Универзитет у Новом Саду

Факултет техничких наука

Основне академске студије

УПРАВЉАЊЕ ЕНЕРГЕТСКИМ ПРЕТВАРАЧИМА

- скрипта -

др Стеван Грабић

Наставно-научно веће Факултета које је одржано дана 30.03.2016. године, на основу предлога Одлуке Савета за библиотечку и издавачку делатонст бр. 014-112/87, је одобрило коришћење скрипте „Управљање енергетским претварачима“, чији је аутор Стеван Грабић, као помоћно наставно средство на студијском програму Енергетика, електроника и телекомуникације.

Садржај

I. ОСНОВЕ КОНТИНУАЛНОГ УПРАВЉАЊА ЕНЕРГЕТСКИМ ПРЕТВАРАЧИМА

Превод приручника

Electronic Control Engineering Made Easy

An Introduction for Beginners

By Friedrich Frohr

I.1. Шта подразумева контрола процеса?

Први важан корак у разумевању проблема контроле процеса је упознавање са значењем и употребом основних појмова и приступа.

Постоје два главна приступа при решавању проблема одржавања неке физичке величине, нпр. брзине погона, на задатој вредности. Који од њих одабрати зависи пре свега од услова под којима склоп треба да ради. Да ли се очекују спољашњи поремећаји који могу утицати на регулисану променљиву, колики је ниво тог утицаја и да ли су проузрокована одступања регулисане променљиве од задате вредности таква да она остају у дозвољеним границама или излазе изван њих?

Избор приступа зависи од одговора на ова питања. У једном случају може се применити

отворена повратна спрега

док се у другом мора употребити

затворена повратна спрега.

У наставку ће бити разматране разлике између у два прилаза. Као примера, који ће послужити да се опишу све битне појаве, примењен је следећи погон.

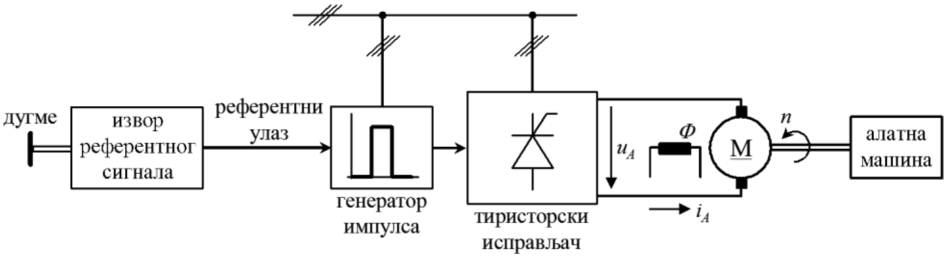
Бушилице и глодалице (слика 1) су алати који се користе за обраду машинских делова различитих димензија и материјала. Брзина алата за обраду мора бити подешена према предмету обраде како ни алат не би трпео превелика напрезања ни обрађена површина била превише груба. Ово захтева погон са променљивом брзином.

Једносмерна машима (слика 1) је врло погодна за ову примену; њена брзина се може лако подешавати у широком распону управљањем напоном ротора, при чему је промена ових величина и врло приближно сразмерна. Да би се обезбедио променљив једносмерни напон на крајевима машине најчешће се примењују тиристорски мрежом комутовани исправљачи. У неким случајевима промена брзине преко управљања побудом машине такође може бити примењена, било самостално или у спрези са управљањем напоном ротора. Ипак, овде тај тип управљања неће бити разматран.

Слика 1. Глодалица, једносмерна машина и примери тиристорских исправљача

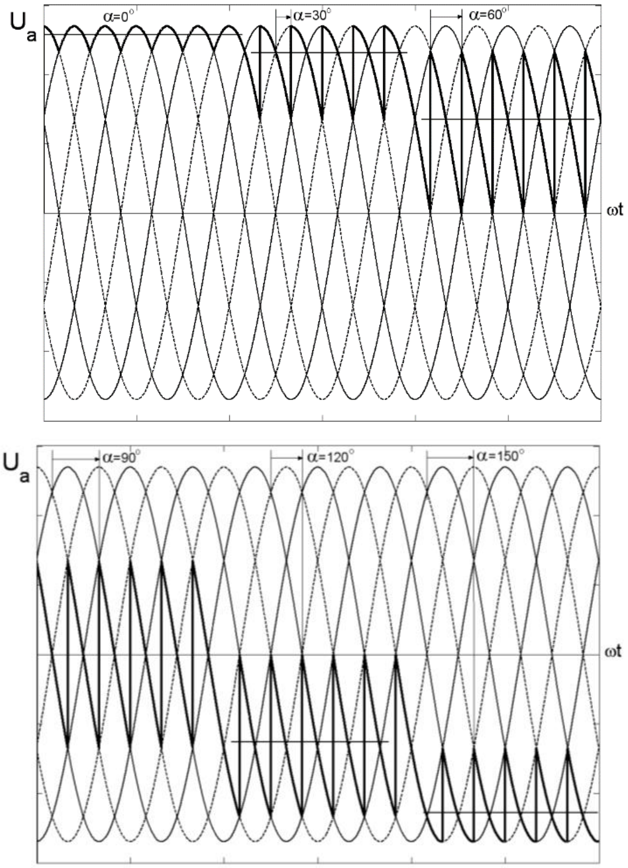
I.2. Отворена повратна спрега

Изглед управљачке структуре приказан је на слици 2.



Слика 2. Управљање брзином обртања погона у отвореној повратној спрези

Референтни улазни сигнал добија се из извора референтног сигнала, чији се ниво код континуалних система управљања обично подешава једним дугметом причвршћеним на осовину потенциометра. Генератор импулса, на основу напона потенциометра, одређује угао укључења тиристора α, односно временски помера импулсе за окидање тиристора у мосту исправљача релативно према наизменичном напону напајања. Ово доводи до тога да је излазни напон исправљача сачињен од низа одсечака мрежног напона (слика 3). Што су импулси за окидање више закашњени, то ће средња вредност напона на излазу исправљача u_A бити мања. Значи, промена положаја осовине потенциометра резултује у одговарајућој промени u_A, а тиме и у промени брзине машине n.



Слика 3. Средња вредност напона на излазу исправљача за неколико вредности угла укључења α

Ниво струје кроз једносмерну машину i_A зависи, између осталог, од напона u_A на њеним крајевима. Међутим, промена u_A не доводи истовремено до сразмерне промене и i_A: одзив струје i_A биће закашњен. Момент једносмерне машине настаје узајамним деловањем струје i_A и флукса Φ ($m \approx i_A \cdot \Phi$) и проузрокује обртање ротора. Осовине машине и алата сада ротирају брзином која је подешена помоћу потенциометра.

Када је брзина подешена на оптималну вредност за обраду одређеног комада материјала, пожељно би било да она остане непромењена током процеса обраде и да се приликом поновног подешавања положаја дугмета у исти положај алат обрће истом брзином.

Утицај промене положаја дугмета се, у овом управљачком склопу, преноси редом кроз следеће његове делове:

извор референтног сигнала

генератор импулса

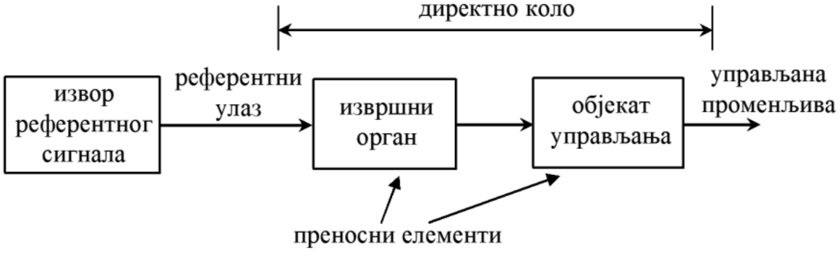
тиристроски исправљач

једносмерна машина.

Коначно он стиже до алата машине. Ток сигнала у обрнутом смеру није могућ у овој структури. Овај низ елемената управљачког склопа назива се *директно коло*, а елементи су *преносни елементи*. Они преносе одзив (излаз) претходног елемента на улаз наредног елемента у колу.

На улазу директног кола задаје се жељена вредност брзине алата, нпр. *600o/min*. Ово је *референтни улаз*. Ова наредба се преноси од једног преносног елемента до наредног док не стигне до последњег елемента у колу где се појављује као *управљана променљива*: алат се обрће брзином од приближно *600o/min*. Директно коло чини више преносних елемената који су повезани на ред, што омогућује управљање физичком величином задавањем референтног улаза да би се остварила одговарајућа вредност управљане променљиве, тј. брзине алата. Такође потребно је да остварена брзина остане у жељеним границама одступања при промени спољашњих утицајних величина.

Једносмерни мотор и алат имају улогу *објекта управљања*, а генератор импулса са тиристорским исправљачем *извршног органа*. Објекат управљања и извршни орган чине директно коло. У њему управљачки сигнал мале снаге управља излазним сигналом велике снаге, нпр. напоном ротора u_A. Структура система у отвореној повратној спрези приказана је у уопштеном облику на слици 4.



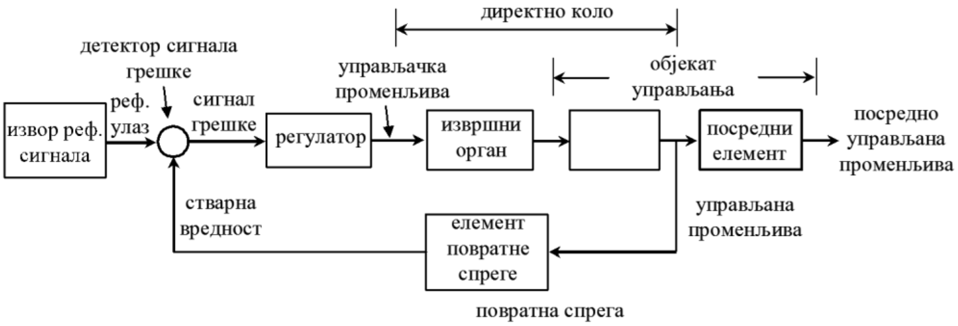
Слика 4. Структура система у отвореној повратној спрези

Нека је на пример брзина машине од *600o/min* најпогоднија за обраду датог материјала. Ако дугме у извору референтног сигнала остане у истом положају, али се материјал за обраду замени чвршћим, оптерећење мотора ће се повећати и проузроковати пад брзине обртања. Промена чврстине материјала представља спољашњи *поремећај* за уређај. Спољашњи поремећај је проузроковао промену управљане променљиве, у овом случају брзине обртања алата. У случају да ова промена не премаши задате границе одступања, управљачки систем у отвореној повратној спрези задовољава захтеве управљања објектом и може се применити као решење.

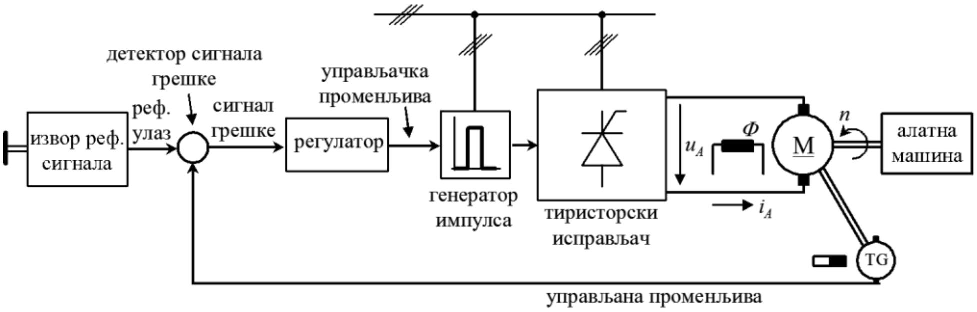
I.3. Затворена повратна спрега

У претходном делу примећено је да у управљачком систему у отвореној повратној спрези спољашњи поремећај може значајно утицати на управљану променљиву. Наиме ова може под утицајем довољно снажног поремећаја битно одступити од жељене вредности. Ако поремећај може наступити у произвољном тренутку и имати променљиви интензитет, он ће проузроковати одступање управљане променљиве изван задатих граница, па управљачки систем у отвореној повратној спрези не представља прихватљиво решење. Према томе, неопходно је мерити управљану променљиву, и обрадити резултат мерења (појачање, филтрирање исл.) ако је неопходно, како би се могла упоређивати са референтним сигналом. Ово *поређење* даје сигнал разлике између *жељене* и мерене, *стварне,* вредности излаза.

Добијени сигнал разлике користи се да врати управљану променљиву у границе одсупања и задржи је ту при свим условима рада. Добијен је регулациони систем са затвореном *повратном спрегом* приказан на слици 5, а на слици 6 дат је пример регулисаног погона једносмерне машине погоњене тиристорским исправљачем.



Слика 5. Структура система у затвореној повратној спрези



Слика 6. Регулисан погон једносмерне машине погоњене тиристорским исправљачем

Значи, ако постоји могућност да управљана променљива буде потиснута изван граница толеранције, постаје неопходна примена *повратне спреге* по управљаној променљивој. Поређењем референтне и стварне вредности добијени сигнал грешке мора утицати на промену вредности *управљачке променљиве* (улаза у извршни орган) на такав начин да управљану променљиву врати на ниво задан референтним сигналом и одржава га на истом нивоу.

