i kvalitet materijala . Predstaviti iluziju trodimenzionalnosti oblika i iluziju dubine prostora. Obratiti pažnju na kompoziciju, proporcije, perspektivu, kao i na jedinstvo celine.

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА

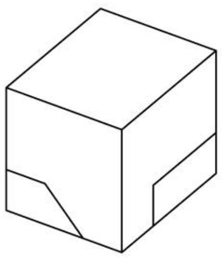
Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndean@uns.ac.rs

PRIJEMNI ISPIT **2. JULI 2015.**

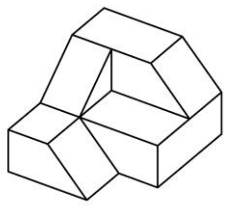
GEOMETRIJA SA ARHITEKTONSKOM I OPŠTOM KULTUROM

Svako pitanje na testu, za tačan odgovor, donosi jedan bod, što ukupno čini 30 bodova. Delimično ili polovično tačni odgovori ne donose nijedan bod.
PISATI SAMO I JEDINO **PLAVOM HEMIJSKOM OLOVKOM** ŠTAMPANIM SLOVIMA**, ako je moguće lepim i čitkim, i** OBAVEZNO U POLJE**, koje je namenjeno samo za upisivanje odgovora. Svaki drugi način pisanja povlači diskvalifikaciju sa prijemnog ispita i dakle 0 bodova.** PISANJE BILO KOJIM DRUGIM SREDSTVOM OSIM NAVEDENE PLAVE OLOVKE NIJE DOZVOLJENO. SVAKI RAZGOVOR I DOGOVOR, DOŠAPTAVANJE ILI EVENTUALNO STAVLJANJE VAŠEG ODGOVORA NA UVID DRUGIMA, POVLAČI TRENUTNO ISKLJUČENJE SA ISPITA.

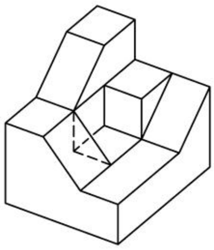
PITANJE 1.



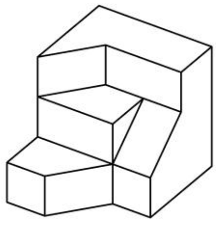
Dat je prostorni prikaz jedne pune kocke (slika levo) koja je sastavljena iz dva dela.
Donji deo **A** te kocke je prikazan na slici desno.
Zaokružiti jedan ili više brojeva uz delove označene 1-4 koji, dovođenjem u odgovarajući položaj, sa delom **A** čine tu kocku.



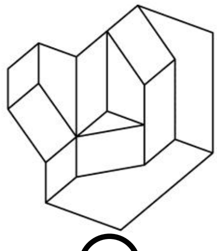
A



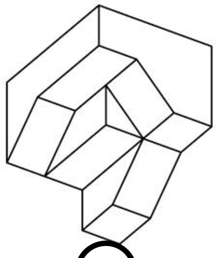
1



2



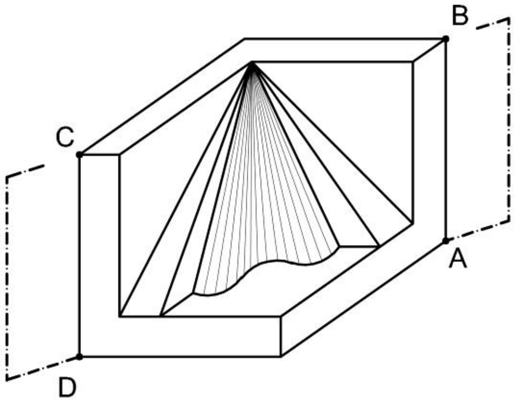
3

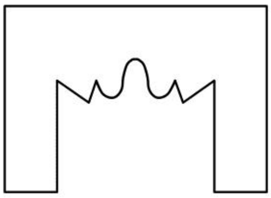


4

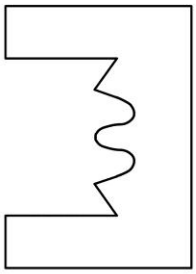
PITANJE 2.

