

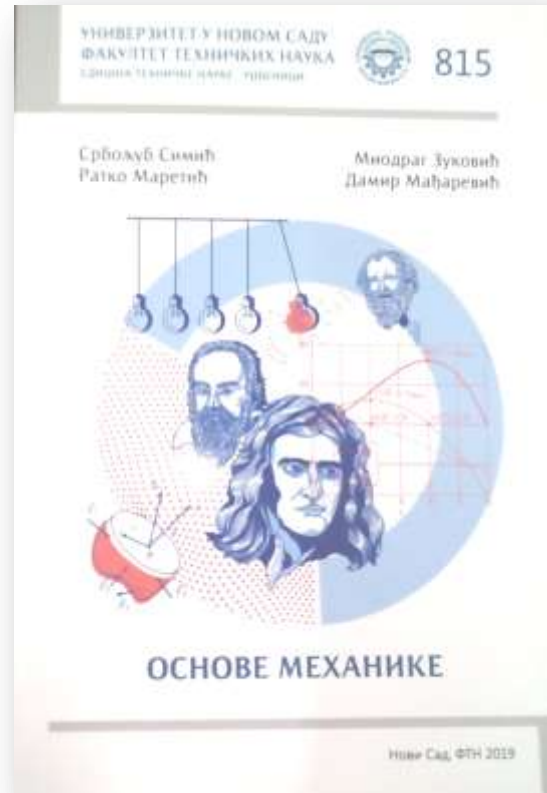
Отпорност материјала

Савијање

Основе механике
Инжењерство заштите на раду
Миодраг Зуковић

Литература

- Симић, Маретић, Зуковић, Мађаревић: **Основе механике**, ФТН издаваштво, Нови Сад, 2019.



Шта ћемо научити?

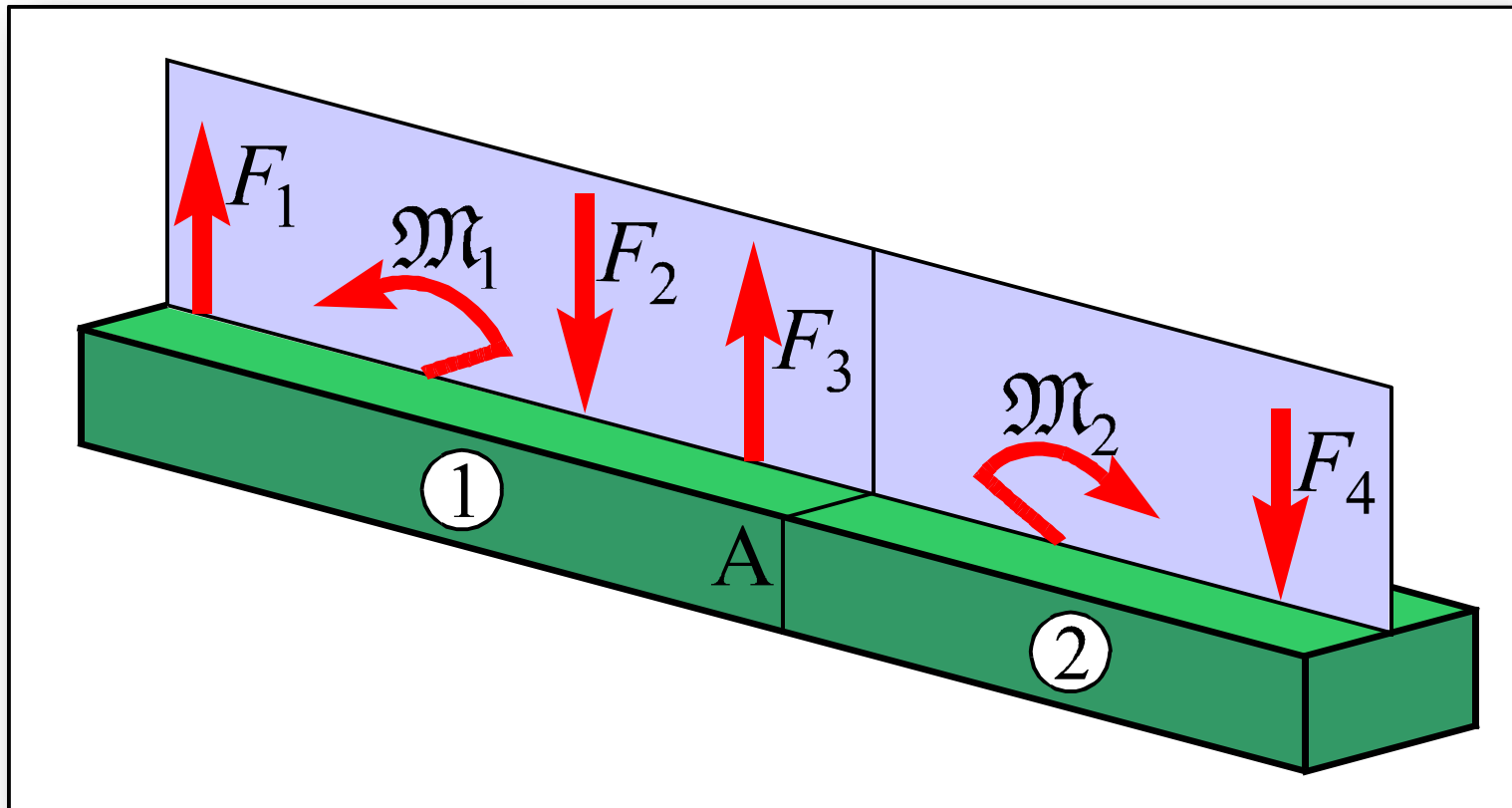
- 24. Савијање, основни појмови.
- 25. Распоред нормалних напона по попречном пресеку штапа при савијању.
- 26. Одређивање интензитета нормалних напона при савијању.

