

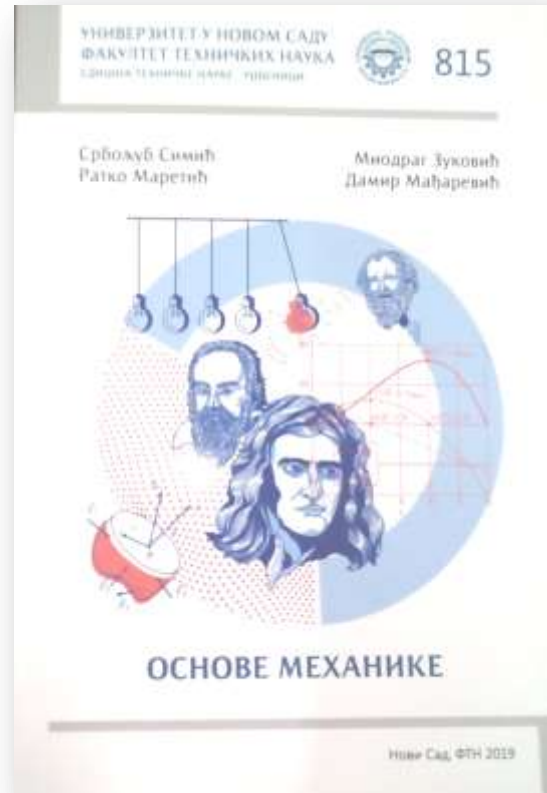
ОТПОРНОСТ МАТЕРИЈАЛА

Аксијално оптерећење

Основе механике
Инжењерство заштите на раду
Миодраг Зуковић

Литература

- Симић, Маретић, Зуковић, Мађаревић: **Основе механике**, ФТН издаваштво, Нови Сад, 2019.



Шта ћемо научити?

- 10. Основни задаци Отпорности материјала.
- 11. Метода пресека и вектор напона.
- 12. Хипотезе Отпорности материјала.

Шта ћемо научити?

- 13. Аксијално оптерећени штапови и напони код аксијално оптерећеног штапа.
- 14. Уздужна и попречна дилатација штапа. Издужење штапа при загревању.
- 15. Дијаграм нормалних напона у зависности од дилатације.
- 16. Издужење аксијално оптерећеног штапа.
- 17. Прорачун штапова изложених аксијалном оптерећењу.
- 18. Став о издужењу штапа коме је један крај покретан, а други непокретан.
- 19. Статички неодређени аксијално оптерећени штапови.

ОТПОРНОСТ МАТЕРИЈАЛА



Отпорност материјала проучава
деформације и унутрашње силе у телу које
је изложено дејству спољашњих сила

10. Основни задаци Отпорности материјала.

Основни задаци Отпорности материјала

- Испитивање чврстоће
- Испитивање крутости
- Испитивање стабилности

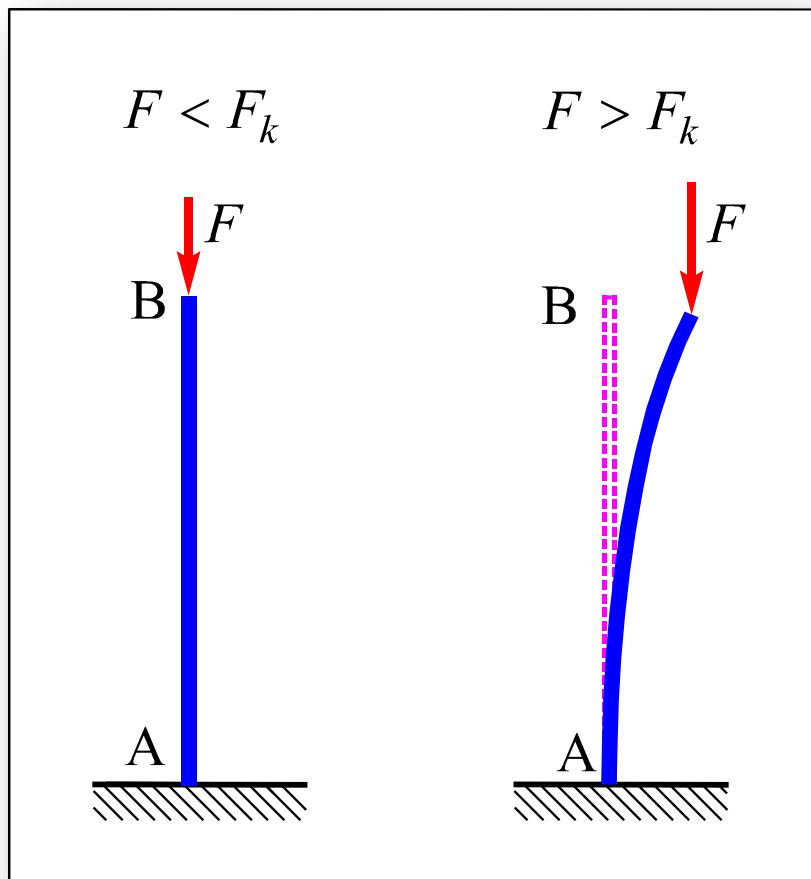
Испитивање чврстоће

Чврстоћа је својство тела да се под дејством оптерећења не сломи или трајно деформише

Испитивање крутости

**Крутост је својство тела да му под дејством
оптерећења деформације буду у задатим
границама**

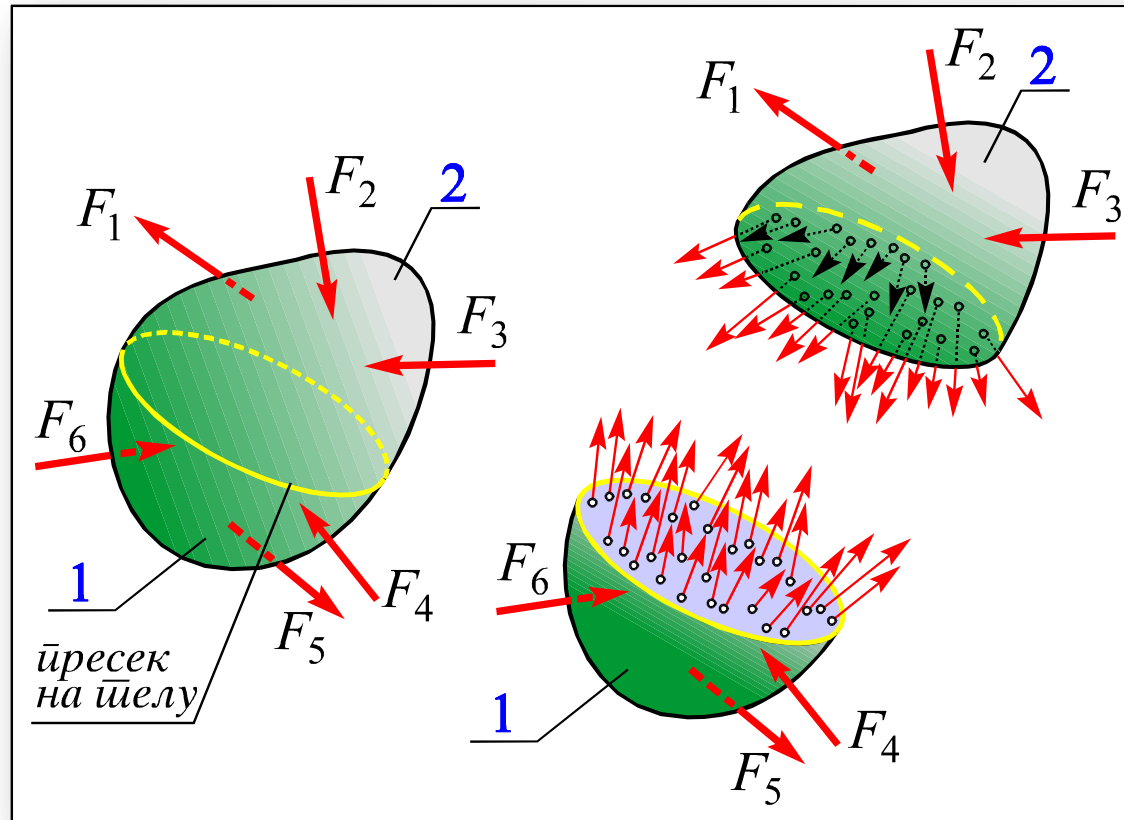
Испитивање стабилности



Положај равнотеже је
стабилан уколико
мала промена
оптерећења доводи
до мале промене
деформације тела