Dat je prostorni prikaz tela koje je nastalo isecanjem delova jedne pune kocke.
Neka je dato telo presečeno vertikalnom ravni (na slici prikazana linijom *crta-tačka*), koja sadrži temena kocke A, B, C i D.
Ponuđene su četiri ravne figure označene brojevima 1-4.
Zaokružiti jedan ili više brojeva uz one figure koje predstavljaju presek datog tela sa tom ravni.

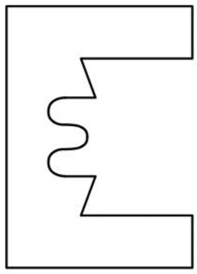




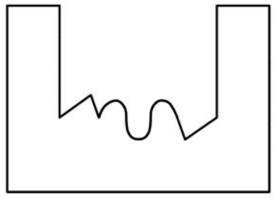
1



2



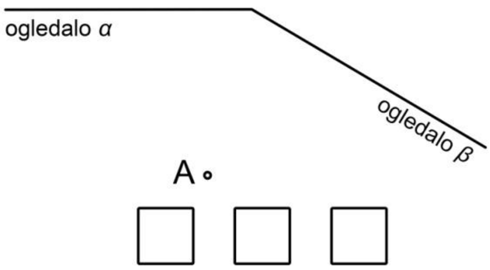
3

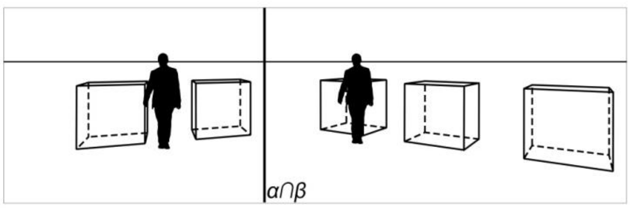


4

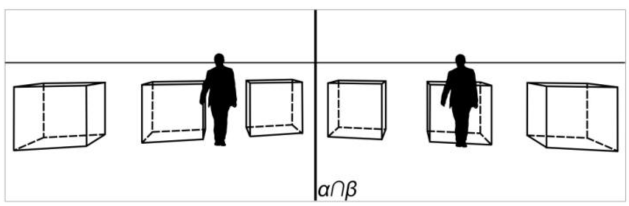
PITANJE 3.

Tri kocke jednake veličine nalaze se na horizontalnoj ravni. Na istoj ravni stoji posmatrač koji gleda sliku u dva vertikalna ravna ogledala, ogledalu *α* i ogledalu *β*. Pozicija kocaka, posmatrača i ogledala *α* i *β* je prikazana u pogledu odgore (slika desno). Mesto posmatrača je u tački A.
Ponuđene su četiri slike označene brojevima 1-4.
Na svakoj slici označena je vertikalna prava koja predstavlja presek ogledala (*α*∩*β*). Zaokružiti broj uz sliku koja predstavlja odraz u ogledalima koji vidi posmatrač A.

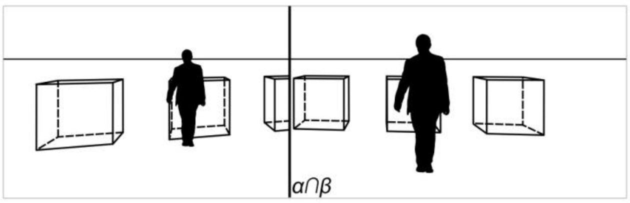




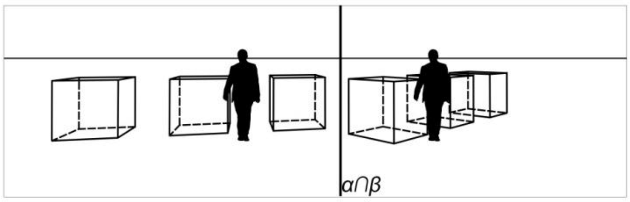
1



2



3



4

PITANJE 4.
Jedan od pionira moderne arhitekture, autor knjige „Ka pravoj arhitekturi“, Le Korbizije, bio je po nacionalnosti:

1. Francuz
2. Švajcarac
3. Belgijanac

PITANJE 5.
Danski arhitekta Jorn Utzon autor je čuvene zgrade opere u:

1. Njujorku
2. Sidneju
3. Kopenhagenu

PITANJE 6.
Ranko Radović, osnivač studija arhitekture u Novom Sadu, izveo je delo koje je Čarls Dženks svrstao među najznačajnija ostvarenja savremene svetske arhitekture. To je:

1. Muzej savremene umetnosti u Beogradu
2. Spomen kuća Bitke na Sutjesci na Tjentištu
3. Galerija Matice srpske u Novom Sadu

PITANJE 7.
Zlatnom medaljom za uspostavljanje dijaloga na tek završenom Praškom kvadrijenalu scenskog dizajna i scenskog prostora nagrađeni su umetnici i studenti iz:

1. Srbije
2. Slovenije
3. Slovačke

PITANJE 8.
U kom italijanskom gradu se održava manifestacija „*La Bienalle*"?

1. Rimu
2. Veneciji
3. Milanu

PITANJE 9.
Delo „Splav Meduze“, francuskog slikara Teodora Žerikoa nastala je u:

1. XVIII veku
2. XIX veku
3. XX veku

PITANJE 10.
Roman „Budenbrokovi” napisao je nemački književnik:

1. Johan Volfgang fon Gete
2. Eden fon Horvat
3. Tomas Man

PITANJE 11.
Stilska figura „Slovenska antiteza“, tipična za srpsku narodnu poeziju,
nije primenjena u pesmi:

1. Boj na Mišaru
2. Mali Radojica
3. Ženidba Milića barjaktara

PITANJE 12.
Pesmu „Santa Maria della Salute“ napisao je čuveni srpski književnik XIX veka:

1. Laza Kostić
2. Laza Lazarević
3. Jovan Dučić

PITANJE 13.
Međunarodni festival pod nazivom „Ljetne igre“ održava se svake godine u hrvatskom gradu:

1. Split
2. Dubrovnik
3. Zagreb

PITANJE 14.
Naslov poslednje predstave koju je čuveni slovenački reditelj Tomi Janežič režirao u Srpskom narodnom pozorištu u Novom Sadu, po tekstu Lava Nikolajeviča Tolstoja je:

1. Rat i mir
2. Porodična sreća
3. Smrt Ivana Iljiča

PITANJE 15.
Koju od navedenih drama nije napisao Viljem Šekspir:

1. Bura
2. Mnogo buke ni oko čega
3. Leons i Lena

УНИВЕРЗИТЕТ
У НОВОМ САДУ

ФАКУЛТЕТ
ТЕХНИЧКИХ НАУКА

Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndean@uns.ac.rs

Četvrtak 02. juli 2015. godine

PROVERA POSEBNIH SKLONOSTI I SPOSOBNOSTI – IZRADA PROSTORNOG PRIKAZA / MAKETE

17.00-19.00 časova

Zadatak:

Na osnovu tekstualnog predloška, (odlomka iz dela „Dnevnici iz Spandaua" Alberta Špera), uspostaviti prostor koji odgovara priči, korišćenjem materijala koji se nalazi pred vama (mreža, sivi hamer papir, žuti hamer papir, folija). Cilj ovog zadatka je da prostorom bude izgrađeno dejstvo koje pojačava i naglašava dejstvo tekstualnog predloška, ili, dejstvo koje ulazi u dijalog sa predloškom, ili, čak, dejstvo koje zamenjuje dati predložak. Drugim rečima, prostor treba da postane sredstvo kojim se na zamišljenog posmatrača deluje u skladu sa idejom tekstualnog predloška, onako kako tu ideju čita sam autor prostornog rešenja.

Koncept prostornog prikaza/makete obrazložiti jednom rečenicom, koju je potrebno napisati na beli papir koji se nalazi pred vama. Ovaj papir je sastavni deo rada i predaćete ga zajedno sa maketom, na kraju ispita.