САВИЈАЊЕ

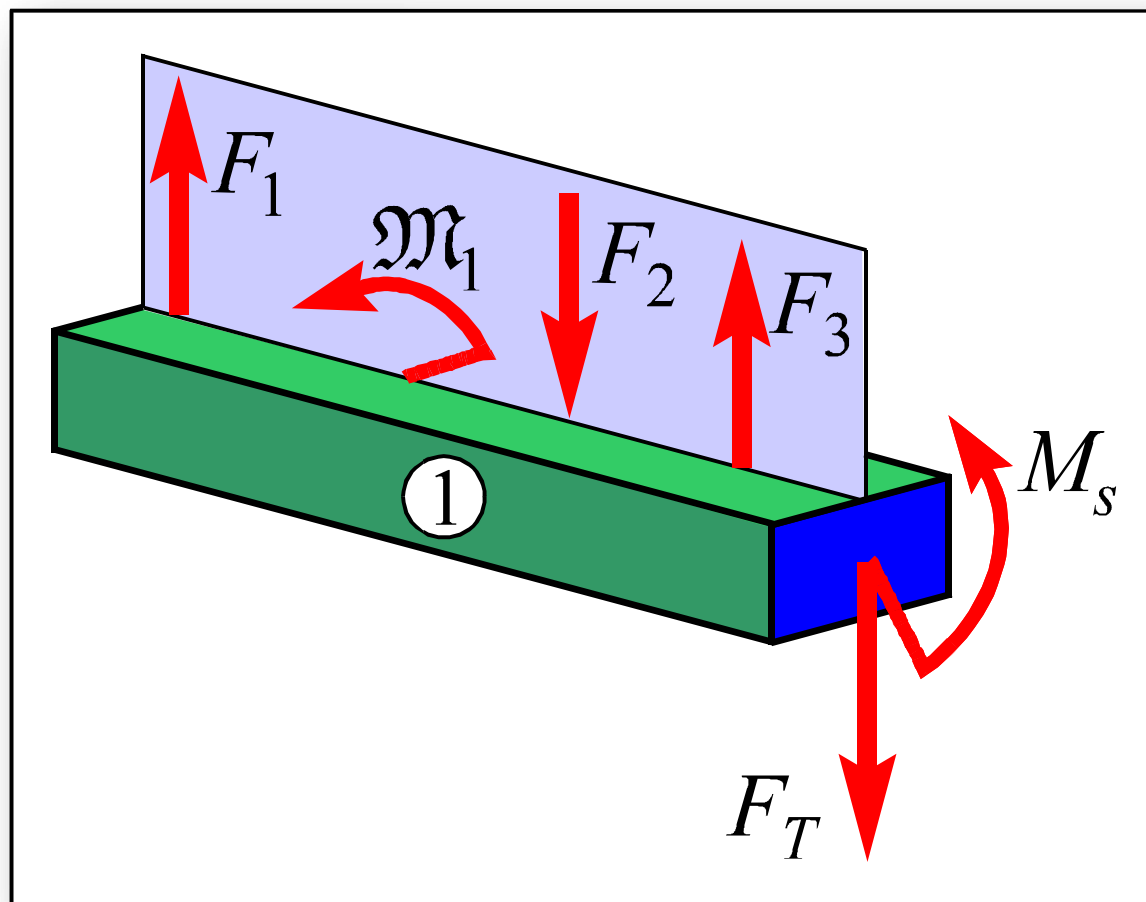


24. Савијање, основни појмови.

Штап је оптерећен на савијање уколико је изложен дејству сила и спрегова који се налазе у једној равни која садржи осу штапа