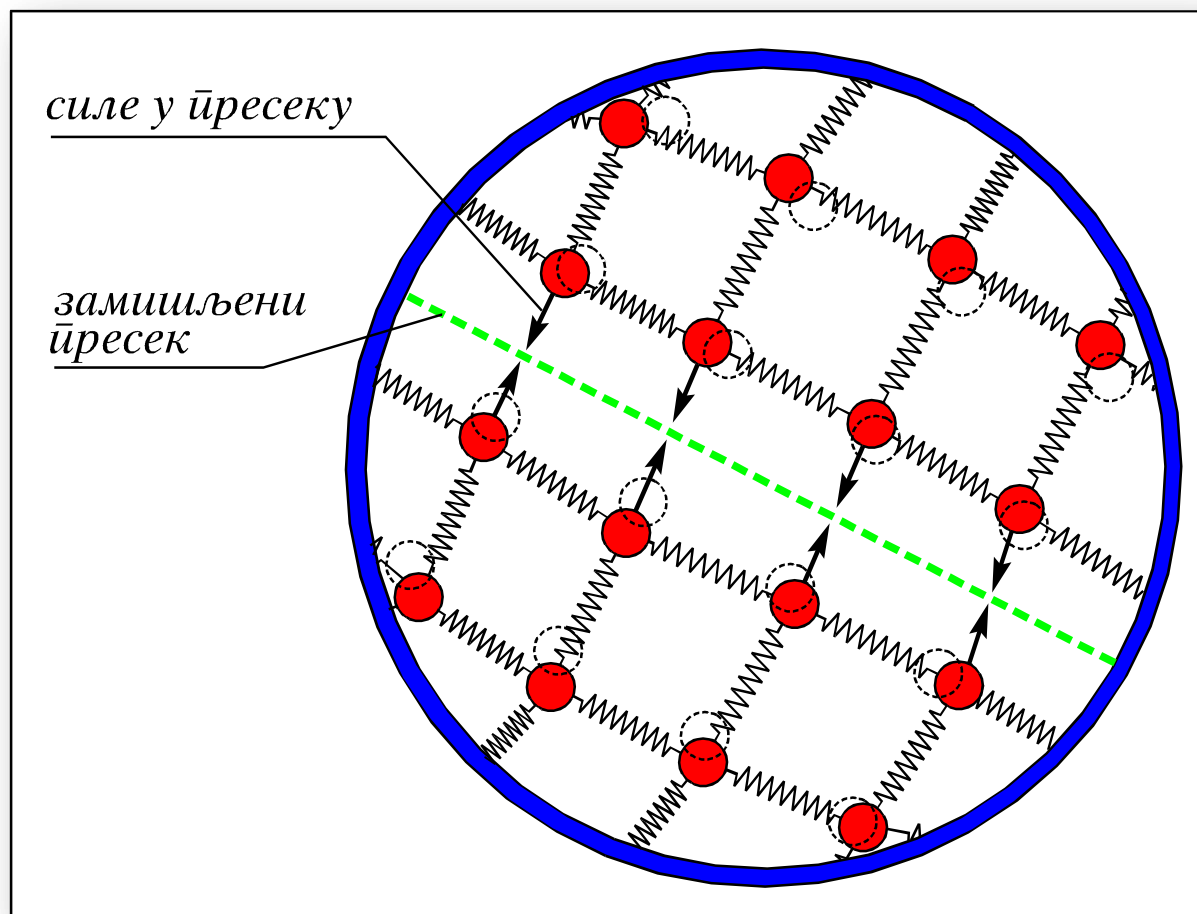
11. Метода пресека и вектор напона.

Ојлер – Кошијев аксиом

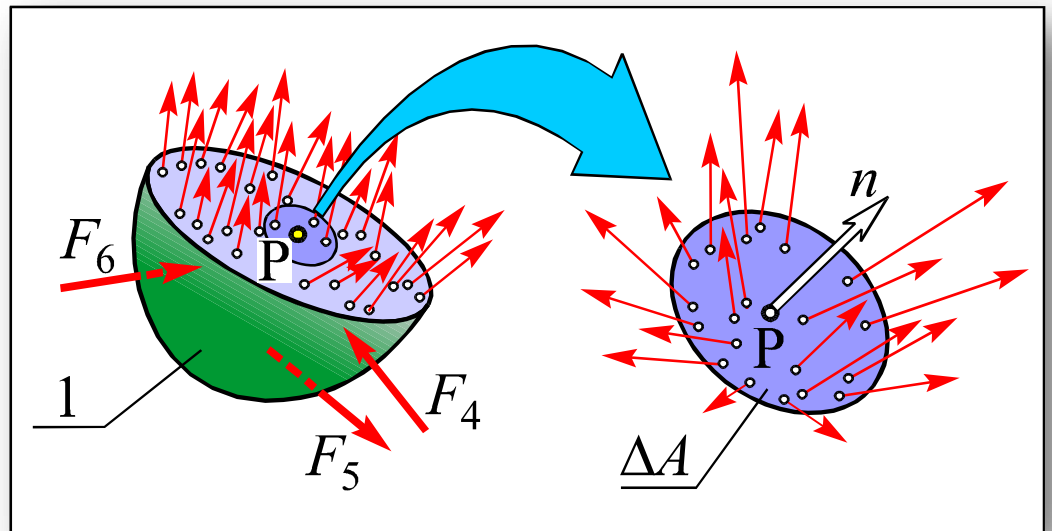
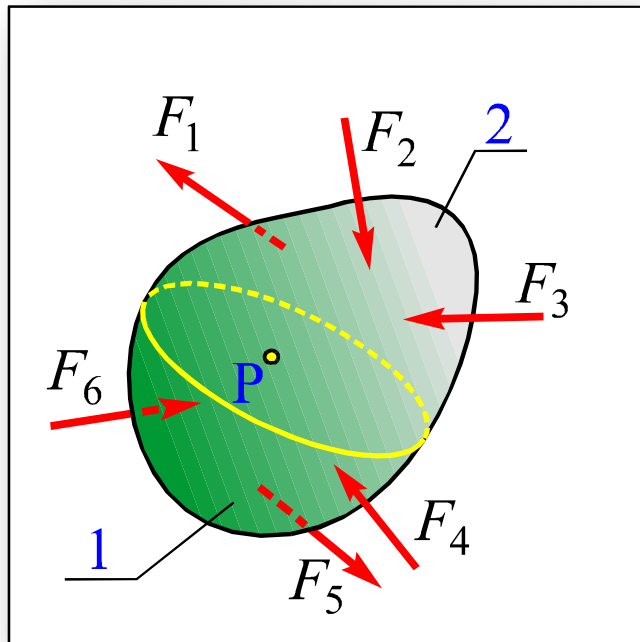


Делови тела делују један на други силама које су непрекидно распоређене по пресечној површи