Pored navedenog materijala, pred vama se nalaze dva kartona/lepenke sive boje. Veliki karton/lepenka služi kao podloga za rad. Tu podlogu koristite namenski, secite na njoj a nikako neposredno na stolu. Drugi karton, manji, na kome se nalazi pečat naše škole, koristite kao prostor i mesto gde ćete organizovati, oblikovati i čvrsto zalepiti vaš prostorni prikaz, i to sa strane na kojoj je pečat. Ovaj karton nije dozvoljeno transformisati na bilo koji način (sečenjem, savijanjem, zasecanjem itd.).

Materijal **(mreža, sivi hamer papir, žuti hamer papir, folija)** može i ne mora u potpunosti da bude iskorišćen, ali svaka vrsta materijala mora da se pojavi u prostornom prikazu, tako da čini njegov integralni deo.

Podsećamo vas da obratite pažnju na urednost, da vodite računa o razmeri makete (maketa ne sme da izlazi van podloge na koju je zalepljena), kao i da predvidite dovoljno vremena za lepljenje prostornog prikaza za podlogu. Na kraju ispita maketa mora da bude čvrsto zalepljena, a lepak osušen.

Srećan rad!

<u>**Tekstualni predložak:**</u>

9. listopada 1946.

„Već sam godinu dana u zatvoru od kojega sam do sada vidio samo željeznu kapiju i zatvorenički blok. Fasade sa malim prozorima desetljećima su uprljane prašinom i čađom. U dvorištu vegetira nekoliko stabala krušaka svjedočeći da se čak i ovdje može dugo vrijeme održati u životu. Prvih dana često sam se uspinjao na stolicu i nadolje širio gornju polovicu prozora da bih za trenutak vidio dvorište. Ali mali povišeni pozor bio je postavljen duboko u zidu. Okna su bila prekrita sivim celuloidom jer se htjelo spriječiti da se staklenom krhotinom prorežu žile kucavice. Čak i pri sunčevu svjetlu ćelija djeluje mračno. Celuloid je izgreban, obrisi izvana samo su nejasno zamjetljivi. Počinje bivati hladno. Unatoč tome ponekad širim prozor. Hladna struja zraka smeta dežurnom vojniku. Odmah me poziva da zatvorim prozor."

***Dnevnici iz Spandaua*, Albert Šper**

FAKULTET TEHNIČKIH NAUKA – DEPARTMAN ZA ARHITEKTURU

Scenska arhitektura, tehnika i dizajn

01.07.2015.

Zadatak na prijemnom ispitu iz SLOBODORUČNOG CRTANJA

Po sopstvenom senzibilitu nacrtajte prostornu kompoziciju koja je pred vama. Obratite pažnju na KOMPOZICIJU, PROPORCIJE i PERSPEKTIVU. Predstavite iluziju dubine prostora i iluziju trodimenzionalnosti oblika koristeći različite kvalitete linija, posmatrajući svetlo-tamne odnose.

УНИВЕРЗИТЕТ У НОВОМ САДУ
ФАКУЛТЕТ ТЕХНИЧКИХ НАУКА
Трг Доситеја Обрадовића 6, 21000 Нови Сад, Република Србија
Деканат: 021 6350-413; 021 450-810; Централа: 021 485 2000
Рачуноводство: 021 458-220; Студентска служба: 021 6350-763
Телефакс: 021 458-133; e-mail: ftndean@uns.ac.rs

PRIJEMNI ISPIT **3. JULI 2015.**

PISANI ESEJ

Zadatak za pisanje eseja:

1. Odaberite jednu od tri ponuđene teme.

   a) Scenski dizajn u pozorištu.

Odaberite jednu dramsku pozorišnu predstavu, prikažite je prema željenim kriterijumima i objasnite elemente scenskog dizajna.

   b) Scenska priroda savremene arhitekture.

Odaberite jedan objekat savremene arhitekture, prikažite ga prema željenim kriterijumima i objasnite njegov scenski karakter.

   c) Umetnički događaj u javnom gradskom prostoru.

Odaberite jedan umetnički događaj održan u javnom gradskom prostoru, prikažite ga prema željenim kriterijumima i objasnite scenske elemente koji ga odlukuju.