Шта је, према томе, потребно да се систем у отвореној повратној спрези прошири у систем са затвореном повратном спрегом?

1. Потребно је мерење управљане променљиве и, ако је потребно, обрада добијеног сигнала. Мерење се врши мерним уређајем - мерним претварачем.

   У разматраном погону брзина алата је посредно управљана променљива. Како се спрега између алата и осовине једносмерне машине може сматрати крутом, уобичајено се мери заправо брзина машине и то тахогенератором причвршћеним на њену осовину. Излазни напон тахогенератора је сразмеран брзини обртања машине обезбеђујући њену *стварну вредност* у структури система.

   Овај пример показује да мерење не мора увек бити вршено на месту где се заправо жели добити задата вредност излазне величине, те се ова назива *посредно управљана променљива*.

2. Следи поређење *референтног*, или *жељеног* сигнала, са сигналом из мерног претварача, или *стварне вредности*. Ово захтева *детектор сигнала грешке* који производи *сигнал грешке*, односно:

   сигнал грешке=референтни сигнал - стварна вредност.

   У конкрентом уређају сигнали референтне и стварне вредности су обично напони који се крећу у одговарајућем опсегу, нпр. од *0* до *10V* код погона који се обрће само у једном смеру, или од -*10V* до *10V* код погона који се обрће у оба смера.

У системима управљања постоји потреба и за контролом нивоа, притиска, температире итд. Такође сигнали у тим системима осим напонским нивоом могу бити представљени интензитетом струје, обично у опсегу од *0* до *20mA* или у опсегу од *4* до *20mA*.

3. Сигнал грешке је потребно обрадити у *регулатору* тако да делујући у директној грани доведе управљану променљиву на референтну вредност:

   што пре могуће

   што тачније

   са што мање осцилација у прелазном процесу

   након промене у нивоу референтног сигнала или по дејству спољњег поремећаја. Сигнал који делује на директну грану назива се *управљачка променљива*. Регулатор најчешће садржи пропорционално дејство, тј. прослеђује појачан сигнал грешке ка свом излазу. Може садржати и временски зависно (нпр. интегрално или диференцијално) дејсво у функцији сигнала грешке, или комбинација оба дејства. Тиме се постиже одговарајући одзив система током прелазног процеса и у устаљеном стању.

   Како се детектор сигнала грешке и регулатор често остварују у оквиру једног електронског кола, понекад се регулатором назива веза оба ова елемента, тако да регулатор у овом случају поседује два улаза, референтни и улаз стварне вредности, и један излаз, управљачку променљиву. Поменуто електронско коло које остварује функцију регулатора у континуалним системима управљања, по правилу је један *операциони појачавач*.

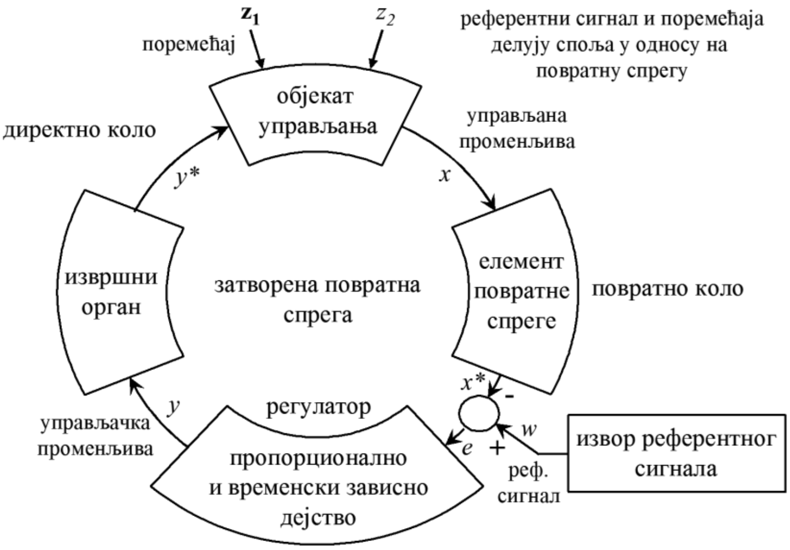
I.4. Шта је повратна спрега?

У наредном делу више пажње биће посвећено питањима управљања. У примеру алатне машине, погона управљаног по брзини, сваки преносни елемент утиче на наредни елемент и захваљујући повратној грани, која прослеђује сигнал управљане променљиве, цео се процес одиграва у затвореној петљи, тј.

у *затвореној повратној спрези,*

при чему *директно коло, повратно коло* и *регулатор* формирају ову петљу (слика 7).

Управљана променљива x је излаз објекта управљања. Мерни претварач је преводи у физичку величину коју регулатор може обрађивати као стварну вредност x^*. Вредности x и x^* се могу посматрати као релативне вредности, тј. као делови максималне или називне вредности. Ако је нпр. максимална вредност брзине $1000o/min$ тада за брзину од $600o/min$, x односно x^* имају 60% или $0{,}6$ своје максималне вредности.



Слика 7. Принцип повратне спреге

Као што је раније примећено, посредно управљана променљива и управљана променљива могу бити различите ствари. Ипак, она величина која се мери представља увек управљану променљиву. Повратно коло осим мерног претварача обухвата и све елемете који обрађују стварну вредност до улаза у регулатор.

Да би се анализирао принцип затворене повратне спреге у неком регулационом систему, сматрајмо да управљачка променљива y представља полазну тачку.

Управљачка променљива y и излаз извршног органа y^* се такође могу посматрати као релативне вредности. У примеру система називна вредност управљачке променљиве је *10V*, а називна вредност излаза извршног органа је једнака називној вредности напона роторског намотаја u_A. Посматрано у релативним вредностима једина разлика између ових променљивих је у нивоу снаге. Излаз извршног органа мора омогућити снагу захтевану од стране објекта управљања.

Управљаки сигнал је одређен регулатором и сигналом грешке e. Треба приметити да се овај след утицаја одиграва дуж линија преноса од једног елемента до наредног у затвореној петљи.

Са друге стране, различити *поремећаји* могу са спољне стране утицати на повратну спрегу. То може бити промена оптрећења машине, промена у извору напајања, у температури околине или нека друга утицајна величина. У ранијој анализи примећено је да поремећај z најпре утиче на управљану променљиву (промена материјала обраде је утицала на промену брзине обртања алата) и да је стога било потребно увести повратну спрегу. У завистности од тачке деловања, поремећај се простире најпре кроз одређен део објекта управљања да би затим проузроковао одступање управљане променљиве од референтне вредности. Само онда када утицај поремећаја, простирући се кроз контуру преко мерног претварача, досегне регулатор, управљачка променљива може реаговати у смислу да коригује управљану променљиву x.

Вредност на коју је поребно довести управљану променљиву и на којој ју је потребно одржавати, задата је референтним улазним сигналом w. Ово је такође релативна вредност која се, попут стварне вредности x^* и управљачке променљиве y, може посматрати релативно према називној вредности од *10V*.

Референтни улазни сигнал w делује са спољне стране на повратну спрегу на начин сличан поремећају z.

Међутим, тачка у контури у којој референтни сигнал делује је повлашћена пошто је то заправо један од улаза регулатора. Наиме, сигнал грешке $e=w-x$ одмах потом обрађен даје управљачку променљиву y која затим делује у директној грани да би поставила управљану променљиву x на вредност захтевану референтцом w.

Према томе, како се може објаснити разлика између отворене и затворене повратне спреге?

За систем у отвореној повратној спрези важи следеће:

На систем, пре свега, утиче референтни сигнал добијен из извора референце. Очекује се да ће се управљана променљива усталити на овој жељеној вредности у складу са физичком природом система. Управљана променљива не може утицати повратно на улаз управљачке структуре. Из тог разлога, спољни поремећаји могу проузроковати знатна одступања управљане променљиве од жељене вредности.

Систем са затвореном повратном спрегом може бити објашњен на следећи начин:

Управљана променљива је регулисана тако да остане што могуће ближе референтној вредности независно од утицаја спољних поремећаја. Са променом референце потребно је да управљана поменљива заузме нову задату вредност, а да се при настанку поремећаја врати на почетну

- што пре могуће
- што тачније
- уз што пригушенији прелазни процес.

За разлику од система са отвореном повратном спрегом, овде сигнал грешке утиче на управљану променљиву. Ово омогућује регулациона структура у облику затворене петље, тј. затворене повратне спреге. У оквиру петље преносни елементи утичу једни на друге само у једном смеру, промена смера утицаја није могућа.

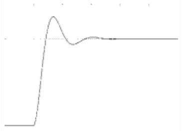
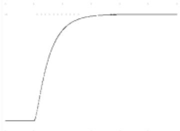
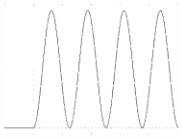
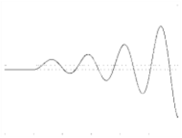
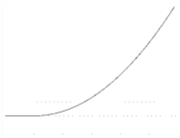
Затворена регулациона структура, са повратном граном преко мерног претварача до улаза у регулатор, омогућује управљаној променљивој да се само-подешава.

I.5. Облик прелазног процеса у управљаној променљивој

Повратна спрега је сачињена од више различитих преносних елемената. Сви они захтевају одређено време одзива од тренутка промене на улазу. У наредном делу више пажње биће посвећено управо анализи временског понашања елемената система континуалног управљања.

С обзиром на природу одзива директне и повратне гране, као и регулатора, повратна спрега може се понашати као негативна или позитивна. Код негативне повратне спреге укупно појачање у петљи је мање од јединице у целом фреквенцијском опсегу. Или другачије речено, све компоненте у спектрима сигнала у повратној грани и из извора референце се одузимају на улазу регулатора. Са друге стране, код позитивне повратне спреге неке од компонети спектра ових сигнала се сабирају проузрокујући кумулативно повећање појачања до максималне вредности на тим учестаностима. У овом случају последица је осциловање система на овим учестаностима. Код резонантних кола, односно осцилатора, позитивна повратна спрега се примењује за добијање осцилација на тачно одређеној учестаности.

Спољни поремећај проузроковаће промену у управљаној променљивој *x*, али је природа овог прелазног процеса такође одређена особинама преносних елемената унутар контуре. Могу се разликовати два основна типа прелазних процеса; управљана променљива *x* може достићи нову вредност или се вратити на почетну било са осцилацијама у прелазном процесу или без осцилација. Према томе постоји псеудо-периодичан и апериодичан одзив. За оба ова случаја одзив система може бити стабилан, нестабилан или на граници стабилности (слика 8).

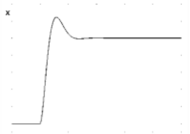
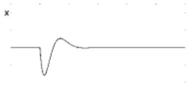
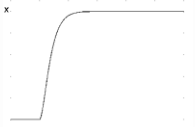
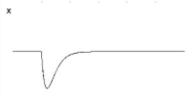
одзив	псеудо-периодичан	апериодичан
стабилан		
на граници стабилности		
нестабилан		

Слика 8. Основни типови прелазног процеса. Приказ одговара јединичној одскочној промени референтног сигнала.

Свака тежња регулационе структуре ка нестабилности или осцилаторном прелазном процесу може бити спречена одговарајућим подешавањем регулатора, тј. његовог појачања (пропорционалног дејства) и временски зависне компоненте (интегралног и евентуално диференцијалног дејства). Начини на који је могуће одредити параметре регулатора тако да се добије оптимално статичко и динамичко понашање система биће разматрани у наредним поглављима.

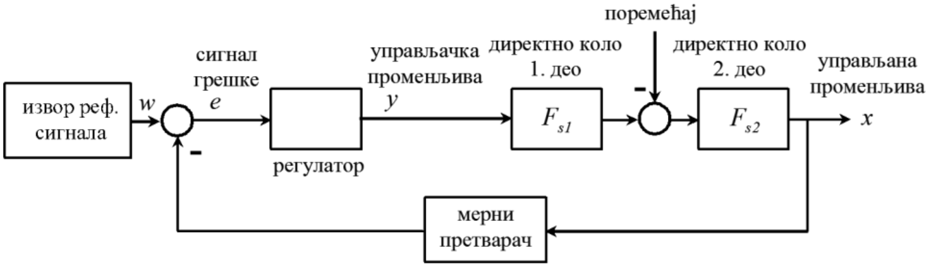
Нестабилан рад или рад на граници стабилности нису прихватљиви у системима управљања. Стабилан псеудо-периодичан одзив је врло често прихватљив под условом да је прескок у управљаној променљивој ограничен и да је број приметних прелазних осцилација близак јединици. Најчешће се ипак захтева апериодичан одзив уз услов да је при настанку поремећаја прескок или пропад у управљаној променљивој ограничен временски и по амплитуди на дозвољен ниво.

Да би се обезбедило правилно подешење регулатора (слика 9) према постављеним захтевима, потребно је снимати одзив система уз понављање настанка поремећаја и уз могућност подешавања његовог интензитета. Међутим, у пракси подешавање уређаја већ повезаног у неки сложенији систем на овај начин најчешће није могуће или није погодно јер би захтевало додатну опрему и могућност приступа тачкама спољашњег утицаја, а да се при томе не угрози сам систем.