Момент савијања и трансверзална сила у пресеку А



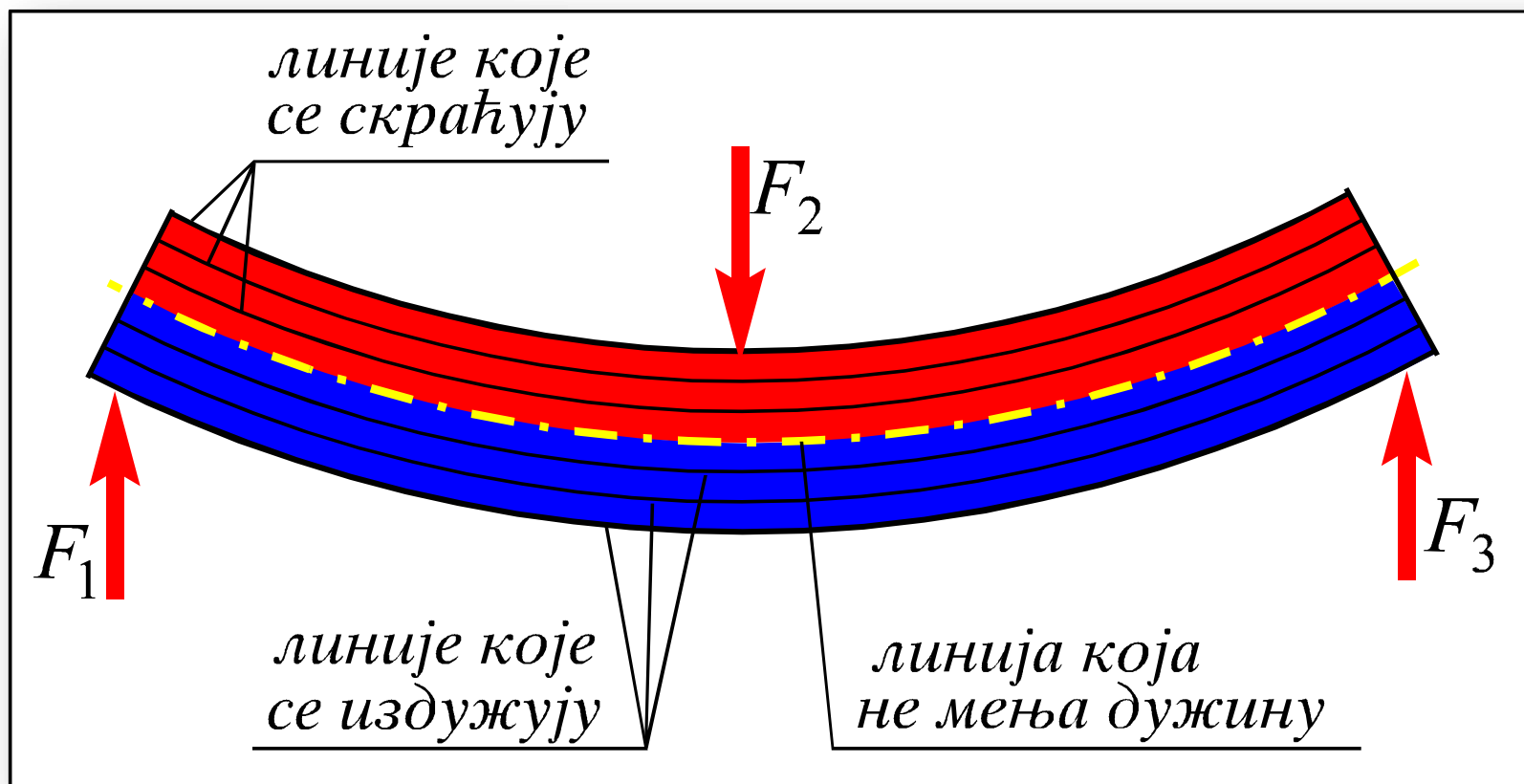
$$M_s = \sum M_i^l$$

$$M_s = \sum M_i^d$$

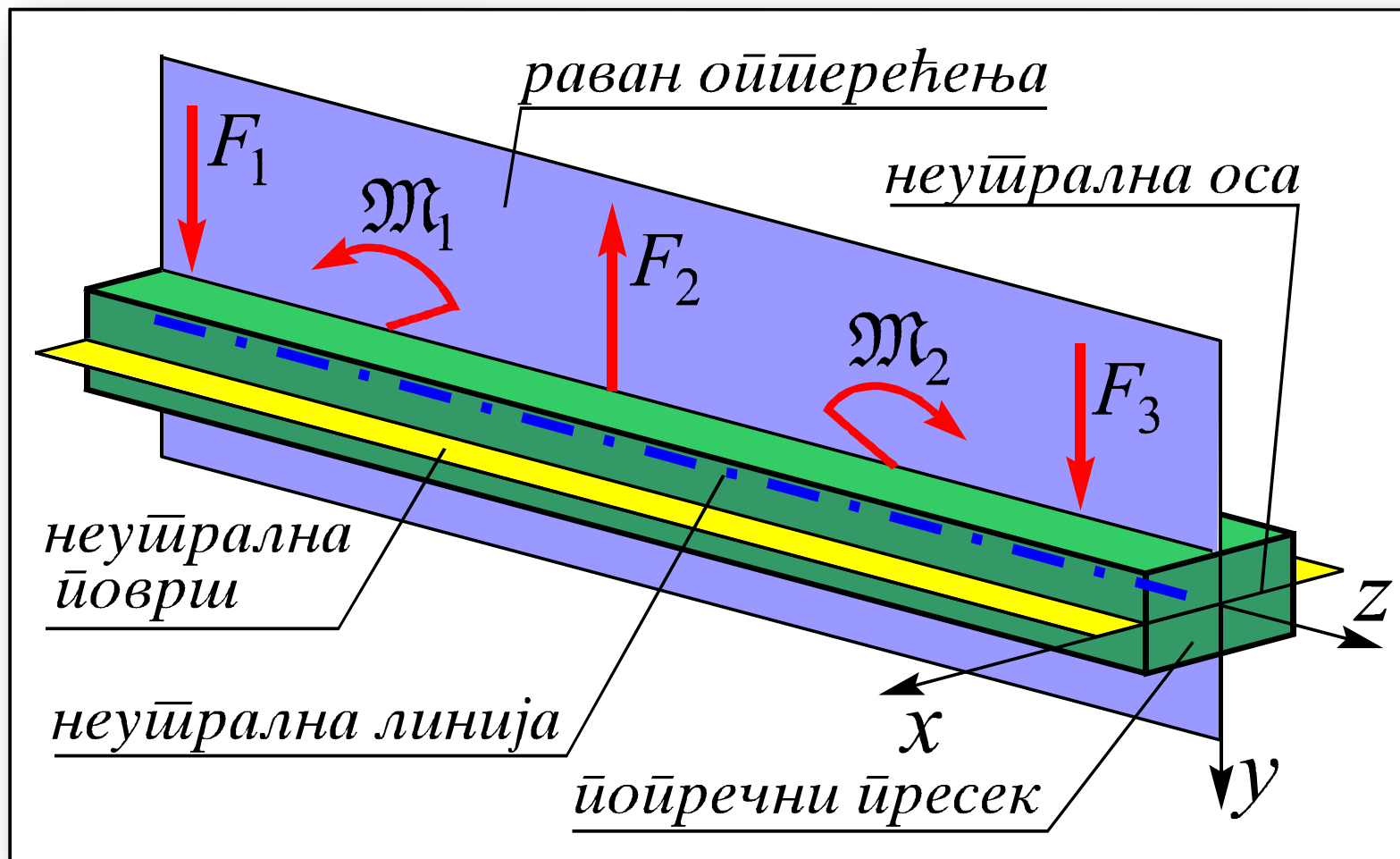
$$F_T = \sum F_i^l$$

$$F_T = \sum F_i^d$$

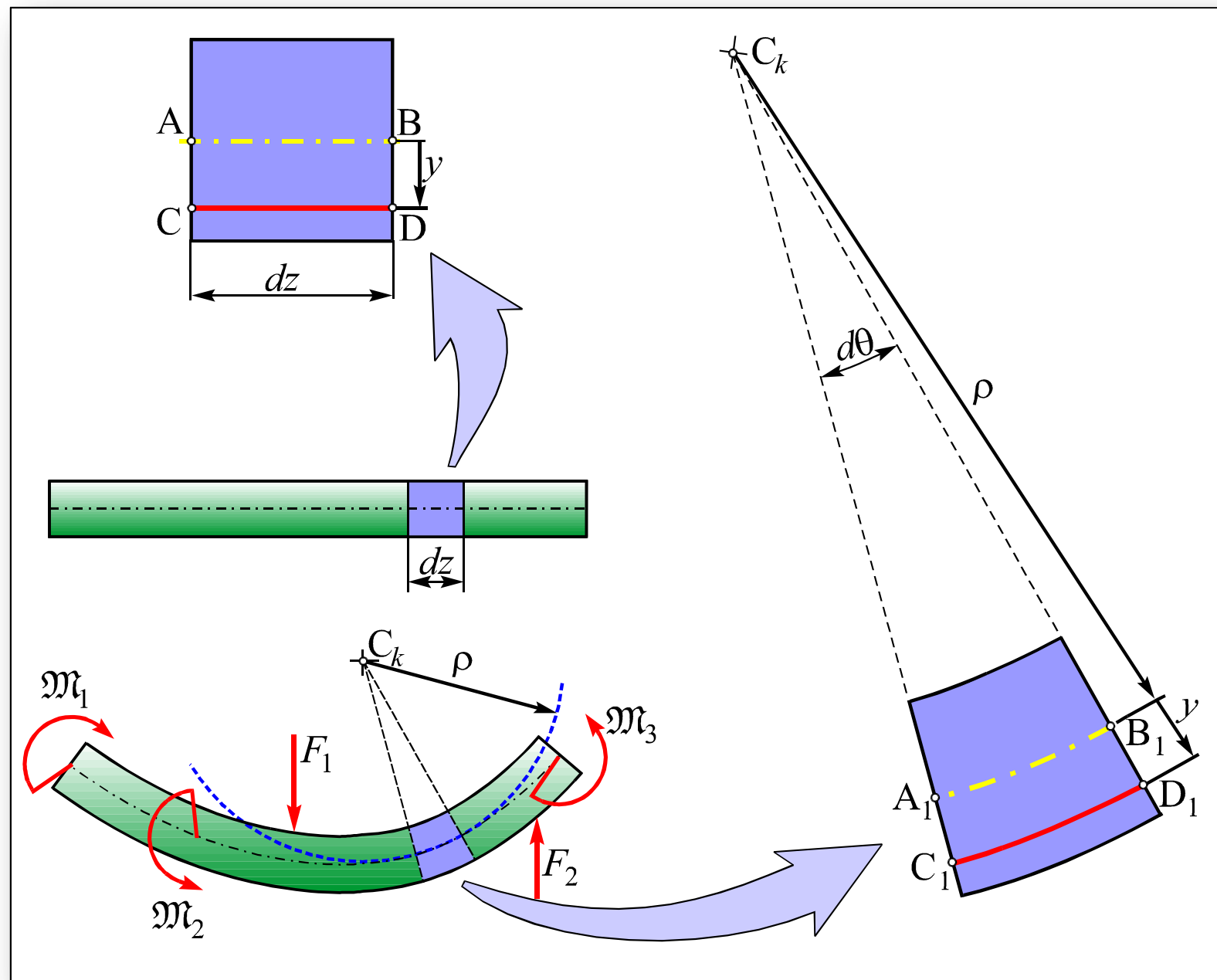
Деформације при савијању



Основни геометријски појмови



25. Распоред нормалних напона по попречном пресеку штапа при савијању.



$$\widehat{A_1 B_1} = \rho d\theta$$

$$\widehat{C_1 D_1} = (\rho + y) d\theta$$

$$\overline{CD} = \rho d\theta$$



$$\Delta \overline{CD} = \widehat{C_1 D_1} - \overline{CD}$$



$$\Delta \overline{CD} = (\rho + y) d\theta - \rho d\theta$$



$$\Delta \overline{CD} = y d\theta$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \overline{CD}}{\overline{CD}}$$