2. Napišite esej na odabranu temu. Dužina eseja ograničena je na 4 (četiri) stranice formata A4 (stranice od 3 do 6). Prostor predviđen za radni koncept (teze, beleške i slično) ograničen je na 1 (jednu) stranicu formata A4 (stranica br. 2). Molimo vas da pišete čitko.

3. Vreme za pisanje eseja je 120’.

Fakultet tehničkih nauka, Novi Sad **03.07.2015.**

PRIJEMNI ISPIT IZ MATEMATIKE

Elektroenergetika - obnovljivi izvori električne energije
Elektronika i telekomunikacije
Softverske i informacione tehnologije

1. Odrediti domen, nule i znak funkcije $f(x) = \dfrac{2x+1}{x-2}$. Dokazati da je $f(f(x)) = x$.

2. Neka je $z_1 = -1 + 2i$ i $z_2 = \sqrt{7} - 3i$. Izračunati $|z_2|$, $\overline{z_2}$, $z_1 + z_2$, $z_1 z_2$, $\dfrac{z_1}{z_2}$ i i^{2015}.

3. Data je kvadratna jednačina $x^2-(a+2)x+a+5 = 0$. Odrediti vrednosti realnog parametra a za koje su njena rešenja realna i različita. Za $a = 0$ rešiti datu jednačinu.

4. Data je funkcija $f(x) = \dfrac{3}{2}\cos x - \sin^2 x$.

(a) Rešiti jednačinu $f(x) = 0$.

(b) Rešiti nejednačinu $f(x) > 0$.

5. U jednakostranični trougao stranice $a = 6\sqrt{3}\,cm$ upisan je krug.

(a) Odrediti odnos površina trougla i kruga.

(b) Odrediti odnos zapremina rotacionih tela dobijenih rotacijom trougla i kruga oko visine trougla.

6. U skupu realnih brojeva rešiti jednačinu

$$\log_4(2 \cdot 16^x + 64) - \log_4(32 - 2 \cdot 4^x) = x.$$

7. Date su prave $p_1:\ x + y - 2 = 0$, $p_2:\ x - y = 0$ i $p_3:\ 3x + y - 2 = 0$.

(a) Odrediti tačku $P(x, y)$ koja je presek pravih p_1 i p_2.

(b) Napisati jednačinu prave q koja sadrži tačku P i normalna je na pravu p_3.

8. Odrediti aritmetički niz a_n, $n \in \mathbb{N}$ ako je poznato da je $a_3 : a_9 = 3 : 7$ i $a_1 \cdot a_8 = 95$.

9. Date su tače $A(1, 2, 3)$, $B(0, 1, 2)$ i $C(-1, 0, 7)$.

(a) Izračunati $\overrightarrow{AB}$ i $\overrightarrow{AC}$.

(b) Izračunati $\left|\overrightarrow{AB}\right|$ i $\left|\overrightarrow{AC}\right|$.

(c) Izračunati ugao $\angle BAC$.

(d) Izračunati površinu trougla $\triangle ABC$.

10. Data je funkcija $f(x) = e^{x^2+2}$. Izračunati prvi izvod funkcije $f(x)$, ispitati njenu monotonost i naći njene ekstremne vrednosti.

REŠENJA:

1. Domen funkcije: $\mathcal{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

   Nule funkcije: $f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad 2x+1=0 \quad \Leftrightarrow \quad x = -\dfrac{1}{2}$.

   Znak funkcije:

   $-\infty \quad -\frac{1}{2} \quad 2 \quad \infty$

$2x+1$	$-$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$
$f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$	$+$	$-$	$+$

$$\Rightarrow \qquad \begin{array}{l} f(x) > 0 \quad , \quad x \in (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2, \infty) \\ f(x) < 0 \quad , \quad x \in (-\frac{1}{2}, 2) \end{array}$$

$$f(f(x)) = \frac{2 \cdot \frac{2x+1}{x-2} + 1}{\frac{2x+1}{x-2} - 2} = \frac{\frac{4x+2+x-2}{x-2}}{\frac{2x+1-2x+4}{x-2}} = \frac{5x}{5} = x.$$