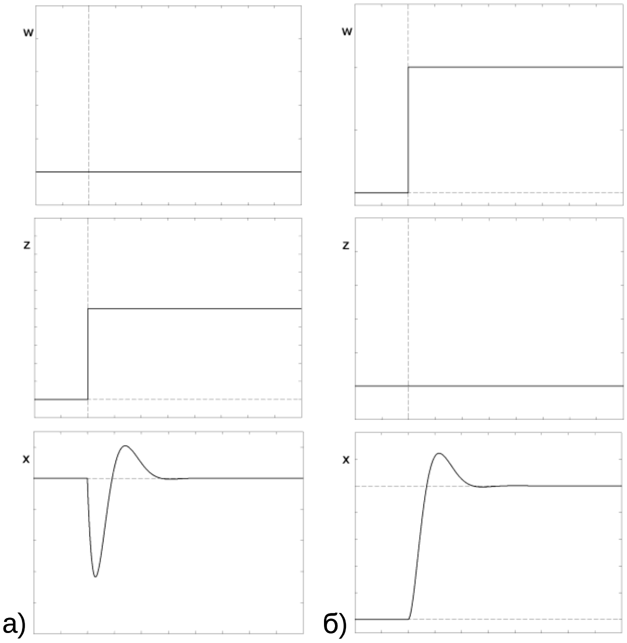
прелазни процес у управљаној променљивој	при одскочној промени референце	при настанку поремећаја
псеудо-периодичан одзив		
апериодичан одзив		

Слика 9. Прелазни процес у управљаној променљивој при промени референце и настанку поремећаја

Раније је примећено да, осим утицја спољних поремећаја на управљану променљиву, промена референце такође представља спољни поремећај за регулациону петљу (слика 7). Према томе, природа одзива система ће бити иста без обзира у којој тачки петље поремећај, односно референца, делују (слике 10 и 11).

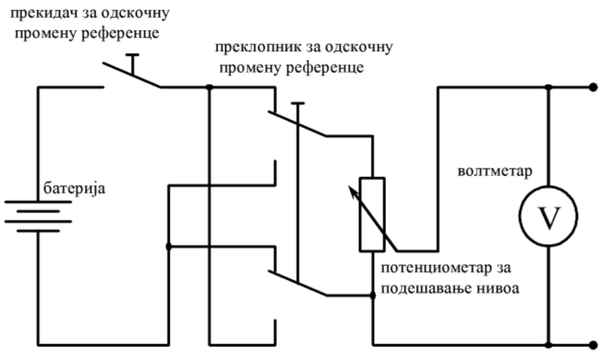


Слика 10. Место утицаја референце и поремећаја у регулационој петљи



Слика 11. Одзив система x на одскочну промену а) поремећаја z и б) референце w

У разматраном регулационом склопу референтни сигнал (тј. излаз из извора референце) представља напонски ниво. Према томе, промене референце могу бити једноставно произведене; конкретно у облику одскочне промене која може бити са довољном тачношћу понављана. Све што је потребно је батерија (нпр. од *12V*), потенциометар, волтметар и један преклопник (слика 12). Уз помоћ овог кола систем може бити подешен променом параметара регулатора док се не добије оптималан облик одзива управљане променљиве на одскочну промену референце. Са сигурношћу се може очекивати да ће ово оптимално подешење такође дати задовољавајуће резултате при настанку спољњег поремећаја.



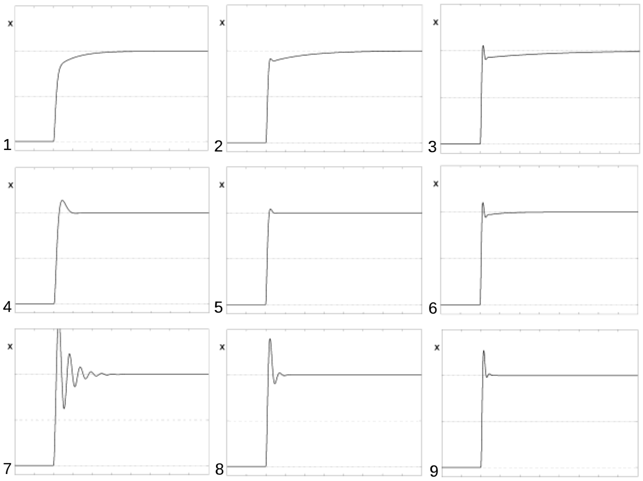
Слика 12. Коло за производњу одговарајућег референтног улаза током поступка подешавања регулатора

Какав се облик прелазног процеса у управљаној променљивој на одскочну промену референце може очекивати и који је облик оптималан? Ово може бити одређено једино праћењем промене управљане променљиве и то њеним мерењем помоћу одговарајућег мерног претврача и инструментом за графички приказ мерења.

На почетку је потребно подесити одскочну промену референце тако да она може бити примењена произвољан број пута. Природа и облик прелазног процеса управљане променљиве зависи у потпуности од подешења регулатора. У највећем броју примена оптималан облик одзива би требало да:

- има што стрмији могући прелаз из једног устаљеног стања у ново
- не показује, или има минималан, прескок при достизању нове задате вредности
- достиже нову вредност са што мањим бројем осцилација
- не наставља да споро достиже задату вредност пошто јој се нагло приближила у првом маху.

Примери дати на слици 13 показују девет могућих облика прелазног процеса. Ипак, уважавајући претходне захтеве, само један указује на оптимално подешене параметре регулатора, а то је одзив 5. Време пораста до нове вредности је врло кратко, постоји само минималан прескок и нема осцилација и постепеног преиближавања новој вредности у крајњој фази процеса. Касније ће овакав начин подешења система бити назван *модулно правило*.



Слика 13. Одзив управљане промењиве x за различите вредности параметара регулатора

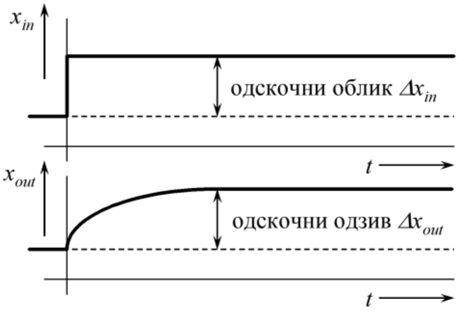
I.6. Преносни елементи - уопштено разматрање

Сваки елемент у регулационој петљи може се сматрати једним преносним елементом. Сваки елемент је засебна јединица која се одазива на побудни сигнал, улазни сигнал, слањем физички исте или различите величине на свом излазу, тј. излазног сигнала (слика 14). Да би се ово ближе разумело разматрајмо мерни претварач тахо-генератор. На улаз претварача који долази преко осовине, тј. брзину, он одговара слањем друге физичке величине на свој излаз, напона.

Слика 14. Дефиниција преносног елемента

Одзив преносног елемента може бити пропорционалан улазу, тј. садржати појачање, бити временски завистан од улаза, или и једно и друго.

Да би се испитала временски зависна особина преносног елемента потребно је довести на улаз сигнал са одскочном променом (слика 15), тј. наглу промену улазног сигнала са једног на други ниво. У исто време потребно је снимати временски облик излаза, тзв. одскочни одзив, помоћу одговарајућег мерног инструмента. Ако је неопходно, биће потребно пропустити излазну величину кроз одговарајући мерни претварач како би се она могла мерити инструментом. Из одлика добијеног одзива могуће је издвојити временски зависне особине преносног елемента, тј. временске константе.



Слика 15. Временска зависност преносног елемента

Сличан приступ се може применити и при мерењу појачања преносног елемента. Мери се одскочна промена на улазу Δx_{in}, а затим разлика између почетне вредности излаза и нове вредности након што се излаз усталио Δx_{out}.

Однос промене на излазу према оној на улазу се назива пропорционални члан, или појачање K_P:

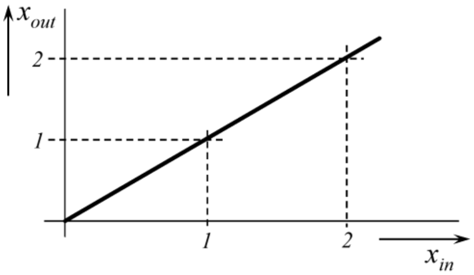
$$\frac{\Delta x_{out}}{\Delta x_{in}} = K_P .$$

Ово појачање може бити веће или мање од јединице ако су улазна и излазна величина исте физичке природе. Ако то није случај, пропорционалан члан ће поседовати јединицу која уважава различиту природу ових величина. У случају тахо-генератора, нпр. јединица појачања је *V/(o/min)*.

У циљу уопштеног разматрања понашања неког преносног елемента, улазна величина се може сматрати улазним сигналом x_{in}, а излазна величина излазним сигналом x_{out} ако се оне представе релативним величинама према својим називним или максималним вредностима.

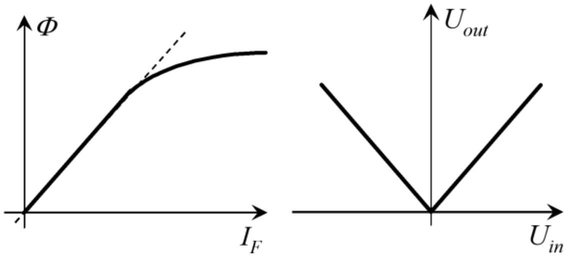
До сада разматрани преносни елементи су *линеарни преносни елементи*. Осим њих постоје и *нелинеарни преносни елементи*. У наставку ће пажња бити посвећена разликама између њих.

Ако се на улаз линеарног елемента доведе двостуко већа вредност x_{in} на излазу ће се, након што се устали, добити такође двостуко већа вредност x_{out} у односу на почетну. Ако се поново узме тахо-генератор као пример, то значи да повећање брзине обртања осовине са *300o/min* на *600o/min* узрокује удвостручење излазног напона са на пример *20V* на *40V*. Ако се нацрта пренонса функција излаза x_{out} од улаза x_{in} и повежу добијене радне тачке, добиће се права линија као карактеристика тахо-генератора (слика 16). Ова права линија без сумње указује на линеаран преносни елемент.



Слика 16. Преносна функција линеарног преносног елемента

Ако преносна функција садржи кривине или нагле прелазе, ради се о нелинеарном преносном елементу. Ако се узме пример електромагнета, познато је да се повећањем струје која тече кроз његове намотаје I_F изнад одређене границе не добија сразмерно повећање флукса Φ због појаве засићења. Представљајући ову зависност у графичком облику види се изражена закривљеност карактеристике (слика 17). Други пример нека буде коло исправљачког моста. Његова карактеристика има две гране, једну за позитивне вредности улазног напона U_{in} и другу за негативне вредности. Обе гране су врло приближно линеране, али у нули оне мењају правац јер је излазни напон U_{out} увек позитиван (слика 17). Карактеристике ових преносних елемената су стога нелинеарне и елементи се називају *нелинеарни елементи*.



Слика 17. Примери преносних функција нелинеарних елемената

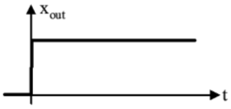
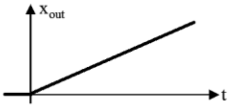
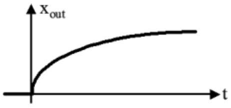
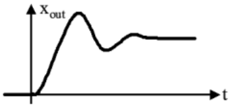
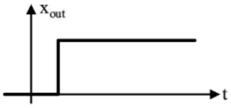
I.7. Особине преносних елемената

Из ранијег је јасно да ће управљана променљива *x* одступити од жељене вредности у тренутку настанка поремећаја. Улога регулационе петље је да на оптималан начин врати *x* на жељену вредност, што захтева оптимално подешен регулатор. Међутим, ово је могуће остварити само ако су особине свих преносних елеманата у петљи познате.

Особине неких од елемената могу бити утврђене само мерењем. За многе су, ипак, основне особине познате преко облика одзива који дају на свом излазу, па је према томе познат и облик њихових преносних функција. Тада је једино потребно установити стварне вредности параметара. Њих је могуће одредити довођењем на улаз одскочне промене и снимањем добијеног одскочног одзива.

Особине најбитнијих линеарних елемената су обједињене у табели I у облику њихових одскочних одзива уз краћи опис. У наставку ће сваком од њих бити посвећена пажња и објашњен начин одређивања карактеристичних параметара.

Табела I. Најбитнији линеарни преносни елементи

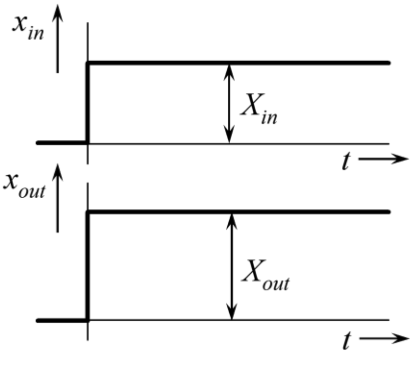
опис елемента	ознака	одскочни одзив	облик одзива x_{out}
пропорционални елемент	P		без временског кашњења и пропорционалан са x_{in}
интегрални елемент	I		временски интеграл x_{in}
елемент 1. реда	P-T_1		пропорционалан са x_{in} али закашњен у облику функције 1.реда
елемент 2. реда	P-T_2		пропорционалан са x_{in} али закашњен у облику апериодичне или псеудо-периодичне функције
кашњење	P-T_t		пропорционалан са x_{in} али закашњен за одређен временски интервал

Пропорционални елемент

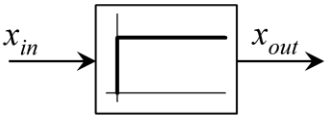
Излаз пропорционалног елемента x_{out} прати улаз x_{in}; не постоји било какво изобличење узроковано временском зависношћу одзива. Једина разлика између две величине је у њиховим амплитудама, та да се у општем случају оне разликују (слика 18). Ако је x_{in} одскочни, излаз x_{out} је такође одскочни и важи:

$$x_{out} = K_P \cdot x_{in}\,.$$

K_P се назива појачање или фактор пропорционалности. У блок дијаграмима система аутоматског управљања овај елемент се означава симболом који потиче од облика његовог одскочног одзива (слика 19).