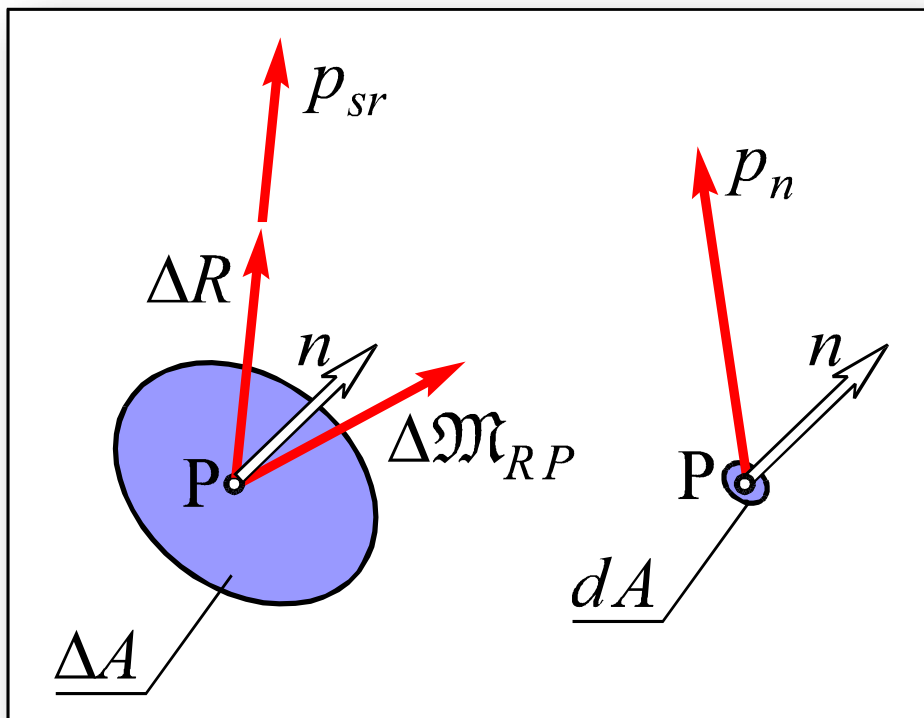
Образложење Ојлер – Кошијевог аксиома коришћењем опружног модела



Вектор напона



Посматра се мала површ која је у
околини тачке P



процес смањења
околине тачке Р

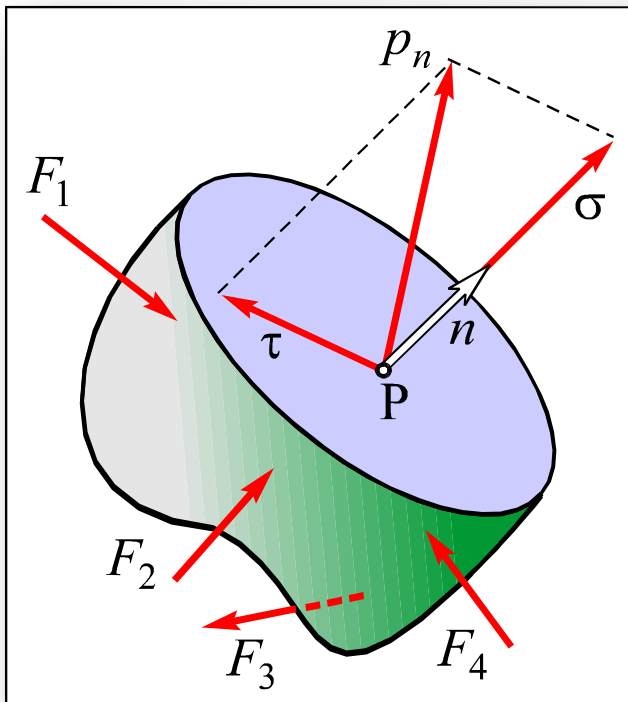
$$\vec{p}_{sr} = \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta A}$$

средњи вектор напона

$$\vec{p}_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{R}}{\Delta A} = \frac{d\vec{R}}{dA}$$

вектор напона

Нормални и тангенцијални напони



нормални напон
 σ (сигма)

тангенцијални напон
 τ (тау)

$$\vec{p}_n = \vec{\sigma} + \vec{\tau}$$

12. Хипотезе Отпорности материјала.

1. Непрекидност
2. Хомогеност
3. Изотропност
4. Деформације су мале
5. Замена стварног
оптерећења еквивалентним
6. Пресеци остају равни

Непрекидност

Непрекидност материјала подразумева да је тело потпуно испуњено и да представља непрекидну средину (континуум)

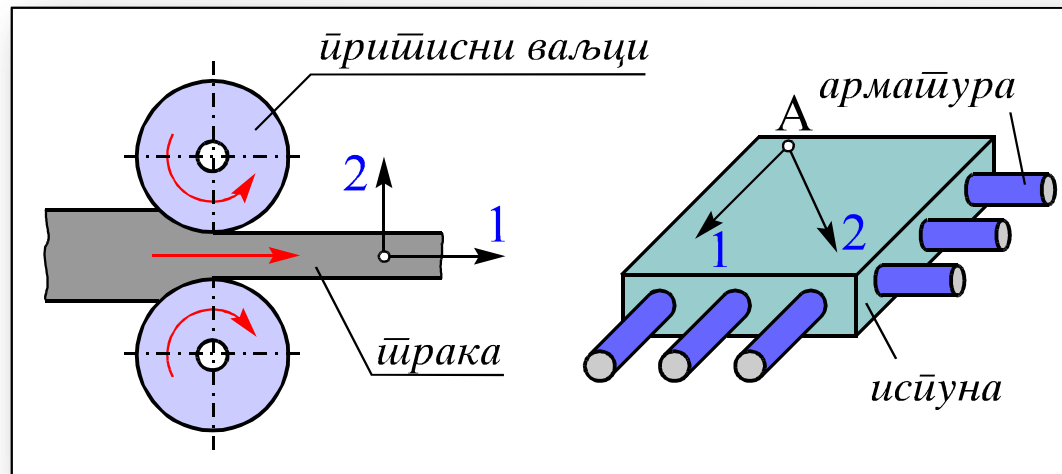
Хомогеност

**Тело је хомогено уколико у свим тачкама
материјал има иста својства**

Изотропност

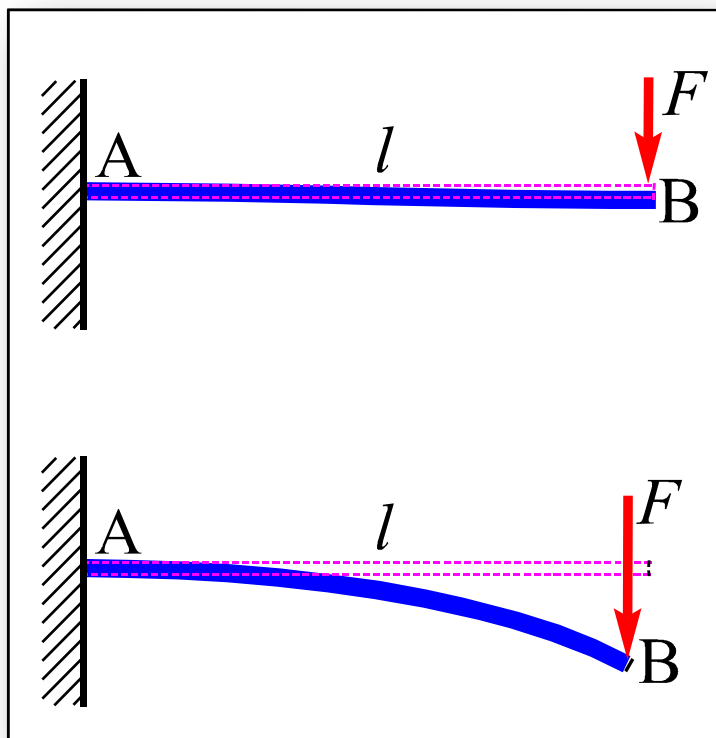
Изотропност материјала подразумева да тело има иста својства у свим правцима

Примери неізотропних тела



Дрво је типичан анизотропни
материјал
Механичка својства су различита
у правцу дуж влакана у односу на
правац попречно на влакна