2. $|z_2| = \sqrt{7+9} = 4$,

   $\overline{z_2} = \sqrt{7} + 3i$,

   $z_1 + z_2 = \sqrt{7} - 1 - i$,

   $z_1 z_2 = 6 - \sqrt{7} + i(3 + 2\sqrt{7})$,

   $$\frac{z_1}{z_2} = \frac{-1+2i}{\sqrt{7}-3i} \cdot \frac{\sqrt{7}+3i}{\sqrt{7}+3i} = -\frac{6+\sqrt{7}}{16} + i\frac{2\sqrt{7}-3}{16},$$

   $i^{2015} = (i^4)^{503} \cdot i^3 = 1 \cdot (-i) = -i$.

3. Rešenja kvadratne jednačine su realna i različita za

   $D = (a+2)^2 - 4(a+5) = a^2 - 16 > 0 \quad \Leftrightarrow \quad a \in (-\infty, -4) \cup (4, \infty)$.

   Za $a = 0$, rešenja jednačine $x^2 - 2x + 5 = 0$ su $x_{1,2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{4-20}}{2} = 1 \pm 2i$.

4. (a) $\dfrac{3}{2}\cos x - \sin^2 x = 0 \Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\cos x - (1 - \cos^2 x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + 3\cos x - 2 = 0$.

   Uvođenjem smene $t = \cos x$ dobija se kvadratna jednačina $2t^2 + 3t - 2 = 0$ čija su rešenja $t_1 = -2$ i $t_2 = \dfrac{1}{2}$. Dalje,

   $\cos x = -2$ nema rešenja i

   $$\cos x = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad x \in \{-\frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\} \cup \{\frac{\pi}{3} + 2k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}.$$

   (b) Imajući u vidu da je $\cos x + 2 > 0$ za svako $x \in \mathbb{R}$ sledi

   $$f(x) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad (\cos x + 2)\left(\cos x - \frac{1}{2}\right) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos x - \frac{1}{2} > 0 \quad \Leftrightarrow \quad \cos x > \frac{1}{2}$$

   $$\Leftrightarrow \quad x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right).$$

5. (a) Površina jednakostraničnog trougla je $P_T = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} = 27\sqrt{3}\, cm^2$.

   Visina jednakostraničnog trougla je $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}a = 9\, cm$.

   Poluprečnik kruga upisanog u trougao je $r = \dfrac{1}{3}h = 3\, cm$, a njegova površina je $P_K = r^2\pi = 9\pi\, cm^2$.

   Traženi odnos je $\dfrac{P_T}{P_K} = \dfrac{27\sqrt{3}}{9\pi} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\pi}$.

(b) Rotacijom jednakostraničnog trougla oko njegove visine nastaje kupa sa poluprečnikom osnove $r_K = \frac{1}{2}a = 3\sqrt{3}\,cm$ i visinom $h_K = h = 9\,cm$, te je njena zapremina $V_K = \frac{1}{3}r_K^2\pi h_K = 81\pi\,cm^3$.
Rotacijom kruga upisanog u jednakostranični trougao oko visine trougla nastaje lopta čiji je poluprečnik $r_L = \frac{1}{3}h = 3cm$ te je njena zapremina $V_L = \frac{4}{3}r_L^3\pi = 36\pi cm^3$.
Traženi odnos je $\frac{V_K}{V_L} = \frac{81\pi}{36\pi} = \frac{9}{4}$.

6. Jednačina $\log_4(2\cdot 16^x + 64) - \log_4(32 - 2\cdot 4^x) = x$ je definisana za $2\cdot 16^x + 64 > 0$ i $32 - 2\cdot 4^x > 0$, tj. za $x < 2$.
Iz $\log_4(2\cdot 16^x + 64) - \log_4(32 - 2\cdot 4^x) = x$ sledi $\log_4 \frac{2\cdot 16^x + 64}{32 - 2\cdot 4^x} = x$, odakle se dobija

$$\frac{2\cdot 16^x + 64}{32 - 2\cdot 4^x} = 4^x \quad \Leftrightarrow \quad \frac{2\cdot (4^x)^2 + 64}{32 - 2\cdot 4^x} = 4^x \quad \Leftrightarrow \quad 4\cdot(4^x)^2 - 32\cdot 4^x + 64 = 0.$$

Uvođenjem smene $t = 4^x$ dobija se jednačina $4t^2 - 32t + 64 = 0 \Leftrightarrow (t-4)^2 = 0$ čije je rešenje $t = 4$. Dalje, $4^x = 4$, tj. $x = 1 < 2$ je traženo rešenje.