Слика 18. Одскочни одзив пропорционалног елемента



Слика 19. Ознака пропорционалног елемента

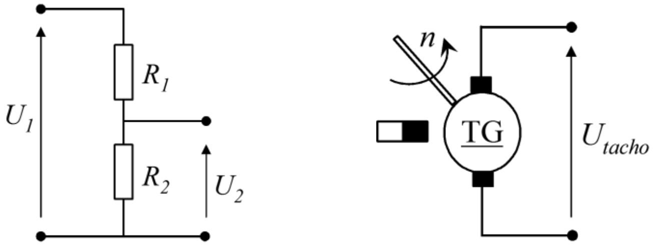
Мерни претварач, на пример, који мери управљану променљиву, требао би бити чисто пропорционалне природе како би регулатор био обавештен што тачније могуће и што пре могуће о последицама спољних и унутрашњих поремећаја на управљану променљиву.

Када су улаз x_{in} и излаз x_{out} исте физичке природе, K_P је бездимензиона величина. Може бити мања, једнака или већа од јединице. За разделник напона (слика 20), на пример, кога чине отпорници R_1 и R_2 коефицијент појачања је мањи од јединице и износи:

$$K_P = \frac{x_{out}}{x_{in}} = \frac{U_2}{U_1} = \frac{R_2}{R_1 + R_2}.$$

Са друге стране, ако је улаз x_{in} тахо-генератора (слика 20) брзина n изражена у o/min, а излаз x_{out} напон у волтима V, K_P има димензију $V/(o/min)$. Ако нпр. брзини од $1000o/min$ одговара напон од $60V$,

$$K_P = \frac{x_{out}}{x_{in}} = \frac{60V}{1000o/min} = 0{,}06V/(o/min).$$

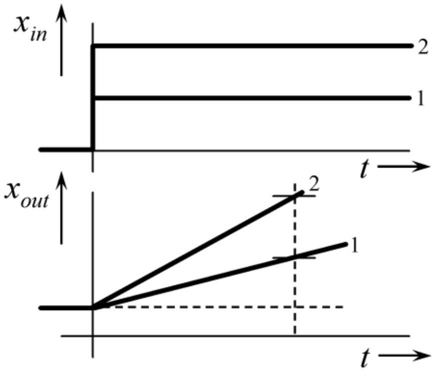


Слика 20. Примери пропорционалних елементата: напонски отпорнички разделник и тахо-генератор

Интегрални елемент

Излаз x_{out} интегралног елемента се мења само када је улаз x_{in} различит од нуле. За $x_{in}=0$ излаз остаје на претходно достигнутој вредности x_{out-0}; за $x_{in}\neq 0$ излаз се мења тим брже што је x_{in} веће амплитуде (слика 21). Амплитуда улаза одређује брзину којом интеграљење мења излаз, а интеграљење улаза се наставља све док је он различит од нуле. Особина овог елемента се назива интегралном и може бити изражена следећим изразом:

$$x_{out} = K_I \int_0^t x_{in} \cdot dt + x_{out-0} \; .$$



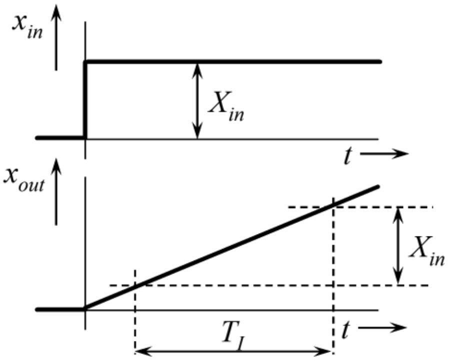
Слика 21. Одскочни одзив интегралног елемента

Параметар који описује овај елемент је фактор интеграције K_I. Такође, врло често се користи и период интеграције T_I који се према K_I односи као:

$$T_I = \frac{1}{K_I} \; .$$

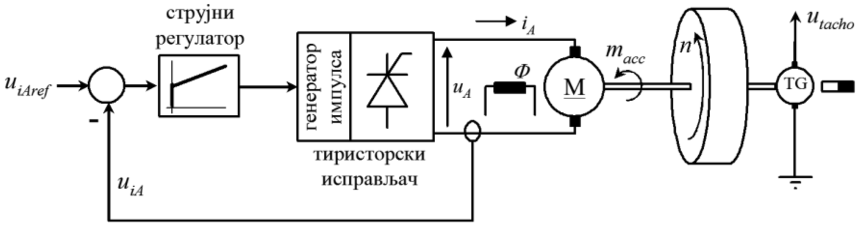
Члан $x_{out\text{-}0}$ је вредност излаза пре почетка интеграције, тј. у нултом тренутку.

Период интеграције T_I се може једноставно одредити ако су x_{in} и x_{out} исте физичке природе (слика 22). Одзив на одскочну побуду показује да ће се за промену на улазу од X_{in}, x_{out} променити за исти износ у времену једнаком периоду интеграције T_I. Ова чињеница се може искористити за одређивање параметра T_I мерењем на следећи начин. Потребно је повезати инструмент за снимање одскочне побуде X_{in} и одзива x_{out}. Одзив интегралног елемента је растућа или опадајућа функција. Поређењем сигнала добија се да X_{in} пресеца x_{out} тачно T_I секунди након тренутка промене на улазу.



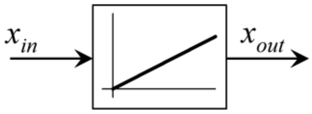
Слика 22. Одређивање периоде интеграције T_I

Ипак, уобичајено, улаз x_{in} и излаз x_{out} нису исте физичке природе. У тим случајевима користи се мерни претварач којим се ове величине преводе у сличне. Као пример може се узети механичко оптерећење погоњено струјно регулисаном једносмерном машином. Овакво опретећење је интегрални елемент са брзином машине n као излазом (слика 23). Улаз овог елемента је електромагнетни момент машине m_{acc}. Ако се побуда машине одржава константном, m_{acc} је пропорционалан струји ротора i_A. Довођењем одскочне промене референце струје ротора u_{iAref}, добиће се врло приближно одскочна промена струје ротора, а самим тим и електромагнетног момента. Регулациона петља струје ротора има много бржу динамику од брзине машине, па се промена момента може сматрати тренутном. Потребно је измерити механичку временску константу овог једносмерног погона, тј. његов период интеграције T_I. Користи се тахо-генератор као мерни претварач. Мери се напонски скок у референци струје u_{iAref} и одзив на излазу тахо-генератора u_{tacho}. Сада су обе величине исте фузичке природе и T_I се може одредити на претходно описан начин.



Слика 23. Пример мерења периода интеграције T_I

Симбол интегралног елемента указује на облик његовог одскочног одзива и приказан је на слици 24.

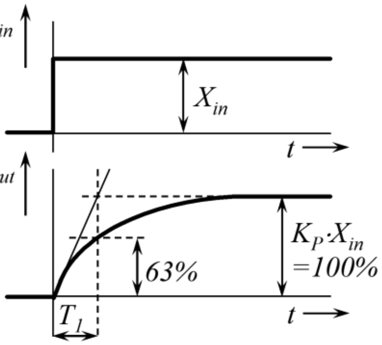


Слика 24. Ознака интегралног елемента

Елемент првог реда

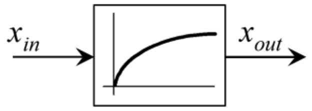
Код овог елемента излаз x_{out} прати промену улаза x_{in} али не тренутно него постепено. Једном када улаз x_{in} престане да се мења, x_{out} се коначно устаљује на вредности која је пропорционална улазној.

Слично одзиву интегралног елемента, у почетном делу одзив елемента 1. реда је растућа функција чији раст благо успорава (слика 25). Почетни нагиб одзива зависи од временске константе T_1 која управо описује елемент 1. реда. Пошто се одзив елемента усталио, елемент поприма чисто пропорционално дејство описано пропорционалним фактором, или појачањем, K_P. Осим мерења нагиба одзива, T_1 се може одредити и на следећи начин. Ако се посматра прелазни процес од почетног стања до крајње вредности, тј. $X_{in} \cdot K_P$, тада ће вредност x_{out} након времена T_1 бити врло приближно једнака 63% своје крајње вредности.



Слика 25. Одскочни одзив елемента 1. реда

Математички, временско понашање овог елемента описује диференцијална једначина 1. реда, па одатле и његов назив. Ознака елемента, приказана на слици 26 опет указује на облик одскочног одзива.

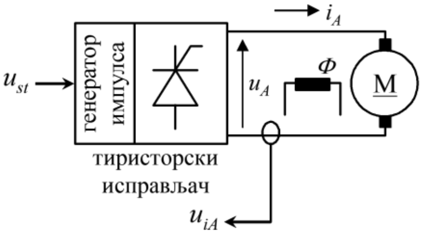


Слика 26. Ознака елемента 1. реда

Као пример послужиће електрично коло једносмерне машине које показује особине елемента ове врсте. Ако се доведе одскочна промена напона на улазу у генератор импулса тиристорског исправљача, излазни напон исправљача, заправо напона ротора u_A, промениће се такође одскочно. Струја ротора i_A, међутим, не прати тренутни облик u_A, њен одзив је успорен индуктивношћу ротора. За опис понашања портебно је одредити, измерити, временску константу T_1 која се у овом случају назива и временска константа ротора.

Скок у контролном напону Δu_{st} проузрокује скок напона ротора Δu_A (слика 27). За мерење струје ротора i_A потребан је мерни претварач који даје напон на свом излазу u_{iA} сразмеран i_A. Посматрањем прелазног процеса овог сигнала одговарајућим мерним инстументом може се одредити време до проласка кроз 63% укупне промене Δu_{iA} што представља временску константу ротора. Појачање у колу овог једносмерног погона је:

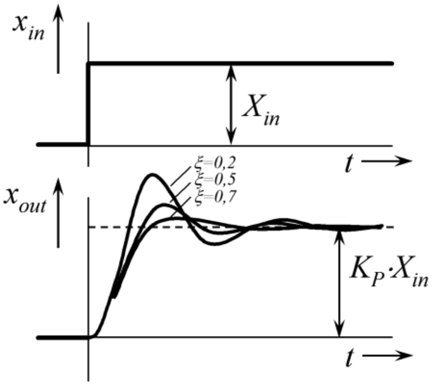
$$K_P = \frac{\Delta u_{ia}}{\Delta u_A}.$$



Слика 27. Електрично коло погона једносмерне машине као пример елемента првог реда

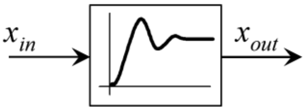
Елемент другог реда

Елемент другог реда се математички може описати диференцијалном једначином другог реда. Елементи ове групе се могу понашати на два различита начина током прелазног процеса. Прва група реагује на улазну одскочну промену са одзивом x_{out} псеудо-периодчног облика, друга грипа са апериодичним обликом. Ово се може објаснити посматрајући њихове типичне одскочне одзиве. Посматрајмо прво елемент са псеудо-периодичним одзивом. Кад год преносни елемент садржи два физички различита облика складиштења енергије при чему је могућа размена енергије између њих, облик излаза x_{out} ће бити осцилаторан након поремећаја на улазу (слика 28). Таква два облика складиштења енергије могу бити на пример потенцијална енергија и кинетичка енергија у маси обешеној о опругу. Други пример су индуктивност и капацитивност које чине једно осцилаторно коло. У оба случаја енергија се периодично пребацује из једног медијума складиштења енергије у други. Енергија укључена у овај ток се постепено троши на губитке кроз процес пригушења. Што је јаче пригушење, енергија се брже троши. У електричном колу отпорност је узрок пригушењу. Према томе, једна од особина која описује елемент 2. реда је фактор пригушења ξ. За псеудо-периодичан одзив вредност овог фактора се креће између нула и један. Нулти фактор пригушења значи подржане периодичне осцилације, што представља такође границу стабилног рада система и није од интереса у системима управљања. Фактор пригушења једнак 1 представља границу између псеудо-периодичног и апериодичног одзива.