Мале деформације

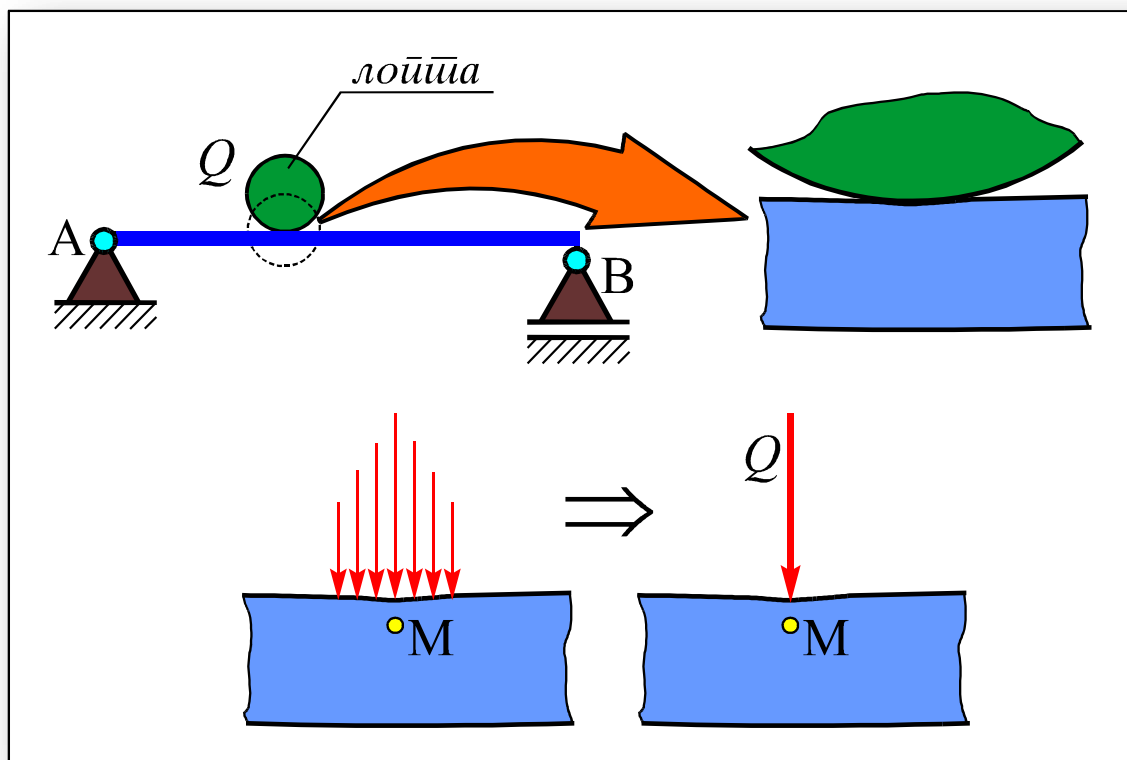


мале деформације

велике деформације

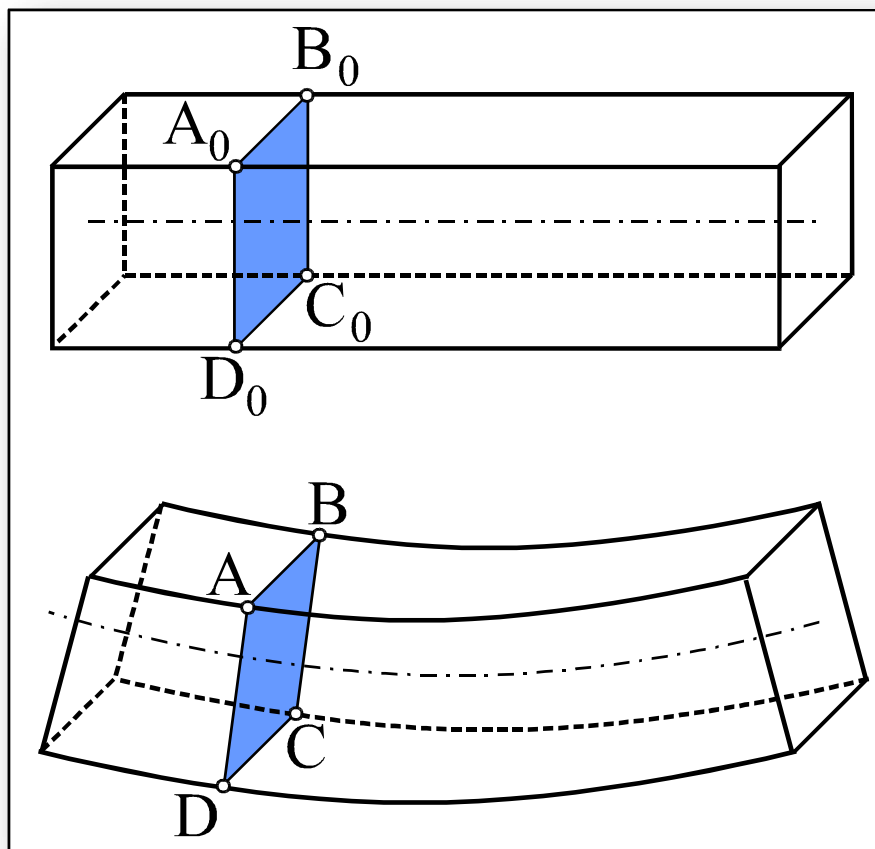
Према Хипотези о малим деформацијама све деформације су мале у односу на величину тела

Замена стварног оптерећења еквивалентним



Стварно оптерећење које делује на малој површини тела може се заменити статички еквивалентним оптерећењем