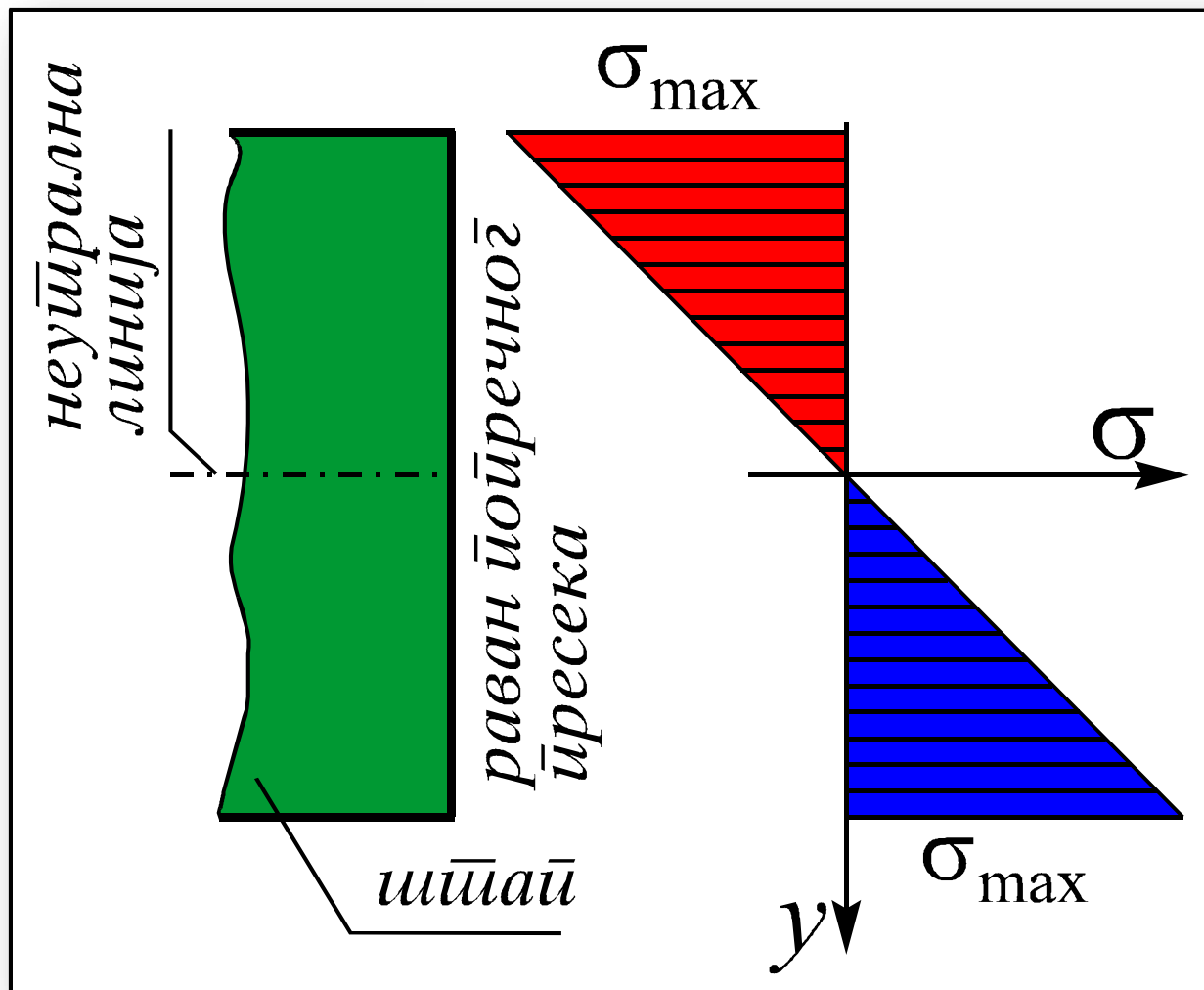
$$\varepsilon = \frac{y}{\rho}$$



$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

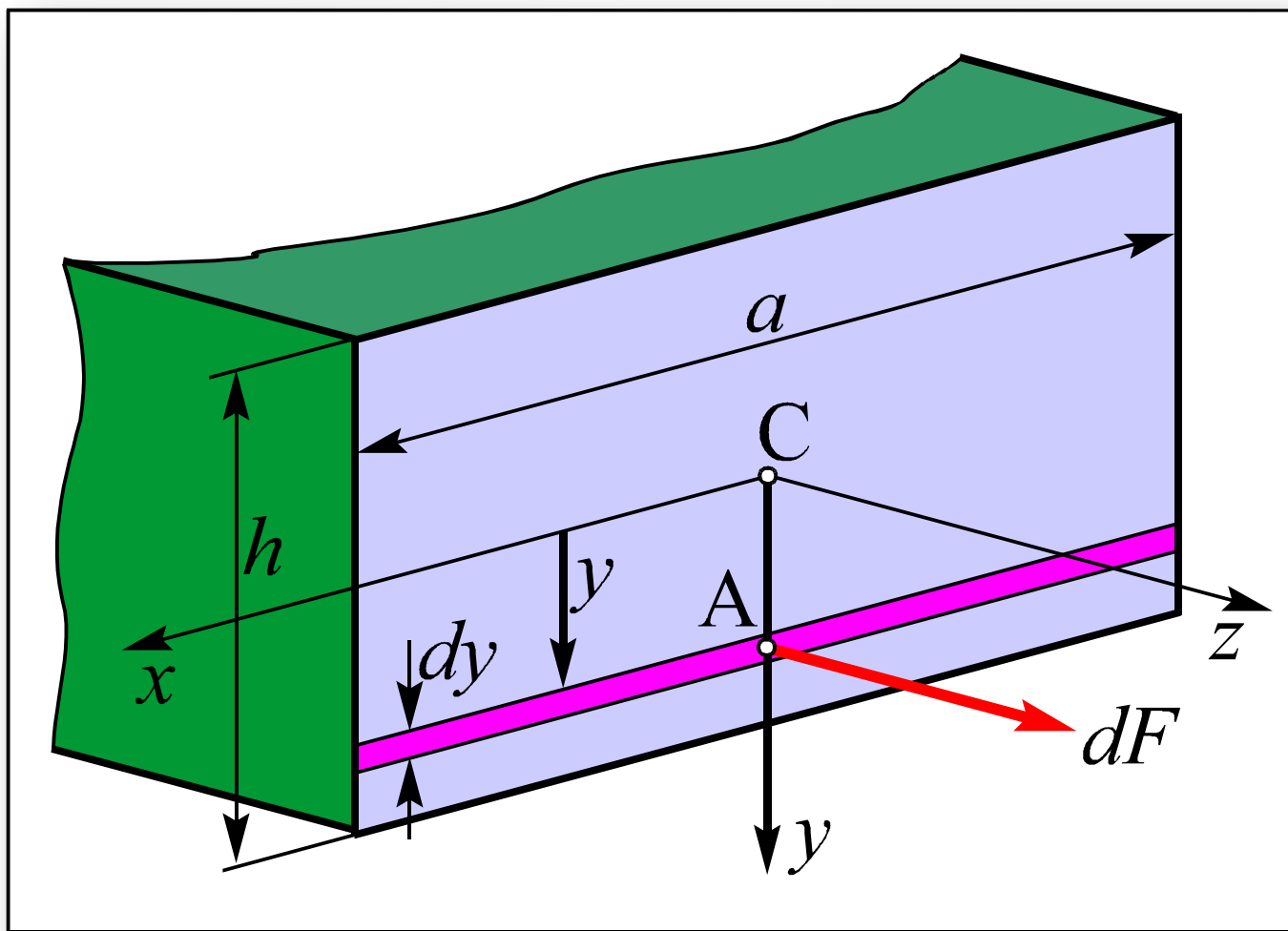


$$\sigma = \frac{E}{\rho} y$$



Највећи напони су у тачкама на горњој и доњој површи штапа

26. Одређивање интензитета нормалних напона при савијању.



Елементарна сила dF на елементарној површини која је у облику траке

$$dF = \sigma dA = \sigma a dy$$

$$\sigma = \frac{E}{\rho} y$$

$$dM = y dF = y \sigma a dy$$

$$dM = \frac{E}{\rho} a y^2 dy$$

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E}{\rho} a y^2 dy = \frac{E}{\rho} \int_{-h/2}^{h/2} a y^2 dy$$

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E}{\rho} a y^2 dy = \frac{E}{\rho} \int_{-h/2}^{h/2} a y^2 dy$$