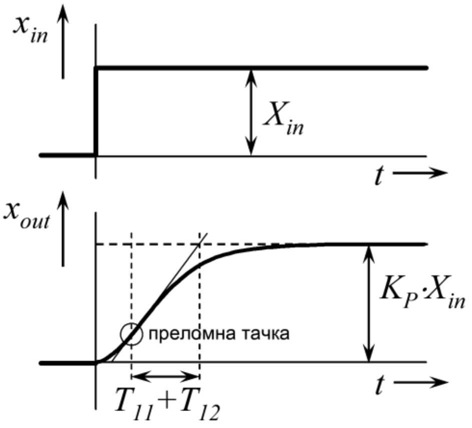
Слика 28. Одскочни одзив елемента 2. реда са псеудо-периодичним одзивом

Други фактор који описује овај елемент је доминантна временска константа. Њено мерење у случају елемента са псеудо-периодичним одзивом није једноставно и овде неће бити разматрано. Осим тога, њено мерење често и није могуће. Ознака елемента је приказана на слици 29.



Слика 29. Ознака елемента 2. реда

Када је фактор пригушења већи од јединице, излаз x_{out} је апериодичан (слика 30). У поређењу са псеудо-периодичним одзивом овде не постоји прескок у односу на крајњу устаљену вредност. У овом случају елемент 1. и 2. реда понашају се на сличан начин.



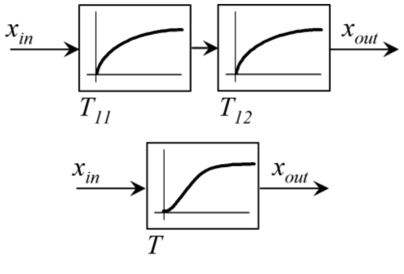
Слика 30. Одскочни одзив елемента 2. реда са апериодичним одзивом

Треба приметити код одскочног одзива елемента 2. реда, без обзира да ли је псеудо-периодичан или апериодичан, да на самом почетку нема одзива на скок на улазу. Потом, се он постепено удаљава од почетне вредности. Математички, може се рећи да у моменту довођења промене на улазу, излаз има хоризонталну тангенту.

По достизању новог устаљеног стања излаза примећује се да је промена на излазу пропорционална промени на улазу без обзира на врсту одзива. Према томе, потребно је одредити и трећи описни члан, фактор појачања K_P, на исти начин као и раније.

Постоје случајеви када се два преносна елемента у регулационој петљи, при чему су оба 1. реда, не могу посматрати одвојено. Тада редна веза ових елемената чини један елемент 2. реда који ће увек бити апериодичног одзива (слика 31). При временским константама T_{11} и T_{12}, фактор пригушења ξ биће увек већи од јединице:

$$\xi = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{T_{11}}{T_{12}} + 2 + \frac{T_{21}}{T_{11}}}\ .$$

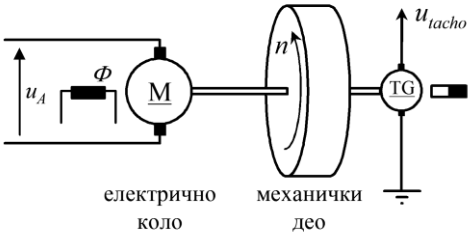


Слика 31. Преносни елемент 2. реда сачињен од два елемента 1. реда

Често је једна од временских константи много мања тако да је њен утицај мало изражен. Тада је, ако се посматра одзив, почетна закривљеност облика врло мала. Осим тога у овом случају може се оправдано сматрати да се ради о преносном елементу 1. реда чија је временска константа једнака доминантној.

Ако су, са друге стране, T_{11} и T_{12} приближних вредности, може се прилично једноставно установити износ њихове суме. Апериодичан одскочни одзив поседује овде изражену преломну тачку. Ако се повуче тангента на криву одзива x_{out} кроз преломну тачку, време мерено од те тачке до тачке пресека тангенте са крајњом вредношћу представља суму две временске константе (слика 30). Пошто се често познаје једна од константи, макар прибложно, може се одредити друга.

У неким случајевима, посебно када је једносмерна машина мале снаге, она се може сматрати елементом 2. реда. Улаз је напон ротора u_A, а излаз је брзина обртања осовине n. На осовину је повезан и тахо-генератор чији је излаз u_{tacho} слика промене брзине n (слика 32). Под условом да је механичка временска константа T_M много већа од временске константе ротора T_A ($T_M > T_A$), фактор пригушења ξ биће већи од јединице, елемент ће имати апериодичну природу одзива и брзина неће осциловати.



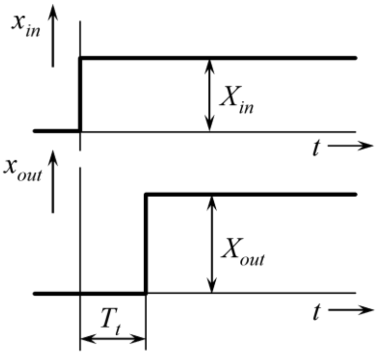
Слика 32. Једносмерни погон као пример елемента 2. реда

Елемент мртвог времена

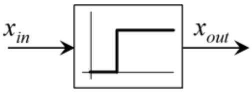
Ако у систему постоји елемент чији излаз x_{out} потпуно прати улаз x_{in} али са временским кашњењем T_t (слика 33), такав елемент се назива елемент мртвог времена. Наравно, могуће је да је однос x_{out} и x_{in} везан појачањем или пропорциналним чланом K_P као код обичног пропорционалног елемента. По истеку мртвог времена опет постоји однос:

$$x_{out} = K_P \cdot x_{in} .$$

Понашање описано мртвим временом се јасно може видети у одскочном одзиву елемента из којег потиче и његова ознака (слика 34).

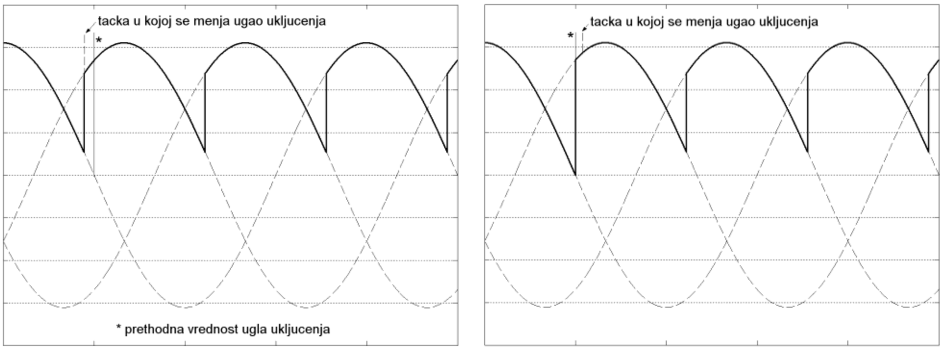


Слика 33. Одскочни одзив елемента мртвог времена



Слика 34. Ознака елемента мртвог времена

Покретна трака је добар пример елемента мртвог времена. Улаз x_{in} је количина материјала постављена на крај за предају робе. Овај материјал стиже као излаз x_{out} на место за пријем робе после времена T_t. Други пример: Напајање за брзински регулисану једносмерну машину са регулацијом напона ротора се уобичајено остварује тиристорским исправљачем. Овај је такође потребно разматрати као елемент мртвог времена јер исправљач не може променити излазни напон u_A у истом моменту када је и улазни управљачки напон у исправљач u_{st} промењен (слика 27); потребно је да протекне време до тренутка окидања новог тиристора у мосту (слика 35). Код тропулсног тиристорског моста са *50Hz* мрежним напајањем ово мртво време се креће од 0*ms* до у најгорем случају *6,67ms* (слика 35). При моделовању овог исправљача обично се узима средња вредност мртвог времена од *3,33ms*. За трофазни пуно-управљиви шестопулсни исправљач мртво време је највише *3,33ms*. Средња вредност је *1,67ms*.



Слика 35. Тропулсни тиристорски исправљач: случај мале вредности мртвог времена када команда за промену вредности угла укључења долази непосредно пре укључења новог тиристора (лево) и случај велике вредности мртвог времена када команда долази непосредно по укључењу новог тиристора (десно)

Преносни елементи у регулационој петљи

Уопштено, регулациона петља садржи већи број преносних елемената; врло се ретко среће да постоји само један елемент. Обично су сви они различитих особина.

У анализи регулационе петље битно је утврдити да ли она садржи интегрални елемент. Ако га поседује, и улаз x_{in} је различит од нуле, излаз x_{out} ће наставити да се мења због интегралног дела. У том смислу природа петље је одређена присуством интегралног елемента. Интеграција ће престати када x_{out} достигне граничну, или вршну вредност својствену за петљу.

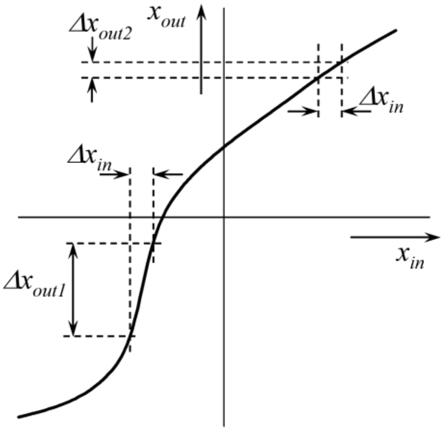
Ако петља не садржи интегралне елементе и улаз x_{in} је различит од нуле, излаз x_{out} ће се усталити по истеку прелазног периода на новој устаљеној вредности. И овде, ипак, излаз x_{out} може расти до граничне вредности, али само ако устаљена вредност лежи ван опсега регулације.

Рад регулационе петље са интегришућим елементом може бити доведен до граничне вредности на исти начин као и код петље без интегришућег елемента. У првом случају ово је одређено временом у коме је x_{in} различито од нуле, а у другом то је вршна вредност x_{in}.

Примећено је такође да преносни елементи у петљи могу бити линеарни и нелинеарни. При разматрању особина преносних елемената, било да су они пропорционални, интегрални, 1. реда, 2. реда или мртвог времена, сматрано је да су они линеарни, тј. удвостучење улаза x_{in} доводи до удвостручења излаза x_{out}, а преносна функција x_{out} према x_{in} је права линија.

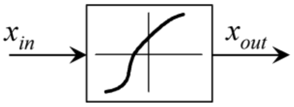
Нелинеарни преносни елементи, са друге стране, имају преносну функцију која је закривљена или садржи прекиде или и једно и друго. Код њих мала промена улаза Δx_{in} може проузроковати различит одзив x_{out} (слика 36). Ниво улаза x_{in} око којег се дешава промена одређује вредност промене Δx_{out}. Нагиб тангенте у свакој радној тачки карактеристике одређује фактор појачања K_P у тој тачки:

$$K_P = \frac{\Delta x_{out}}{\Delta x_{in}}.$$



Слика 36. Пример преносне функције нелинеарног преносног елемента

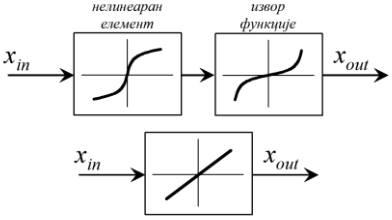
Према томе појачање преносног елемента мења се од тачке до тачке дуж карактеристике. Симбол нелинеарног преносног елемента представља се обликом преносне функције тог елемента (слика 37).



Слика 37. Симбол нелинеарног преносног елемента

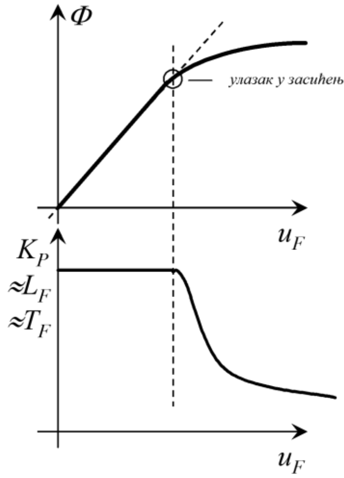
У неким случајевима се нелинеарни елемент може посматрати као линеаран под условом да се користи само део криве функције. Ово може бити примењено када је област рада ограничена на део карактеристике у близини тачке кроз који је повучена тангента.

Други начин рада са нелинеарним преносним елементима је да се у контролну петљу дода други нелинеарни елемент чија је нелинеарност супротна од прве. Преносни елемент додат систему, чија се преносна функција може подешавати од радне тачке до радне тачке се назива *извор функције*. Повезујући *извор функције* редно са нелинеарним елементом доводи до линеаризације укупне преносне функције (слика 38).