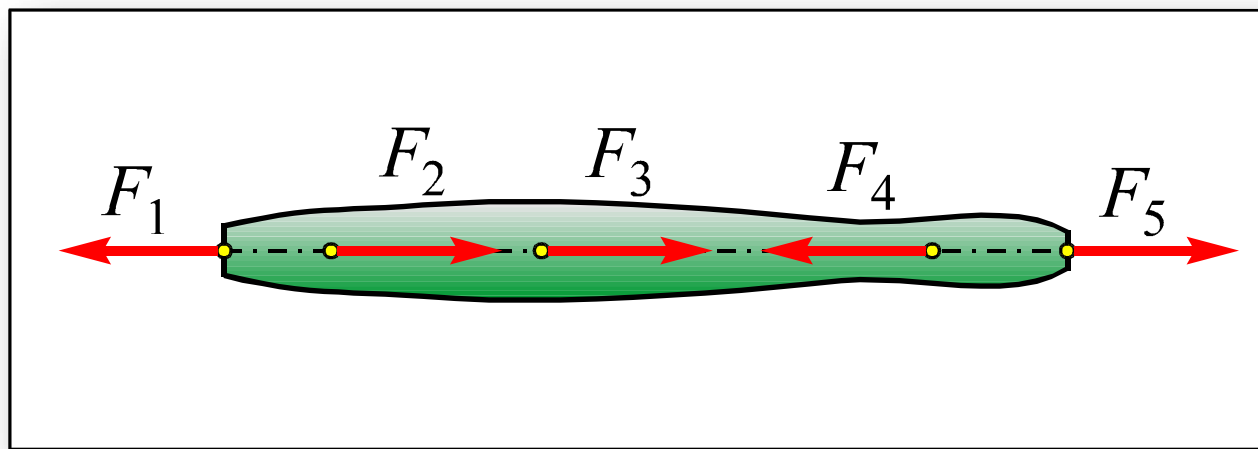
Пресеци остају равни



Пресеци који су равни на недеформисаном телу, остају равни и након деформисања

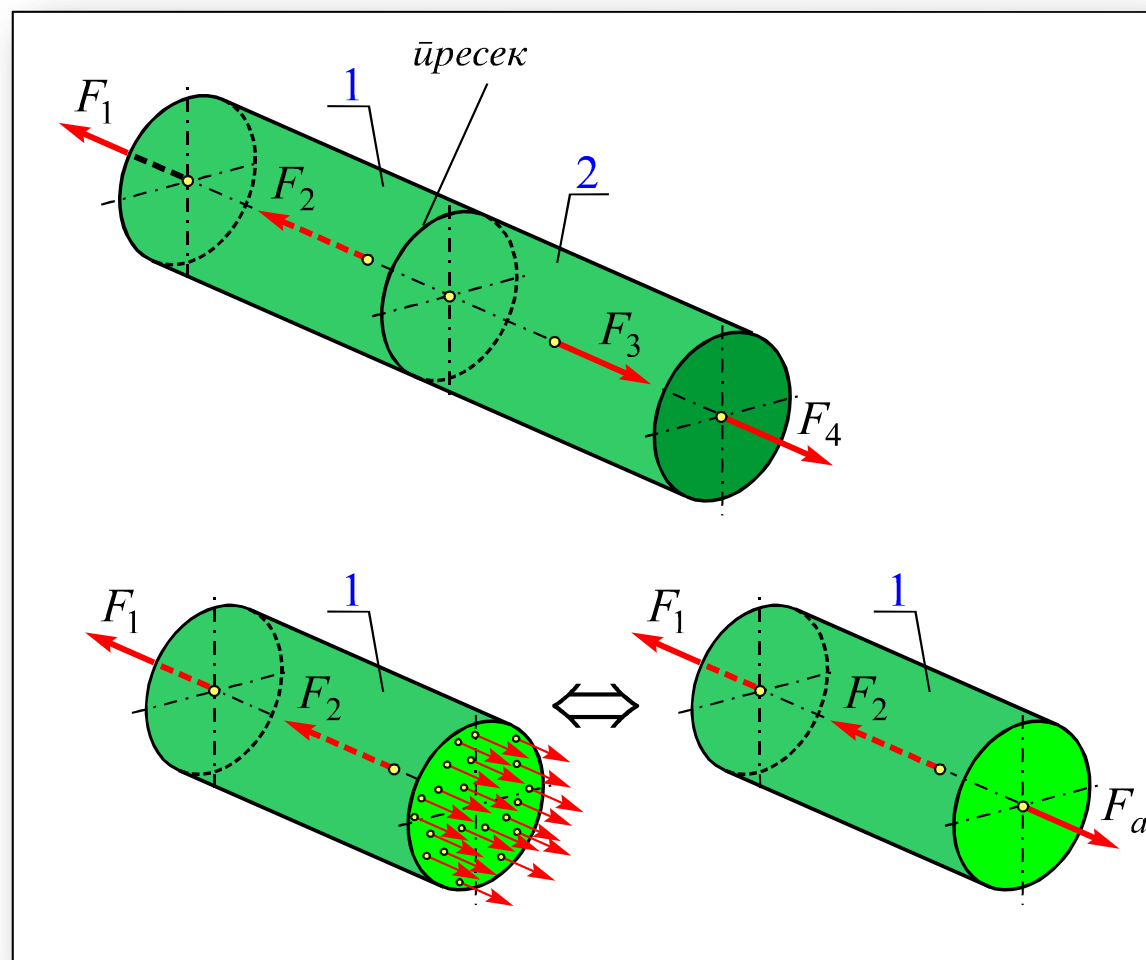
13. Аксијално оптерећени штапови. Напони у аксијално оптерећеним штаповима.

Штап је тело чија је једна димензија (дужина)
знатно већа у односу на преостале две



Штап је аксијално оптерећен уколико је изложен
дејству сила чији се правци поклапају са осом
штапа