$$M = M_s$$

$$I_x = \int_{-h/2}^{h/2} a y^2 dy$$

$$M_s = \frac{E}{\rho} I_x$$

$$\sigma = \frac{E}{\rho} y$$

$$\sigma = \frac{M_s}{I_x} y$$

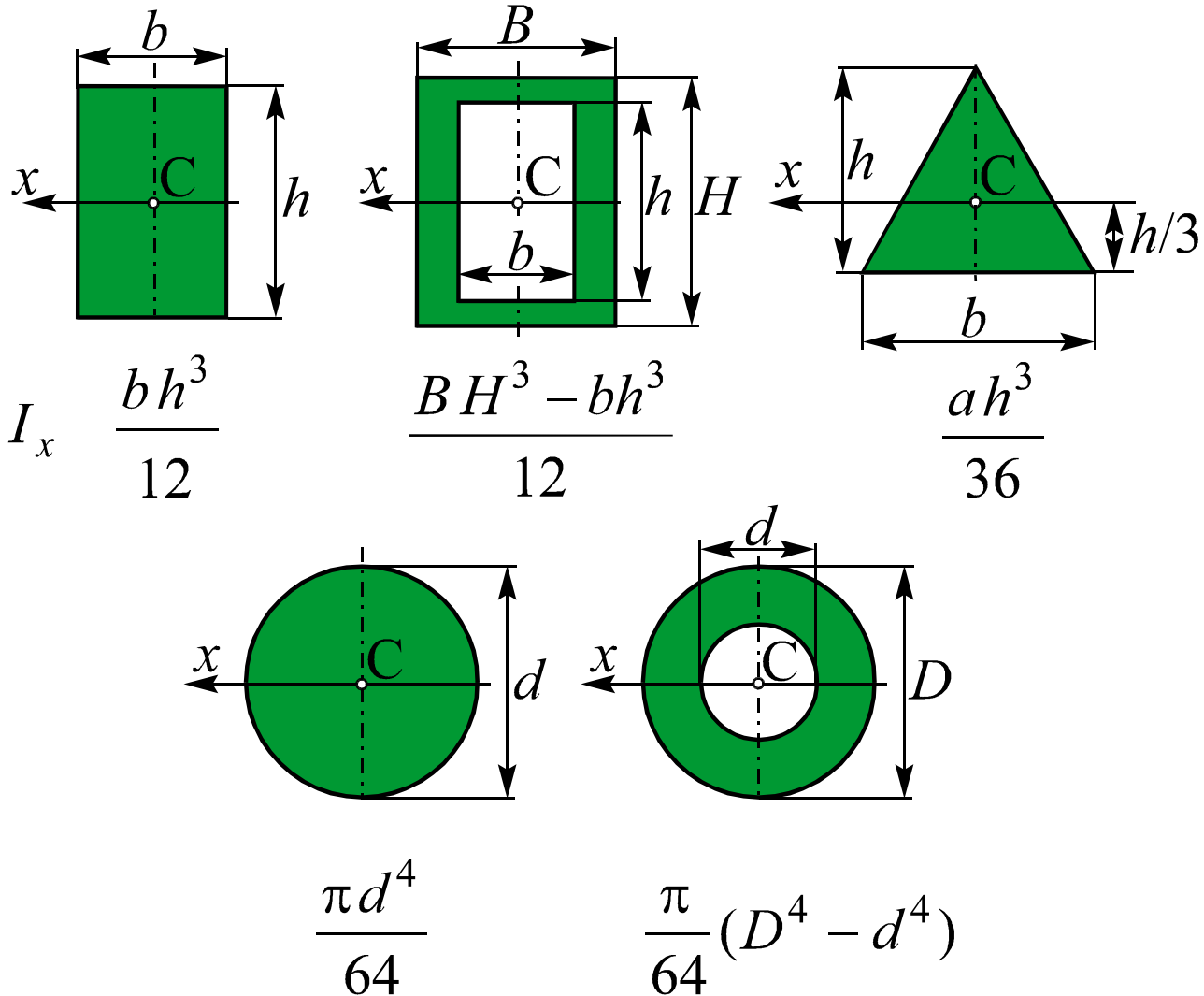
Нормални напон при савијању

$$\sigma = \frac{M_s}{I_x} y$$

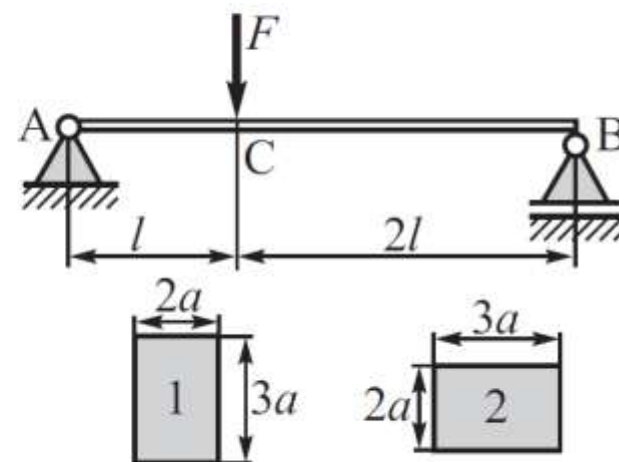
Највећи нормални напон

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{s \max}}{I_x} y_{\max}$$

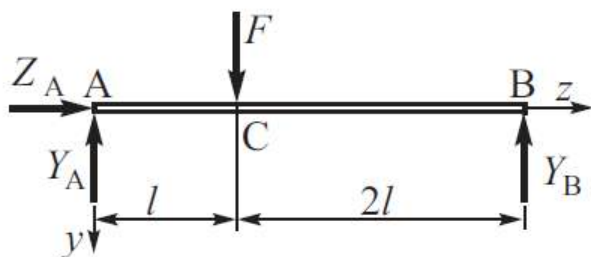
Аксијални моменти инерције



Пример 3.14 Штап AB , дужине $3l$, ослоњен је крајевима A и B на непокретни, односно покретни ослонац и оптерећен концентрисаном силом у тачки C . Штап је правоугаоног попречног пресека са страницама дужине $2a$ и $3a$. Одредити максимални нормални напон уколико је у првом случају штап постављен тако да је дужа страница попречног пресека (дужине $3a$) вертикална, а у другом случају хоризонтална.



► Штап ослоњен на приказани начин се назива *проста греда*. При решавању задатка ће се пре свега одредити реакције везе. Уклањањем веза и увођењем реакција веза, штап ће бити слободан, као што је приказано на слици, па се за њега могу написати три једначине равнотеже и то:



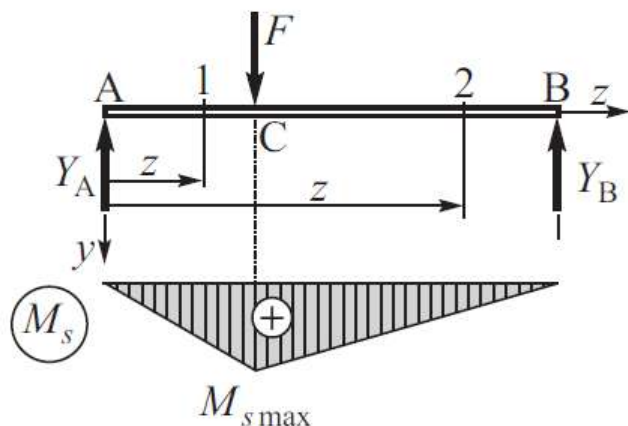
$$\begin{aligned}\sum Z_i &= Z_A = 0; \\ \sum Y_i &= -Y_A + F - Y_B = 0; \\ \sum M_A &= -F l + 3Y_B l = 0.\end{aligned}$$