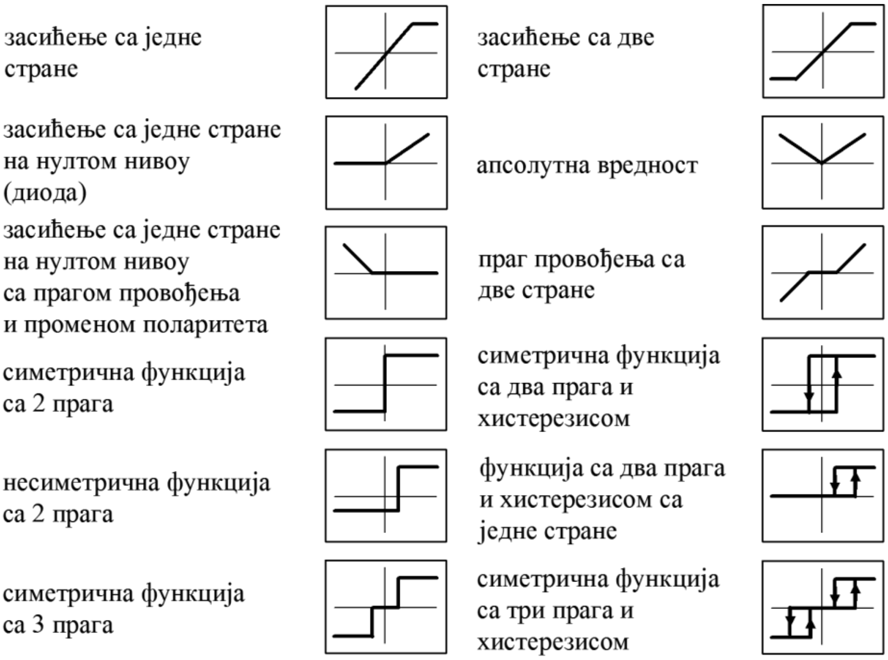
Слика 38. Линеаризација преносне функције применом извора функције

Код нелинеарног преносног елемента појачање K_P и вредност временске константе T_1 често зависе од положаја радне тачке на преносној функцији. Пример је побудно коло једносмерне машине; повећавајући струју, односно напон побудног намотаја, флукс побуде одлази у засићење (слика 39). Како се улази у засићење, флукс Φ престаје да даље расте сразмерно повећању напона u_F, тј. њихов однос више није линеарна функција. У области засићења магнетно коло побудног намотаја не може прихватити развијену магнето-побудну силу ($N{\cdot}I$), па се индуктивност L_F побудног намотаја смањује, док отпорност R_F остаје непромењена. Значи, појава засићења проузрокује не само промену појачања $K_P=\Phi/u_F$ у зависности од вредности улазног напона u_F, него и временске константе побудног намотаја $T_1= L_F/R_F$.



Слика 39. Утицај појаве засићења у побудном намотају на параметре модела

Коначно, ево и неких од преносних елемената чија преносна функција садржи један или више прелома (слика 40). Символи ових елемената указују на њихове особине. Улаз x_{in} је унесен по хоризонталној оси, а очекивани одзив по вертикалној x_{out}. Овакви нелинеарни елементи не постоје само природно у регулационој петљи, већ могу бити додати са циљем да се остваре одговарајући резултати.



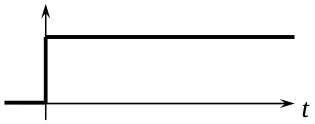
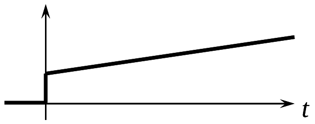
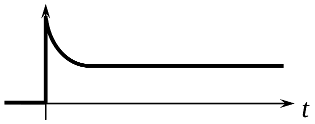
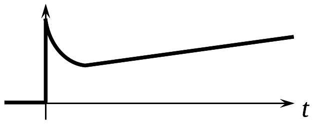
Слика 40. Нелинеарни елементи са преломима у преносној функцији

I.8. Избор регулатора

У претходним поглављима разматране су особине најбитнијих преносних елемената у једној регулационој петљи. Ако спољни поремећај учини да управљана промењљива изиђе из дозвољених граница одступања, регулатор треба да реагује на начин да је врати на жељену вредност. У разматрањима понашања регулационе петље примећено је да се у највећем броју случајева поремећај простире кроз директну грану пре него што остави утицаја на управљану промењљиву на излазу петље, која, за узврат, утиче на регулатор. Овај, затим даје управљачки сигнал који такође мора проћи кроз целу регулациону петљу пре него што врати управљану промењљиву на жељену вредност.

Елементи регулационе петље често имају особине елемената 1. или 2. реда или интегришућег елемента које успоравају поступак регулације управљане промењљиве. Задатак регулатора је да делује супротно томе својим временски зависним понашањем.

У овој студији биће разматрано пет основних дејстава регулатора (слика 41). Најважније у применама код система управљања је пропорционално-интегрално, па се такав регулатор назива *пропорционално-интегрални регулатор* или скраћено *PI регулатор*. Његово дејство се састоји од пропорционалног дела и интегралног дела. Ипак, прво ће бити разматрани засебно пропорционални *P* регулатор и интегрални *I* регулатор.

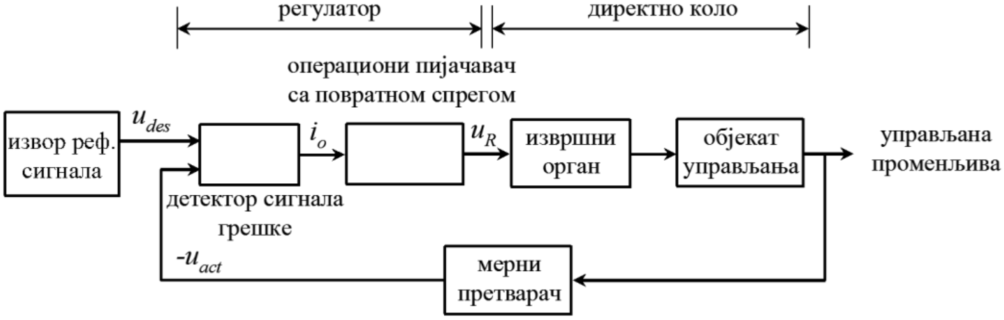
дејство регулатора	одзив регулатора
P	
I	
PI	
PD	
PID	

Слика 41. Пет основних врста дејства регулатора

У системима управљања врло ретко се користи регулатор са диференцијалним дејством. *D* дејство појачава сваку таласност на свом улазу, што се пресликава на излаз нарочито током прелазног процеса, нарушавајући на тај начин облик промене управљане променљиве. У пракси излазни сигнал готово сваког мерног претварача садржи извесну таласност што значи да ће и излаз регулатора такође садржати таласност. Јасни примери су струја ротора једносмерне машине напајане из тиристорског исправљача, или излазни напон из тахо-генератора који садржи таласност услед комутације на учестаности сразмерној брзини обртања осовине. Стога овде неће бити разматрано диференцијално дејство унутар регулатора као што је нпр. *PD* или *PID* регулатор.

Један систем аутоматског управљања приказан је поново на слици 42. У њему се може издвојити регулациони део кога чине:

- извор референтног сигнала
- мерни претварач
- регулатор



Слика 42. Систем аутоматског управљања

Извор референтног сигнала се користи и у систему са отвореном повратном спрегом. Излаз извора референце је референтни сигнал w, нпр. напон у опсегу од $-10V$ до $+10V$. Овај напон се може назвати и жељеном вредношћу u_{des}.

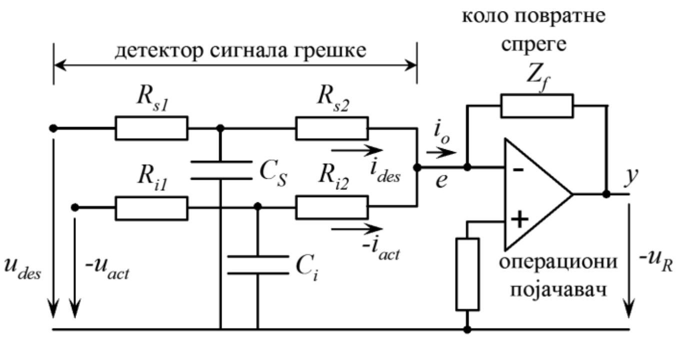
Мерни претварач се користи за мерење управљане променљиве x. У многим случајевима садржи:

- сензор који мери физичку величину која се регулише. Пример је шант за мерење струје ротора i_A.
- појачавач који појачава излаз сензора на ниво прилагођен улазу регулатора, опет би то био напон од $-10V$ до $+10V$.

Овај напон представља стварну вредност u_{act} или сигнал повратне спреге. У великом броју случајева сензор и појачавач се налазе у једном елементу, нпр. тахо-генератору за мерење брзине.

Најчешће, али и у примени која ће се проучавати у овом раду, регуалтор се састоји из два дела (слика 43):

- детектора сигнала грешке e као разлике жељене и стварне вредности
- операционог појачавача са колом негативне повратне спреге; користи сигнал грешке e за добијање упраљачког сигнала y.



Слика 43. Коло аналогног регулатора

Детектор има два улаза; један је референтни улаз w, или жељена вредност u_{des}; на други се доводи управљана променљива x, односно стварна врендост u_{act}. Оба канала садрже *RC* коло као филтар на улазу. Као излази канала могу се посматрати струје i_{des} и i_{act}. Потребно је осигурати да u_{des} и u_{act} јесу супротног поларитета како би произвели сигнал разлике, или грешке e. Струје се сабирају и дају струју разлике i_o:

$$i_{des} - i_{act} = i_o\,.$$

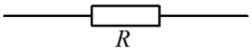
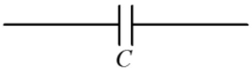
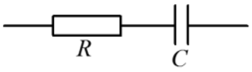
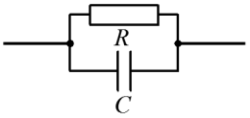
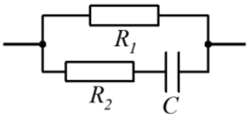
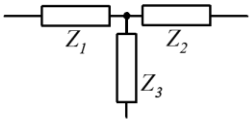
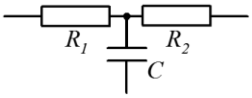
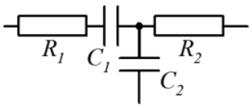
Ако је $i_o=0$, регулатор је успео да доведе управљану променљиву на жељену вредност. Користећи раније уведене ознаке претходни израз гласи:

$$w - x = e\,.$$

Операциони појачавач *OP* са колом негативне повратне спреге чини други део регулатора. Његов улаз је грешка e, овде у облику струје разлике i_o. Реализован је као интегрисано коло које има изузетно велико појачање. То значи да би врло мала вредност улазне струје у *OP* проузроковала његово засићење. Значи потребан је врло мали део струје разлике i_o да би довео *OP* у појачавачки режим, док се готово пуна струја i_o прослеђује кроз коло повратне спреге Z_f. Ово коло обликује особине регулатора. Излаз регулатора је напон u_R који представља управљачки сигнал y:

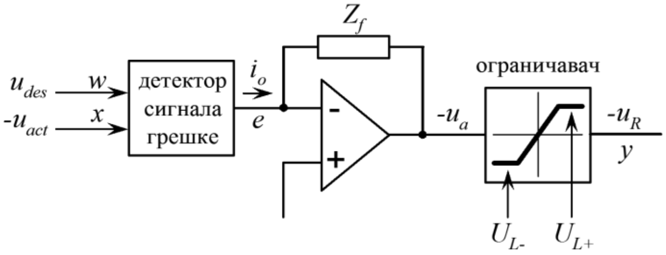
$$u_R = -Z_f \cdot i_o\,.$$

Могућа је примена више кола у улазном делу детектора сигнала грешке, као и у повратној спрези регулатора. Нека од њих проказана су на слици 44. Ипак, пажња ће овде бити посвећена само неколицини од њих.

отпорност	
капацитивност	
редна веза	
паралелна веза	
мешовита веза	
Т мрежа, општа	
Т мрежа, ниско фреквентни филтар	
Т мрежа, 2. реда	

Слика 44. Кола на улазу детектора сигнала грешке и у повратној спрези регулатора

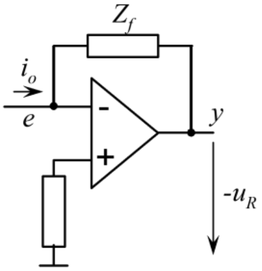
Осим поменута два основна дела регулатора, о којима је управо било речи, често је потребно додати и трећи део. Да би се спречило да управљачки напон u_R (односно сигнал *y*) изађе ван одређених граница, постављених техничким захтевима погона, извршног органа и објекта управљања, потребно је додати *коло за ограничавање* (слика 45). Тада напонски нивои U_{L+} и U_{L-} одређују граничне вредности излаза регулатора са горње и доње стране. Ако је на пример U_{L-}=-5V, а U_{L+} =8V излазни напон регулатора u_R се може кретати само у тим границама. Ако би захваљујући превисоком сигналу грешке, u_R тежио да изађе бан тих граница, ограничавач ће га задржати на тим нивоима. Тада је регулатор у *стању прекорачења* и више не делује у смислу регулације.



Слика 45. Ограничавач управљачке променљиве u_R

Регулатор

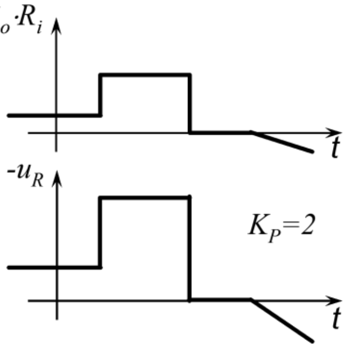
У структури регулатора примећено је да је операциони појачавач са колом повратне спреге редно повезан на детектор сигнала грешке (слика 46). У наставку ће бити посматран утицај *OP*, тачније кола повратне спреге регулатора, на особине регулатора.



Слика 46. OP са повратном спрегом

Пропорционални регулатор

Пропорционални регулатор, скраћено *P* регулатор, понаша се на исти начин као пропорционални елемент. Нулти улаз производи нулти излаз (слика 47). Излаз регулатора је различит од нуле под условом да постоји сигнал грешке, потпуно прати његове промене, а амплитуда је једнака сигналу грешке помноженом са пропорционалним појачањем K_P.