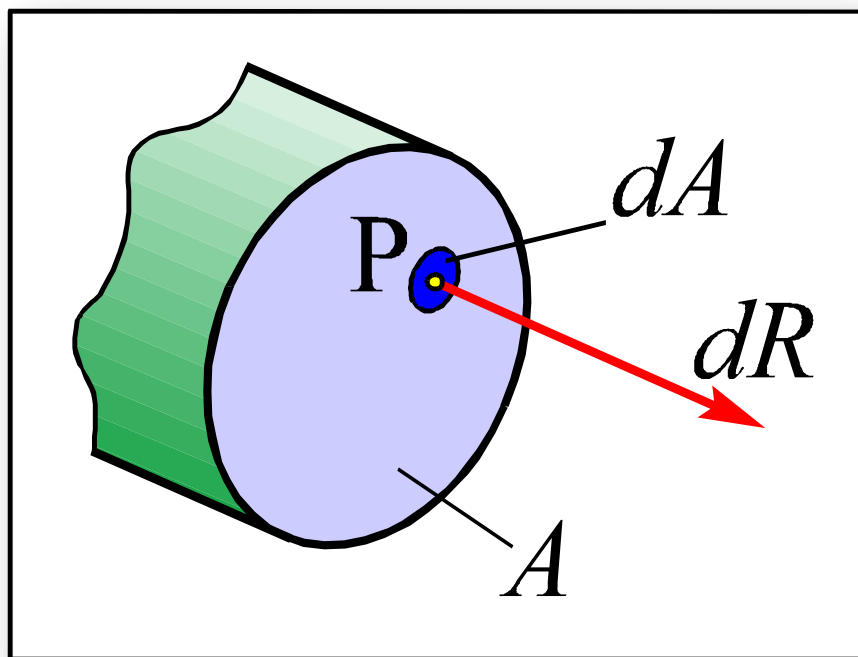
Аксијална сила



$$F_a = \sum F_i^l$$

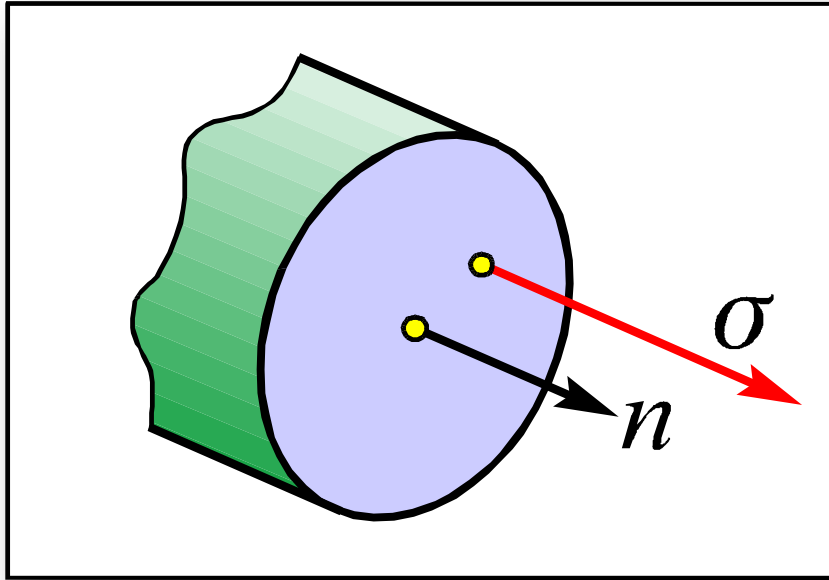
$$F_a = \sum F_i^d$$

Напони у аксијално оптерећеном штапу



Елементарна сила dR је паралелна са осом штапа

$$d\vec{R} = \vec{p}_n dA$$



$$dR = \sigma dA$$

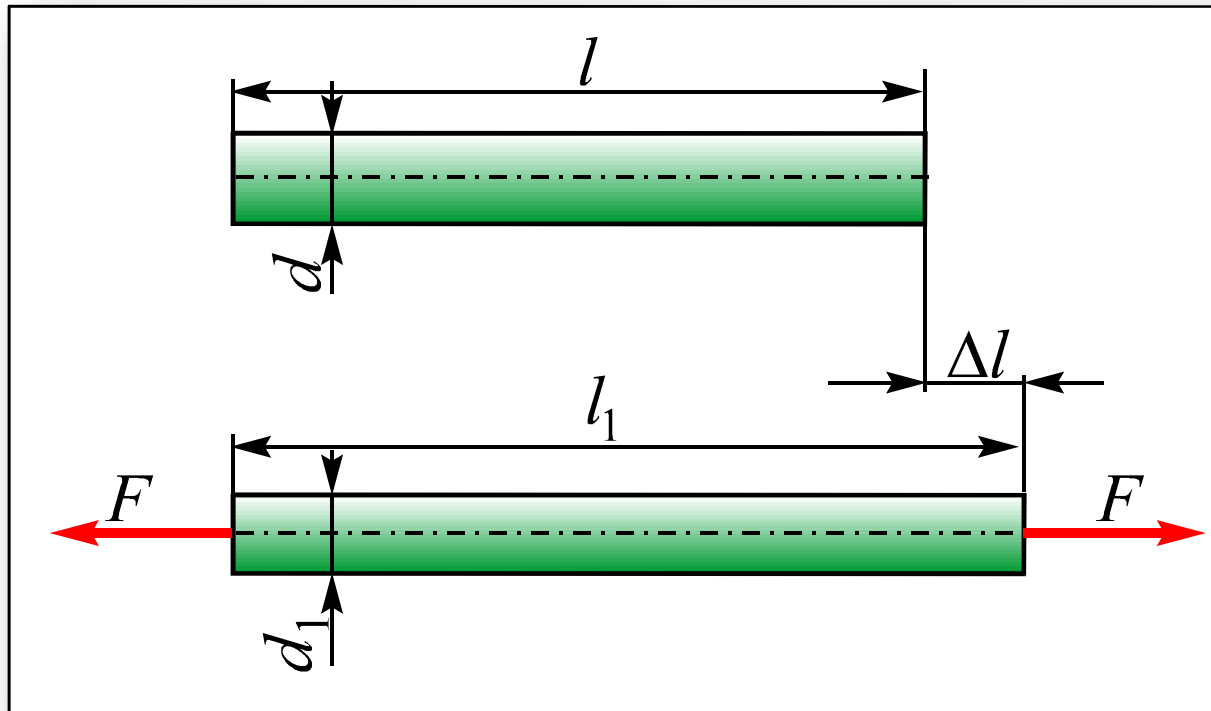
$$F_a = R = \sigma A$$

$$\sigma = \frac{F_a}{A}$$

Уколико је штап аксијално оптерећен у попречном пресеку ће постојати само нормални напон σ

14. Уздужна и попречна дилатација штапа. Издужење при загревању.

Уздужна и попречна дилатација штапа



$$\Delta l = l_1 - l$$

промена дужине

$$\Delta d = d_1 - d$$

промена ширине

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

уздужна дилатација
(епсилон)

$$\varepsilon_q = \frac{\Delta d}{d}$$

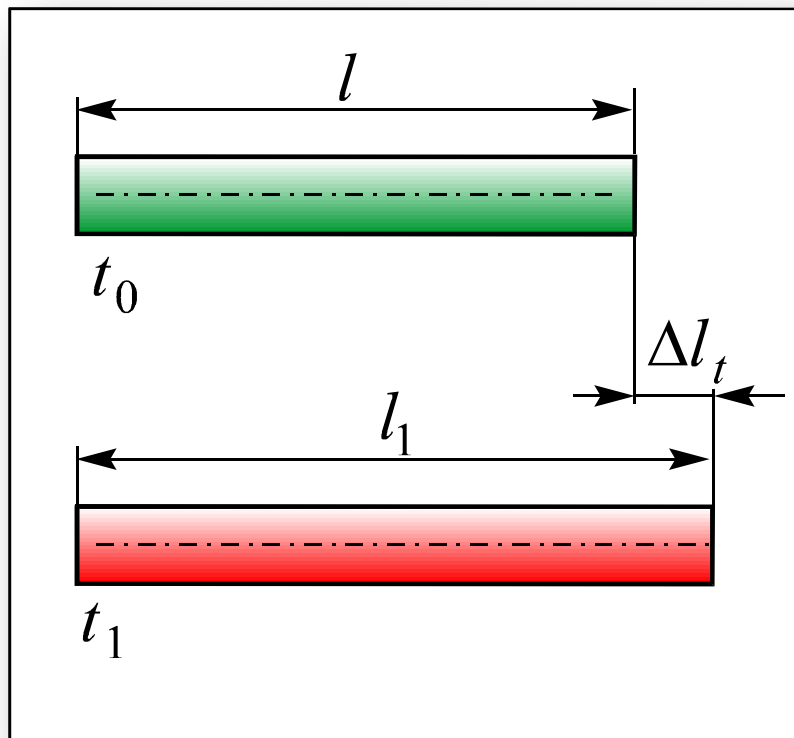
попречна дилатација

$$\varepsilon_q = -\nu \varepsilon$$

веза између уздужне и
попречне дилатације

ν (ни) - Поасонов коефицијент

Издужење при загревању

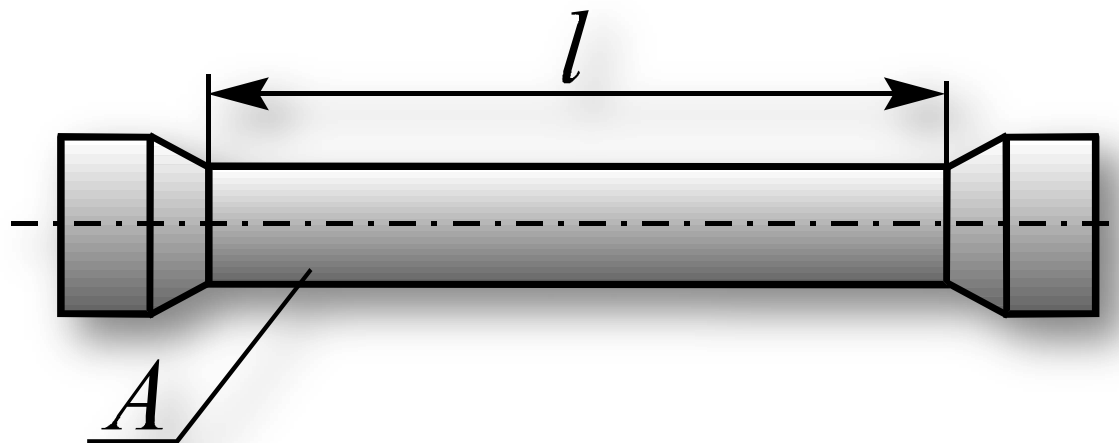


$$\Delta t = t_1 - t_0$$

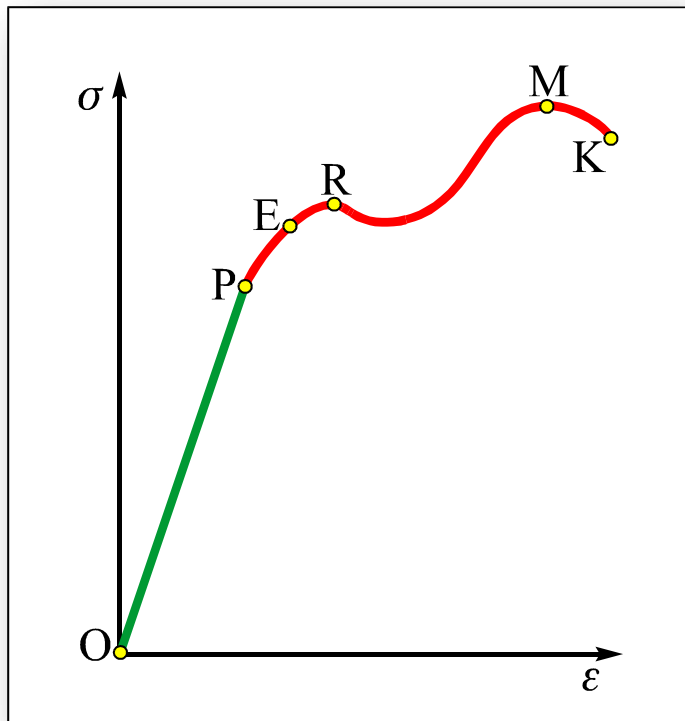
$$\Delta l_t = l \alpha \Delta t$$

α – коефицијент тоplotног ширења

15. Дијаграм нормалних напона у зависности од дилатације.