7. (a) Koordinate tačke $P(x, y)$, koja je presek pravih p_1 i p_2, su rešenje sistema jednačina
$$\begin{matrix} x + y - 2 = 0 \\ x - y = 0 \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} 2x - 2 = 0 \\ x = y \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad x = y = 1.$$ Tražena tačka je $P(1, 1)$.

(b) Koeficijent pravca prave $p_3 : \ y = -3x + 2$ je $k_3 = -3$. Tražena prava $q : \ y = kx + n$ je normalna na pravu p_3 ako i samo ako je $k = -\frac{1}{k_3} = \frac{1}{3}$. Uvrštavanjem koordinata tačke $P(1, 1)$ u $y = \frac{1}{3}x + n$ dobija se $n = \frac{2}{3}$. Dakle, $q : \ y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$.

8. $a_3 : a_9 = 3 : 7 \quad \Rightarrow 7a_3 = 3a_9 \quad \Rightarrow 7(a_1 + 2d) = 3(a_1 + 8d) \Rightarrow 4a_1 = 10d \quad \Rightarrow a_1 = \frac{5}{2}d.$
$a_1 \cdot a_8 = 95 \quad \Rightarrow \quad a_1 \cdot (a_1 + 7d) = 95.$
Uvrštavanjem $a_1 = \frac{5}{2}d$ u $a_1 \cdot (a_1 + 7d) = 95$ dobija se $\frac{5}{2}d \cdot (\frac{5}{2}d + 7d) = 95$, tj. jednačina $d^2 = 4$ čija su rešenja $d = \pm 2$.
Za $d = 2$ sledi $a_1 = 5$, pa je traženi aritmetički niz dat sa $a_n = 5 + 2(n-1),\ n \in \mathbb{N}$.
Za $d = -2$ sledi $a_1 = -5$, pa je traženi aritmetički niz dat sa $a_n = -5 - 2(n-1),\ n \in \mathbb{N}$.

9. (a) $\overrightarrow{AB} = (0, 1, 2) - (1, 2, 3) = (-1, -1, -1), \quad \overrightarrow{AC} = (-1, 0, 7) - (1, 2, 3) = (-2, -2, 4).$

(b) $\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(-1)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{3}$,
$\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.

(c) Kako je $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 + 2 - 4 = 0$, sledi da je $\angle BAC = \frac{\pi}{2}$, odnosno da je $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{AC}$.

(d) Kako je ABC pravougli trougao sa pravim uglom kod temena A, sledi da je njegova površina $P = \frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{3}\cdot\sqrt{6} = 3\sqrt{2}$.

10. $f'(x) = e^{x^2+2} \cdot (x^2 + 2)' = 2xe^{x^2+2}$.
Funkcija f je monotono rastuća za $x \in \mathbb{R}$ za koje je $f'(x) = 2xe^{x^2+2} > 0$. Kako je $e^{x^2+2} > 0$ za sve $x \in \mathbb{R}$, sledi da je $f'(x) > 0$ ako i samo ako je $x > 0$, i analogno $f'(x) < 0$ ako i samo ako je $x < 0$. Dakle

funkcija f je monotono opadajuća za $x \in (-\infty, 0)$,

funkcija f je monotono rastuće za $x \in (0, \infty)$.

$f'(x) = 2xe^{x^2+2} = 0$ ako i samo ako je $x = 0$, te je $x = 0$ jedina stacionarna tačka funkcije f. Za $x \in (-\infty, 0)$ funkcija f je monotono opadajuća i za $x \in (0, \infty)$ funkcija f je monotono rastuća, te funkcija f u tački $x = 0$ ima lokalni minimum. Iz $f(0) = e^2$ sledi da je $T(0, e^2)$ tačka minimuma.