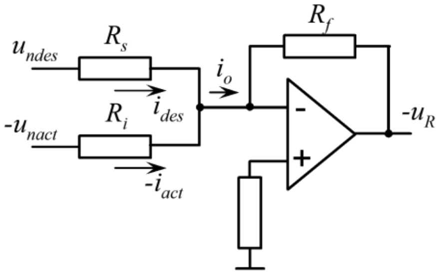


Слика 47. Одзив пропорционалног рагулатора

Пропорционално појачање K_P је без димензиони чинилац чија је вредност одређена вредношћу отпорности R_f у колу повратне спреге *OP* и отпорношћу у колу детектора сигнала грешке R_i (слика 48):

$$R_f = K_P \cdot R_i .$$

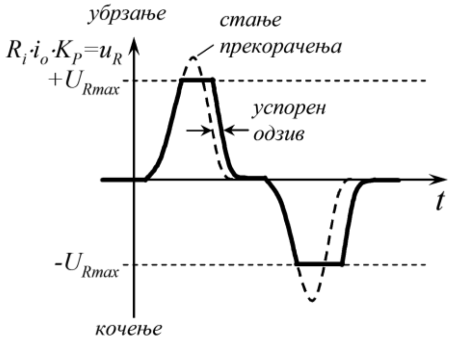
Ако се пореде на улазу регулатора жељена брзина погона u_{ndes} и стварна брзина u_{nact} и разлика износи нула, то значи да тренутну брзину не треба мењати. Излаз *P* регулатора такође мора покрити све захтеве за убрзањем или кочењем у погону. За u_{nact} једнако u_{ndes} захтевано убрзање износи нула и погон се обрће жељеном брзином без потребе за кочењем или убрзањем. За $i_o \neq 0$ регулатор мора утицати тако да кочи или убрза погон у зависности од знака u_R док се u_{nact} поново не изједначи са u_{ndes}.



Слика 48. Пропорционални регулатор

Наравно не сме се дозволити да момент кочења или убрзања узме било коју вредност. За велике вредности он би могао не само да проузрукује оштећења механичких елемената погона, као што су спојнице, редуктори, осовина, итд., него преоптеретити и електричне делове, извор једносмерног напајања или намотаје мотора. У систему не сме доћи до било механичких, било електричних оштећења, а ово се може остварити задавањем граничних вредности излазном напону регулатора u_R. Ако би грешка e постала толико велика да, због пропорционалног дејства регулатора, излаз производи момент убрзања или кочења већи од дозвољеног, коло за ограничавање ће ограничити u_R на U_{Rmax} тако да ће само дозвољена вредност момента бити доведена погону. Ово је наравно нижа вредност од изворне неограничене вредности момента. Излаз регулатора се зауставио на граничној вредности и ушао у стање прекорачења. Под овим условима, ток промене управљане променљиве је успорен јер се убрзање или кочење одвијају на нижем нивоу од оног који би регулациони склоп поставио да ограничење не постоји (слика 49).

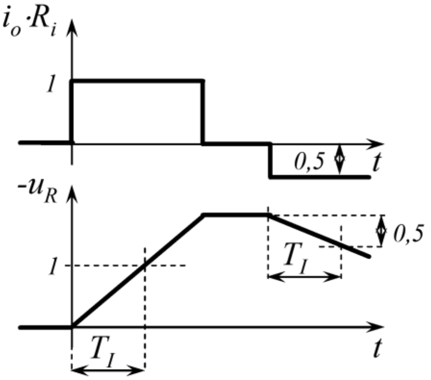
Регулатор ће изаћи из стања прекорачења када производ грешке e и пропорционалног члана K_P дају једнаку или нижу вредност од u_{Rmax}.



Слика 49. Одзив регулатора u_R када је он у једном делу у стању прекорачења

Интегрални регулатор

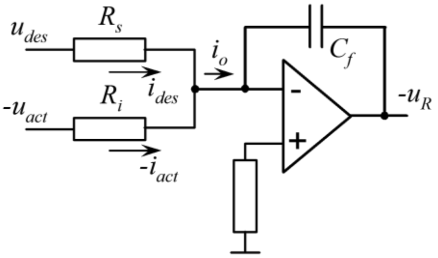
О интегришућем преносном елементу било је речи раније. За разлику од њега, улаз у интегрални *(I)* регулатор, је струја разлике i_o, а излаз u_R представља управљачки сигнал y. За нулту грешку e излаз регулатора задржава претходно стање и u_{act} је једнако u_{des} (слика 50). Скоковита промена грешке e проузроковаће растућу или опадајућу промену управљачког сигнала y. Нагиб промене је стрмији што је већа вредност грешке e или што је мањи период интеграције T_I регулатора.



Слика 50. Одзив интегралног регулатора

У структури *I* регулатора може се одредити и подесити период интеграције T_I (слика 51). Пре свега потребно је познавати вредност отпорности R_i. Затим се вредност капацитивности C_f у колу повратне спреге *OP* може одредити као:

$$C_f = \frac{T_I}{R_i}.$$



Слика 51. Интегрални регулатор

И супротно, периода интеграције T_I се може измерити. Напон на улазу стварне вредности у детектор сигнала грешке u_{act} задаје се у облику одскочне промене, док је $u_{des}=0$. Снимањем излазног напона u_R, период интеграције се може одредити на исти начин као код итегришућег елемента, као временски интервал током којег се u_R промени за износ скока на u_{act} (слика 50).

У наставку следи пример погона који треба да дочара деловање *I* регулатора (слика 52).

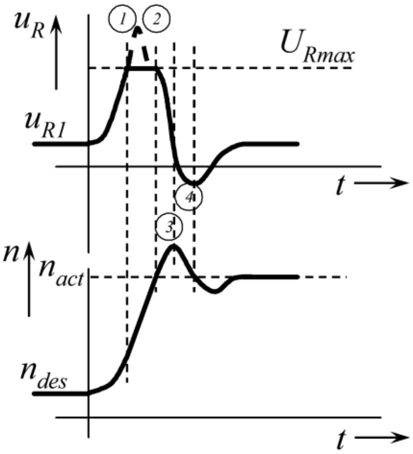
Слика 52. I регулатор брзине једносмерне машине

На улазу у брзински регулатор пореде се напони сразмерни жељеној вредности брзине машине u_{ndes} и стварне вредности u_{nact} која се добија са излаза тахо-генератора. Брзински регулатор на основу сигнала грешке e производи референцу за струјни регулатор у унутрашњој петљи u_{iAdes}, на основу које овај регулише струју ротора u_{iAact}. Како је брзина промена у струјној петљи за ред величине већа од оних у брзинској, може се сматрати током посматрања рада брзинске петље да важи $u_{iAact}=u_{iAdes}$.

Ако је u_{ndes}-$u_{nact}=0$, напон на излазу брзинског регулатора u_R, који задаје струју ротора i_A, не треба да се промени. Тада i_A призводи електромагнетни момент машине ($m_{acc}=\Phi{\cdot}i_A$) који управо уравнотежава момент опетрећења. Брзински регулатор у главној, надређеној петљи захтева управо ту вредност електромагнетног момента, ни мању ни већу.

Ако се у једном тренутку оптерећење машине повећа, доћи ће до пропада брзине и појаве грешке e. Под тим утицајем *I* регулатор брзине мења свој излаз u_R повећавајући електромагнетни момент машине m_{acc} док се поново не успостави једнакост жељене и стварне брзине и равнотежа m_{acc} и момента оптерећења.

При значајнијој промени референце брзинског регулатора, тј. жељене брзине u_{ndes}, сигнал грешке e добиће високу вредност, а због релативно споре промене на излазу, он ће остати присутан на улазу *I* регулатора дуже времена (слика 53).



Слика 53. Одзив I регулатора брзине у стању прекорачења

Под тим условима u_R би могао порасти изнад граничне вредности U_{Rmax}, захтевајући неприхватљиво висок ниво струје на излазу исправљача $i_A > i_{Amax}$. Међутим, захваљујући колу за ограничавање, напон u_R остаје ограничен на U_{Rmax} (1). Сада више није битно колико износи e; *I* регулатор је у стању прекорачења. Пошто током стања прекорачења брзинског регулатора погон развија максимално дозвољену вредност момента m_{acc}, одзив брзине је растућа промена са одређеним нагибом, успорена у односу на ситуацију да нема ограничења.

И када после одређеног времена стварна брзина, тј. u_{nact}, достигне жељену вредност u_{ndes} и грешка e постане нула, с обзиром да је одзив *I* регулатора временски зависна промена, погон ће наставити да повећава брзину обртања што доводи до прескока у брзини (2). Излаз регулатора брзине u_R је пао испод U_{Rmax} и регулатор је изашао из стања прекорачења. Међутим, тек када u_R опадне на вредност која одговара моменту оптерећења, брзина ће почети да опада (3). Током трајања прескока у брзини ($e<0$), *I* регулатор смањује u_R тако да погон може ући и у режим кочења ($u_R<0$) (4). Као што се из овог примера види, последица уласка *I* регулатора у стање прекорачења је увек праћена појавом нежељених таласања у управљачкој променљивој која могу достизати и неприхватљиво високе вредности.

Поређење између *P* и *I* регулатора

Поређење у понашању ових регулатора је важно јер се сви регулатори без интегралног члана понашају на начин сличан обичном *P* регулатору, док се регулатори који садрже интегрални члан понашају слично *I* регулатору.

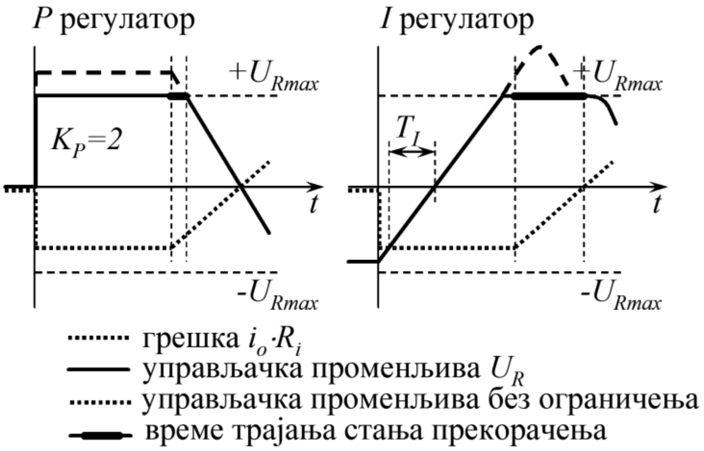
Регулатор може произвести управљачки сигнал *y* који се креће у опсегу између граничних вредности. Горња и доња гранична вредност су задате колом за ограничење. Ако због особина регулатора и вредности грешке *e* излазни напон u_R тежи да узме вредности ван граничних, u_R ће бити ограничен на горњу или доњу граничну вредност; регулатор се налази у стању прекорачења.

Поређење регулатора по природи понашања у стању прекорачења (слика 54) показује:

P регулатор излази из стања прекорачења оног тренутка када производ сигнала грешке *e* и појачања K_P, тј. вредност неограничене управљачке променљиве, падне испод граничне вредности.

I регулатор остаје у стању прекорачења док сигнал грешке *e* не промени знак. Ово значи да ће управљачка променљива имати пребачај, а обично и неколико периода таласања.

P регулатор, према томе, излази из стања прекорачења знатно брже и мало је вероватно да ће се дешавати пребачаји у управљачкој променљивој.



Слика 54. Одзив P и I регулатора у стању прекорачења

\

Поређење регулатора по брзини одзива и грешци стационарног стања (табела II) показује:

Одзив *P* регулатора на промену референце или поремећаја је врло брз. Он реагује тренутно на промену референце на почетку прелазног процеса. Међутим, у већини примена регулатора, по окончању прелазног процеса управљачка променљива мора задржати одређену вредност, одакле следи да ће у устаљеном стању код овог регулатора постојати ненулта грешка e. То значи да стварна вредност u_{act} никад неће бити једнака жељеној вредности u_{des}.

Познато је, да је код *P* регулатора управљачка променљива y једнака:

$$y = e \cdot K_P \, .$$

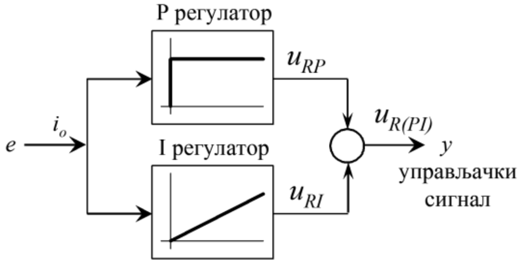
Посматраће се поново регулатор брзине са *P* дејством чији излаз мора садржати у устаљеном стању одређену вредност референце струје, тј. електромагнетног момента. То је случај погона који се обрће и оптерећен је неким моментом оптерећења. Струја ротора i_A не може тада бити нула. Пошто се брзина усталила, *P* регулатор мора радити са одређеном грешком, тзв. *грешком стационарног стања* e_S, тако да e_S помножена са појачањем K_P обезбеђује потребну референтну вредност струје ротора. Грешка устаљеног стања e_S у регулационој петљи *P* регулатора је мања што је веће појачање K_P.