епрувета направљена од
испитиваног материјала



дуж OP је линеарна веза између σ и ϵ

$$\sigma = E \epsilon \quad \text{Хуков закон}$$

E – модул еластичности

P – гр. пропорционалности

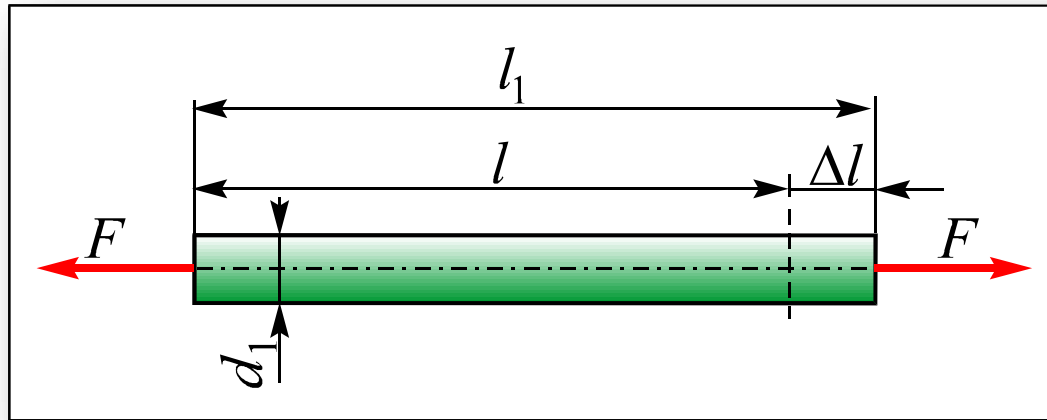
E – гр. еластичности

R – гр. развлачења (течења)

M – гр. чврстоће

K – гр. кидања

16. Издужење аксијално оптерећеног штапа.



$$\sigma = \frac{F_a}{A} \qquad \varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

$$\sigma = E \varepsilon$$

$$\frac{F_a}{A} = E \frac{\Delta l}{l} \Rightarrow$$

$$\Delta l = \frac{F_a l}{A E}$$

17. Прорачун штапова изложених аксијалном оптерећењу.

σ_d - ДОЗВОЉЕНИ НАПОН

$$\sigma_d = \frac{\sigma_R}{\nu_R}$$

ν_R – степен сигурности

степен сигурности је већи од 1

$$\sigma \leq \sigma_d$$

ОСНОВНИ УСЛОВ

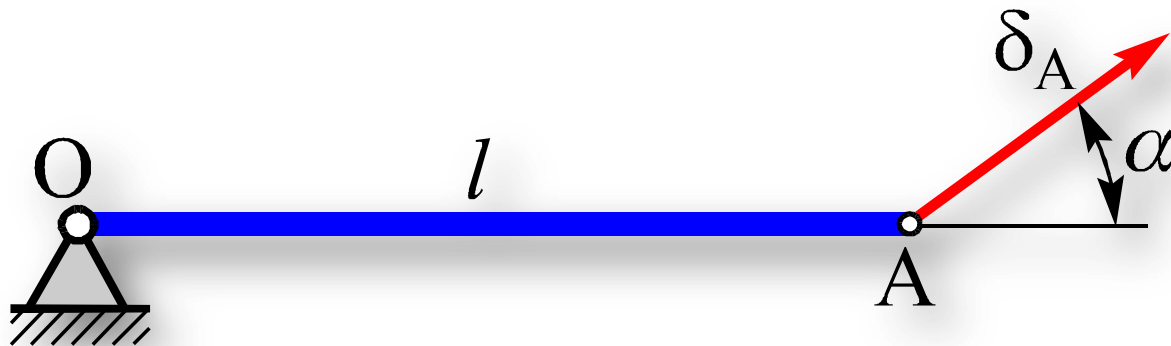
Димензионисање попречног пресека код
аксијално оптерећених штапова

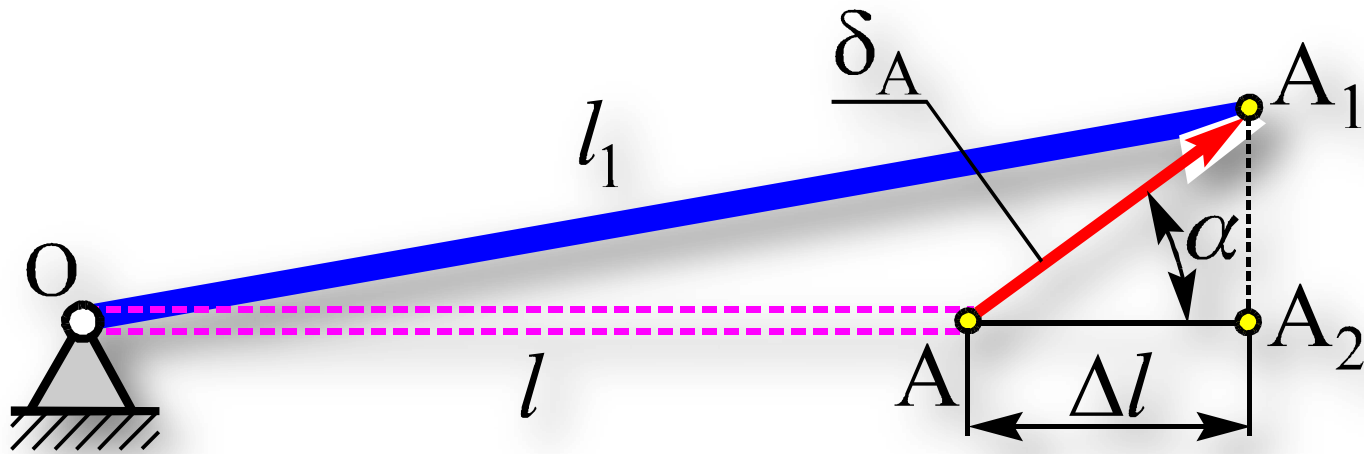
$$\frac{F_a}{A} \leq \sigma_d$$

$$A \geq \frac{F_a}{\sigma_d}$$

18. Став о издужењу штапа коме је један крај покретан, а други непокретан.

Одредити промену дужине штапа коме је крај O непокретан, а крај A се помери за растојање δ_A које је мало у односу на дужину штапа l





$$l_1 = \overline{OA_1} = \sqrt{\overline{OA_2}^2 + \overline{A_2A_1}^2} = \sqrt{(l + \overline{AA_2})^2 + \overline{A_2A_1}^2}$$