На основу друге и треће једначине је:

$$Y_A = \frac{2F}{3}; \quad Y_B = \frac{F}{3}.$$

Да би се одредио момент савијања уочиће се један произвољан пресек на делу штапа АС, који ће се означити са 1. Удаљеност овог пресека од тачке А, а самим тим и од силе Y_A је дефинисана координатом z . Момент савијања у пресеку 1 је момент свих оптерећења у односу на пресек 1, која су са леве, или са десне стране пресека. Са леве стране пресека 1 је само сила Y_A , па је момент савијања:

$$M_{s1} = Y_A z = \frac{2F}{3} z.$$



Ово је момент савијања у пресецима који су на делу штапа АВ, односно за које важи да је $0 \leq z \leq l$. При томе се користи-ла конвенција о знаку момента савијања, према којој је момент оптерећења која су са леве стране пресека позитиван уколико је смер исти као смер кретања казаљке на сату. Добијени момент савијања је линеарна функција од координате z и расте са порастом те координате. Вредности ове

функције у тачкама А и С које представљају границе интервала су:

$$M_{sA} = M_{s1}(0) = 0; \quad M_{sC} = M_{s1}(l) = \frac{2Fl}{3}.$$

Уколико се уочи пресек 2, који је на делу штапа СВ, тада ће се при одређивању момента савијања са леве стране пресека увести и утицај силе F . Водећи рачуна о предзнаку момената ових сила, момент савијања у пресеку 2 је:

$$M_{s2} = Y_A z - F(z - l) = \frac{2F}{3}z - F(z - l) = F(l - \frac{z}{3}).$$

Добијени израз се користи у интервалу $l \leq z \leq 3l$ и он је линеарна функција од координате z . Вредности ове функције на границама интервала важења, у тачкама С и В су:

$$M_{sC} = M_{s2}(l) = \frac{2Fl}{3}; \quad M_{sD} = M_{s2}(3l) = 0.$$

Сада је могуће и нацртати дијаграм момента савијања за цео штап, који је приказан на слици. Дијаграм се по правилу црта испод штапа, тако да се позитивне вредности наносе надоле, испод нулте линије дијаграма. На основу дијаграма се закључује да је максимални момент савијања баш у пресеку С, односно да је:

$$M_{s \max} = M_{sC} = \frac{2Fl}{3}.$$

Аксијални моменти инерције за први и други случај попречног пресека су:

$$I_{x1} = \frac{2a(3a)^3}{12} = \frac{9}{2}a^4; \quad I_{x2} = \frac{3a(2a)^3}{12} = 2a^4,$$

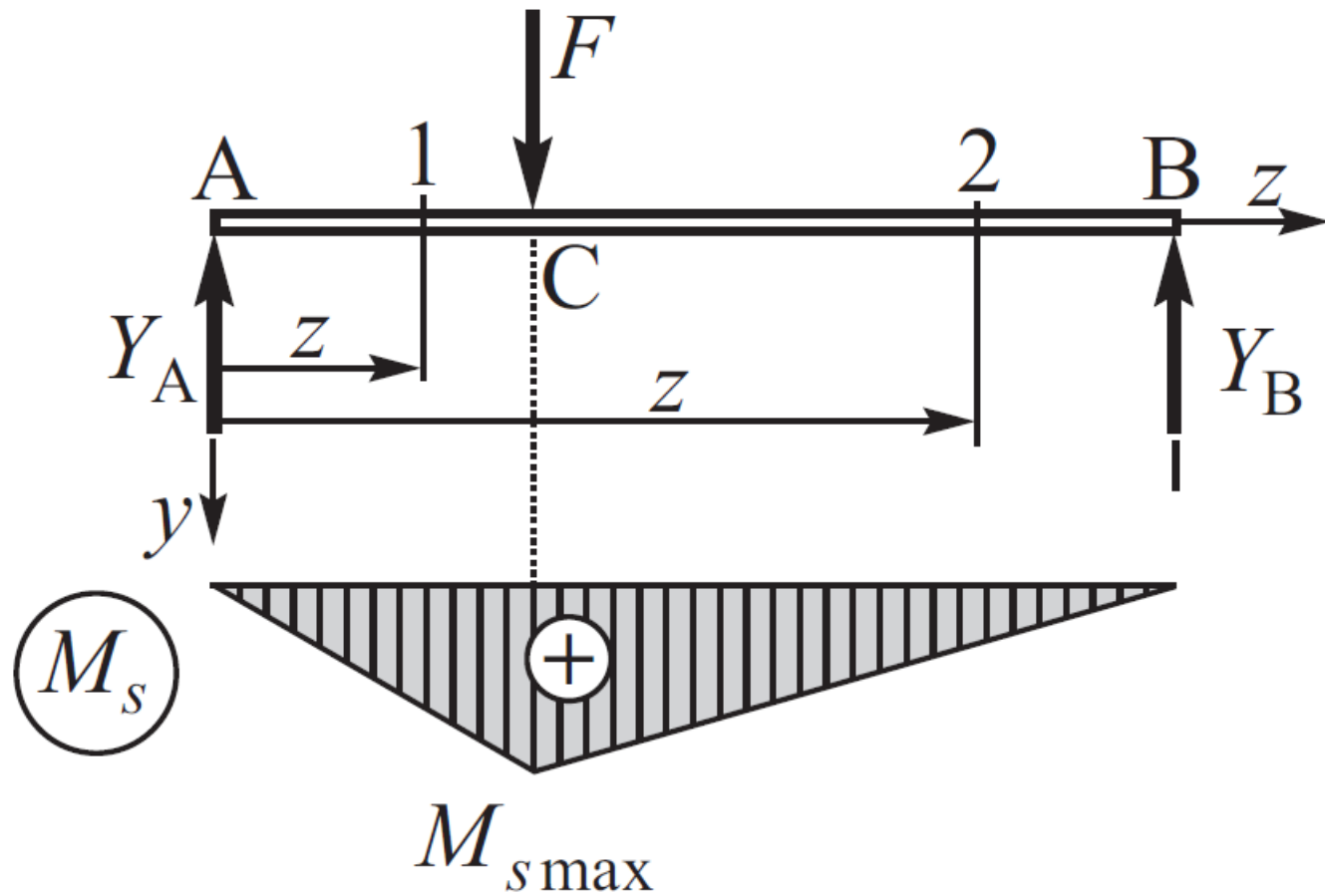
док удаљеност најудаљенијих тачака од неутралне осе износи

$$y_{\max 1} = \frac{3}{2}a; \quad y_{\max 2} = a.$$

Дакле, максимални напони у првом и другом случају износе:

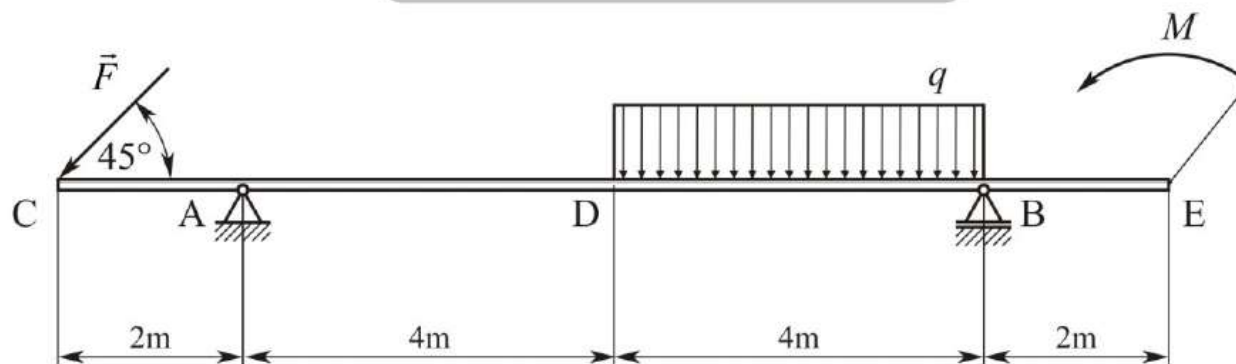
$$\sigma_{\max 1} = \frac{M_{s \max}}{I_{x1}} y_{\max 1} = \frac{2}{9} \frac{Fl}{a^3}; \quad \sigma_{\max 2} = \frac{M_{s \max}}{I_{x2}} y_{\max 2} = \frac{1}{3} \frac{Fl}{a^3}.$$

Упоређењем добијених вредности се може закључити да ће интензитет нормалног напона бити мањи у првом случају. Дакле, са становишта критеријума чврстоће погодније је попречни пресек оријентисати тако да је краћа страница хоризонтална, то јест нормална на раван оптерећења. ◀



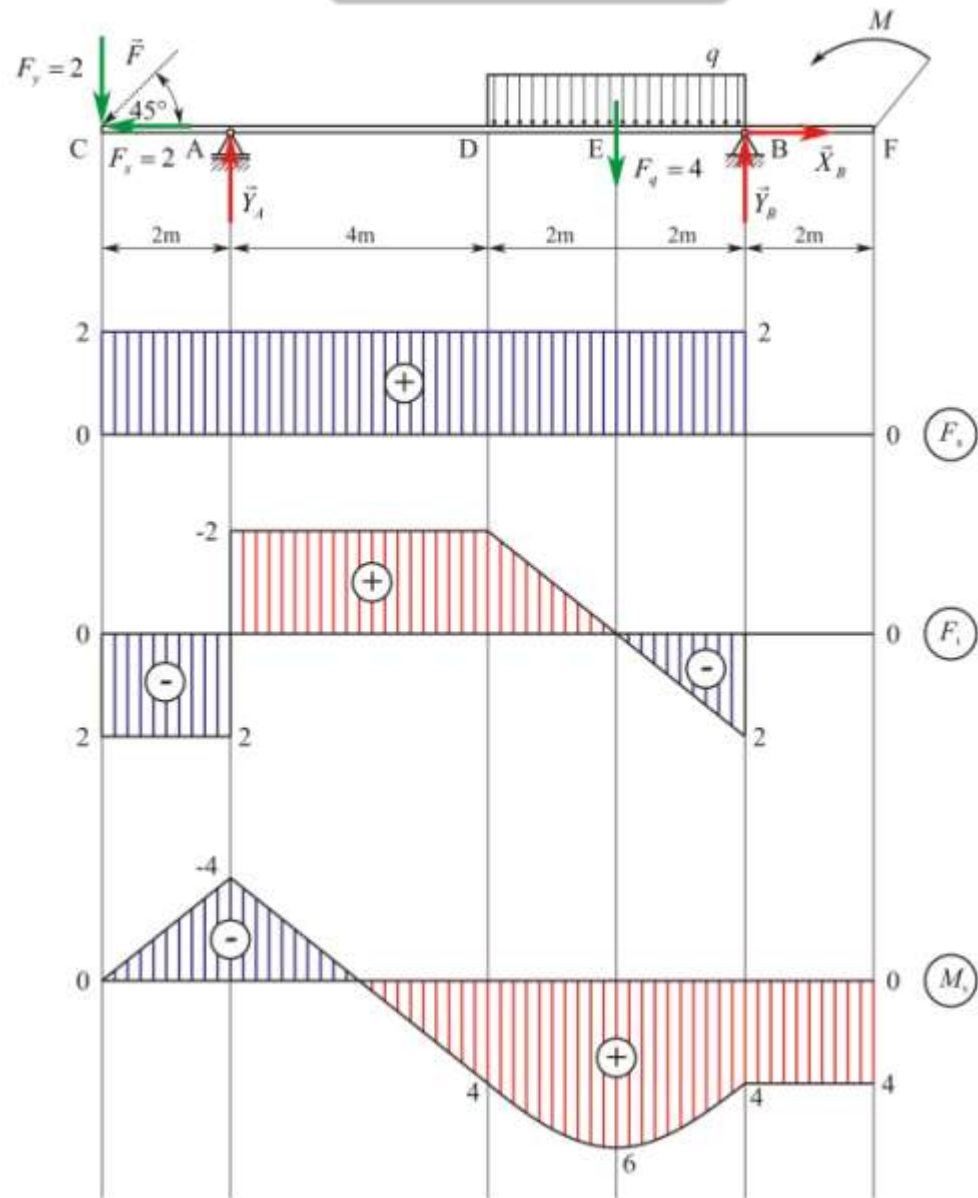
2. За дати носач (слика 2), оптерећен као на слици, одредити реакције веза, нацртати статичке дијаграме (дијаграме аксијалних сила, трансверзалних сила и момената савијања) и одредити максимални момент савијања:

$$F = 2\sqrt{2} \text{ kN}, q = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, M = 4 \text{ kNm}$$



Слика 2

$$F = 2\sqrt{2} \text{ kN}, q = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}, M = 4 \text{ kNm}$$



Шта смо научили?

- 24. Савијање, основни појмови.
- 25. Распоред нормалних напона по попречном пресеку штапа при савијању.
- 26. Одређивање интензитета нормалних напона при савијању.