$$\overline{AA_2} = \delta_A \cos \alpha$$

$$\overline{A_2A_1} = \delta_A \sin \alpha$$

$$l_1 = \sqrt{(l + \delta_A \cos \alpha)^2 + (\delta_A \sin \alpha)^2}$$

$$l_1 = \sqrt{l^2 + 2l\delta_A \cos \alpha + \delta_A^2}$$

$$l_1 = l \sqrt{1 + 2\frac{\delta_A}{l} \cos \alpha}$$

Приближан образац на основу Мак
Лореновог развоја у ред

Важи када је x мало у односу на 1

$$\sqrt{1+2x} \approx 1+x$$

провера

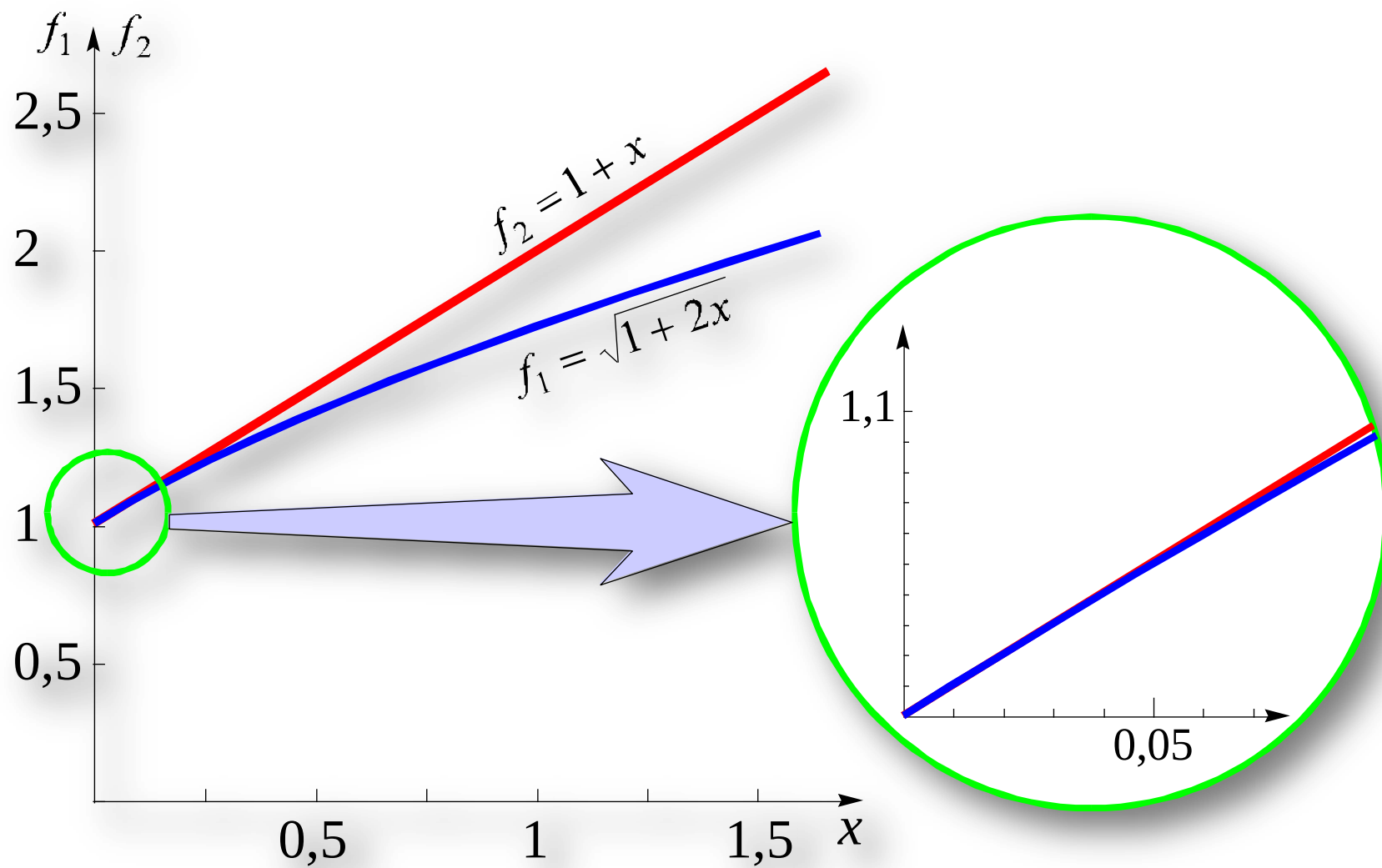
$$x = 0,01$$

$$\sqrt{1+2 \cdot 0,01} = 1,0099505$$

$$x = 0,001$$

$$\sqrt{1+2 \cdot 0,001} = 1,0009995$$

провера



$$l_1 \approx l \left(1 + \frac{\delta_A}{l} \cos \alpha\right) = l + \delta_A \cos \alpha$$

$$\Delta l = l_1 - l$$

$$\Delta l = \delta_A \cos \alpha$$

19. Статички неодређени аксијално оптерећени штапови.

Статичка неодређеност

Број реакција веза је већи од броја
једначина равнотеже

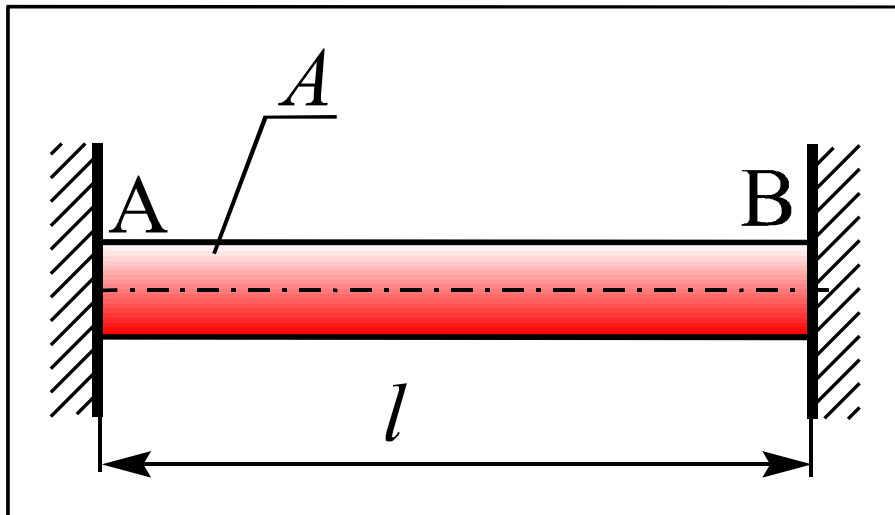
Разлика броја реакција и једначина
равнотеже је степен статичке
неодређености

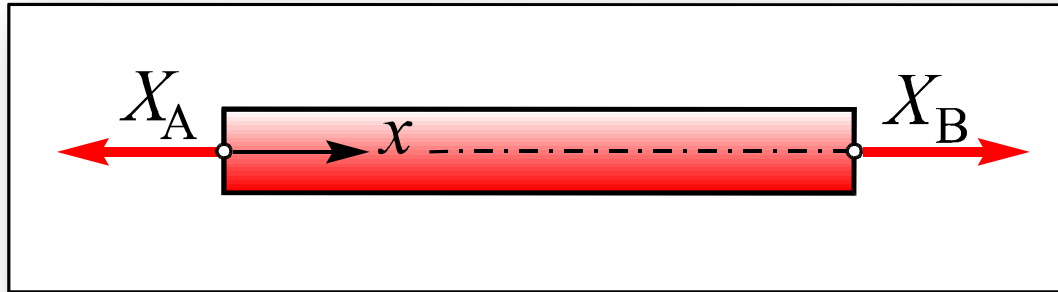
Да би се проблем решио потребно је
написати онолико допунских
једначина колики је степен статичке
неодређености

Допунске једначине се формирају на
основу истог броја геометријских
услова које задовољавају
деформације

Пример

Штап од челика ($E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$, $\alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$) има на температури 20°C дужину $l = 1 \text{ m}$. Штап је крајевима причвршћен за зидове, између којих је растојање 1 m . Након тога, штап је загрејан на 65°C . Одредити напон у штапу.





$$\sum X_i = -X_A + X_B = 0 \quad \text{једначина равнотеже}$$

2 реак. везе – 1 јед. рав. = 1 ста. нео.

$\Delta l = 0$ геом. услов. деформације

допунска једначина

$$\Delta l = \Delta l_F + \Delta l_t = \frac{X_A l}{AE} + l \alpha \Delta t = 0$$

$$X_A = -AE \alpha \Delta t$$

одређивање напона

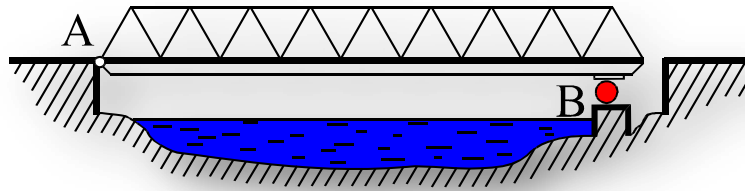
$$\sigma = \frac{X_A}{A} = -E \alpha \Delta t$$

замена конкретних података

$$E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa} = 2 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2 \quad \alpha = 1,25 \cdot 10^{-5} \text{ 1/K}$$

$$t_0 = 20^\circ \text{ C} \quad t_1 = 65^\circ \text{ C} \quad \Delta t = t_1 - t_0 = 45 \text{ K}$$

$$\sigma = -2 \cdot 10^{11} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} 1,25 \cdot 10^{-5} \frac{1}{\text{K}} 45 \text{ K} = -112,5 \text{ MPa}$$



Шта смо научили?

10. Основни задаци Отпорности материјала.
11. Метода пресека и вектор напона.
12. Хипотезе Отпорности материјала.
13. Аксијално оптерећени штапови и напони код аксијално оптерећеног штапа.
14. Уздужна и попречна дилатација штапа. Издужење штапа при загревању.
15. Дијаграм нормалних напона у зависности од дилатације.
16. Издужење аксијално оптерећеног штапа.
17. Прорачун штапова изложених аксијалном оптерећењу.
18. Став о издужењу штапа коме је један крај покретан, а други непокретан.
19. Статички неодређени аксијално оптерећени штапови.