По промени референце или поремећаја *I* регулатор ће престати да мења вредност управљачке променљиве y тек пошто је управљана променљива x достигла вредност задату референцом w. Када је ово остварено, грешка e је нула ($u_{act}=u_{des}$). Са друге стране, грешка e не може бити снижена тако брзо као *P* регулатором јер је потребно да протекне време за интеграцију. Одзив *I* регулатора на почетку прелазног процеса је врло спор, заправо, у самом тренутку када дође до појаве грешке e није приметан икакав утицај регулатора на управљачку променљиву. Особине оба регулатора су упоређене у табели II.

Табела II. Поређење P и I регулатора по брзини одзива и грешци стационарног стања

	Поређење регулатора по	
регулатор	брзини одзива	грешци стационарног стања
P	Реагује тренутно. Одзив је у складу са појачањем.	Увек присутна грешка стационарног стања. Она је тим мања што је појачање веће.
I	Реагује споро. Одзив је временски интеграл грешке.	Грешка стационарног стања је нула. Процес интеграције се прекида када $e=0$.

Из претходног се види да се на почетку прелазног процеса *P* регулатор понаша боље, али на крају процеса понашање *I* регулатора је повољније. Унапређење особина могло би се остварити ако би оба регулатора радила истовремено у петљи. Ово је могуће ако би сигнал грешке утицао на регулатор *P* дејства и у исто време на *I* регулатор и ако би се оба управљачка сигнала u_{RP} и u_{RI} сабрала да чине укупну управљачку промењљиву *y* (слика 55). Веза ове врсте би садржала предности оба регулатора, а такође поништила њихове недостатке. Добијен је пропорционално-интегрални регулатор.



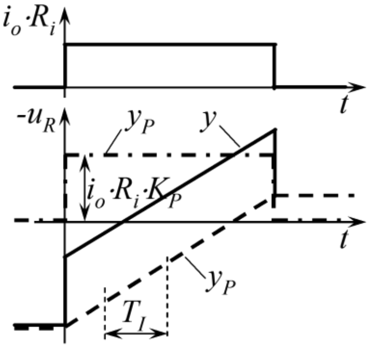
Слика 55. Веза PI регулатора

Пропорционално-интегрални регулатор

Најчешће коришћени регулатор у погонима је пропорционално-интегрални регулатор, или краће *PI* регулатор. Његове особине садрже оне интегралног и пропорционалног регулатора.

Као што је претходно било речено код *P* регулатора са нултом грешком e на улазу управљачки сигнал y_P је нула; код *I* регулатора y_I се задржава на претходно достигнутој вредности. Слично важи и за *P* и *I* део *PI* регулатора. Једном када је регулатор успео да доведе управљану променљиву x на референтну вредност w, *P* део у управљачком сигналу нестаје ($y_P=0$) и *I* део у потпуности чини управљачки сигнал.

Само када је $e\neq0$ управљачки сигнал ће садржати *P* део y_P сразмеран са e. Оба дела сабрана чине јединствен управљачки сигнал y (слика 56). *PI* регулатор се понаша боље у регулационој петљи него сам *I* регулатор због *P* удела за време док је $e\neq0$. Тада *P* члан доприноси више у управљачкој променљивој него *I* члан. По истеку прелазног процеса када сигурно важи $u_{act}=u_{des}$ и $i_o{\cdot}R_i=0$, *P* члан нестаје.



Слика 56. Одзив PI регулатора

Параметри *PI* регулатора су они *P* регулатора и *I* регулатора. *P* регулатор уноси пропорционално појачање K_P:

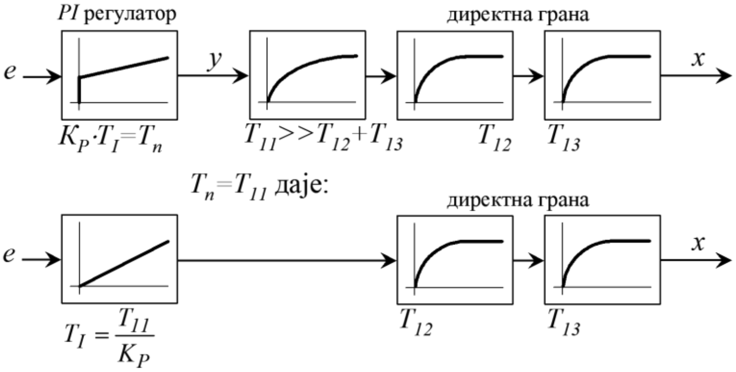
$$e \cdot K_P = y_P \, .$$

Параметар *I* регулатора је период интеграције T_I. Што је T_I веће спорија је промена управљачког дела y_I. Ове напомене везане за параметре важе и код *PI* регулатора.

Осим ова два параметра, код *PI* регулатора, може се увести и трећи зависан параметар, време реакције *PI* регулатора T_n. Наиме *PI* регулатор уноси пол у нули и нулу на учестаности $1/T_n$ (1 па се током поступка одређивања парамератара регулатора могу разматрати нпр. време реакције T_n, уместо периода интеграције T_I, и појачање K_P:

$$T_n = K_P \cdot T_I \,.$$

У наставку следи један једноставан пример поступка одређивања параметара. Ако регулациона петља садржи елемент 1. реда са изразито великом временском константом T_{11}, може се учинити, подешавајући време реакције *PI* регулатора T_n, да T_n буде једнако T_{11} и да нула коју уноси *PI* регулатор поништи пол елемента 1. реда (слика 57). Укупно посматрајући систем, тада преостају само мале временске константе T_{12} и T_{13} што значи да је одзив система убрзан.



Слика 57. Подешавање параметара регулатора поништавањем највеће временске константе

На основу одређених параметара времена реакције T_n и појачања K_P потребно је прорачунати отпорности и капацитивности у колу повратне спреге *OP* (слика 58). Појачање K_P одређује отпорност R_f:

$$R_f = K_P \cdot R_i \,.$$

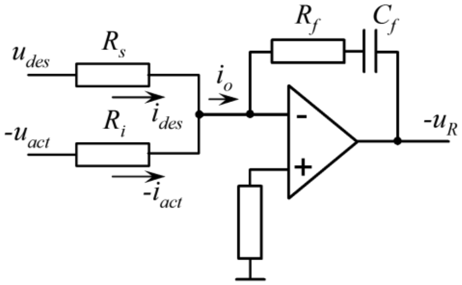
Од раније је познато да је период интеграције T_I одређен капацитивношћу $C_f{=}T_I/R_i$. Користећи T_n као параметар наместо T_I добија се:

$$C_f = T_n \,/\, R_f \,.$$

---

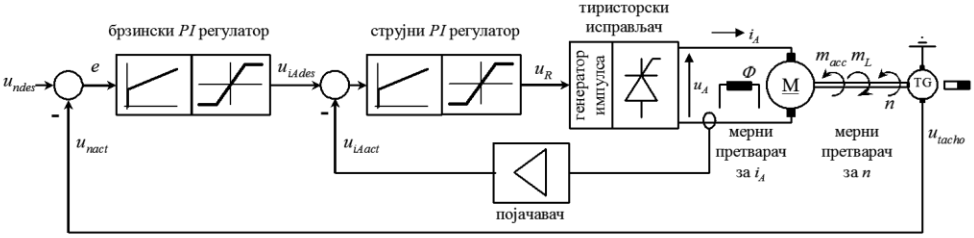
[1] функција преноса *PI* регулатора

$$G_{PI}(s) = K_P + \frac{1}{T_I \cdot s} = \frac{1 + K_P \cdot T_I \cdot s}{T_I \cdot s} = \frac{1 + T_n \cdot s}{T_I \cdot s}$$



Слика 58. PI регулатор остварен са OP

У наредном делу опет ће бити размотрен рад погона једносмерне машине и исправљача, али сада са примењеним *PI* регулатором струје ротора у унутрашњој, подређеној петљи и брзине у спољној, надређеној петљи (слика 59.). Такође биће дато више конкретних детаља везаних за регулацију самог погона.



Слика 59. Погон једносмерне машине регулисан по брзини са унутрашњом регулационом петљом по струји

Посматраће се садржај и понашање *PI* регулатора брзине. На његове улазне крајеве повезани су сигнал жељене брзине u_{ndes} и сигнал стварне вредности брзине u_{nact} добијен са тахо-генератора. Ако су оба ова сигнала једнака, а због дејства *I* члана у регулатору, његов излаз ће остати на претходно достигнутој вредности, што значи да се погон обрће задатом брзином. Нема потребе за убрзавањем или кочењем. Електромагнетни момент који развија машина $m_{acc}=Φ·i_A$ управо уравнотежава момент оптерећења m_L.

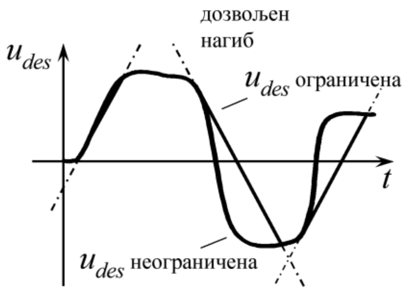
Сматрајући да се побудни флукс $Φ$ не мења, излаз *PI* регулатора брзине, у овом случају, не задаје електромагнетни момент већ стују ротора i_A која одговара овом моменту. Излазни напон брзинског регулатора u_{iAdes} даје референцу за унутрашњу струјну петљу.

Свака мала промена момента оптерећења или референце проузроковаће појаву грешке $e\neq0$. Ово проузрокује тренутно реаговање *P* члана у брзинском регулатору које затим утиче на унутрашњу струјну петљу да реагује врло брзо са променом напона на ротору u_A. Како се процес регулације наставља, *I* члан регулатора брзине осигурава да се грешка *e* сведе на нулу. За добар резултат спрегнутог деловања брзинског и струјног регулатора, потребно је подесити да брзина реаговања струјне регулационе петље буде пет до осам пута већа од исте брзинске петље. Са добро пројектованим погоном и оптималним подешењем параметара регулатора може се очекивати да се при промени референце брзине ново задата вредност достигне за мање од *200ms*.

Мотор је способан да, у кратком периоду током процеса успостављања брзине на жељену вредност, поднесе струју и неколико пута већу од називне. Обично машине могу прихватити прекорачење струје од *1,5* пута, али машине са потпуно ламинираном конструкцијом, које су посебно развијене за управљане погоне, могу прихватити прекорачење и до *4* пута веће од називне струје. Стога је потребно унети коло за ограничавање у регулациону структуру које би ограничило излаз регулатора брзине u_{iAdes}, а који чини референцу за струјну петљу. Ако се узме да је дозвољено струјно прекорачење 4 и $u_{iAdes(max)}=10V$ тада нивоу називне струје одговара $u_{iAdes}=2,5V$. Вршна вредност од 10*V* за u_{iAdes} не сме бити премашена. Ово се односи за струју ротора при убрзавању и при кочењу.

Ако се сада зада велика одскочна промена референце, грешка *e* ће тренутно достићи вредност која доводи регулатор брзине у стање прекорачења чији је излаз ограничен на граничној вредности. Чак и велико *P* дејство може проузроковати прекорањчење у *PI* регулатору. Без обзира да ли је до прекорачења дошло само деловањем *P* члана, или *P* и *I* члана заједно, током његовог трајања *I* дејство ће преузети граничну вредност излаза регулатора $u_{iAdes(max)}$ на себе. Сви недостаци до којих доводи стање прекорачења *I* дејства, о којима је било речи, пре свега тежња да доведе до изразитог таласања у управљаној промењљивој, и овде остају присутни. Треба се сетити да ће регулатор изаћи из овог стања оног тренутка када грешка *e* опадне на нулту вредност. Да би се спречило таласање у брзини, у овом тренутку машина би морала тренутно развити момент m_{acc} који делује у супротном смеру, а ово се једино може остварити брзом променом смера струје i_A.

Прекорачење у регулатору брзине, захваљујући наглој промени референце, може се спречити спајањем кола за обликовање референце у извору референтног сигнала које одређује брзину његове промене. Ово коло дозвољава промене референце ограниченог нагиба (слика 60)



Слика 60. Ограничење нагиба промене референце u_{des} *колом за обликовање сигнала*

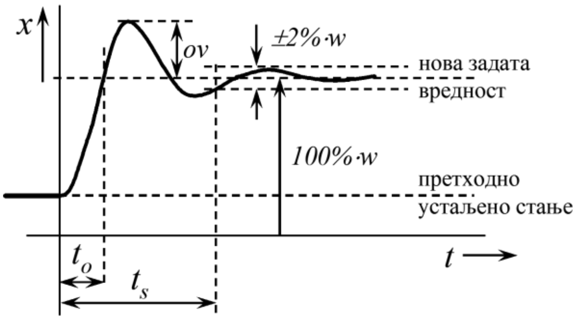
Операциони појачавачи се могу користити за остваривање свих кола унутар регулационог склопа: самог регулатора, кола за ограничавање, кола за обликовање референтног сигнала, филтара, итд. Поред тога они пружају потпуну распрегнутост између сваког од ових степени, а тиме и могућност независног подешавања параметара кола.

I.9. Захтеви при подешавању регулатора

Примећено је раније да регулациона петља може сачињавати и осцилујући склоп. Издвојен је псеудо-периодичан и апериодичан одзив управљане променљиве. Такође, установљена је потреба за управљањем у затвореној повратној спрези да би се отклонио утицај поремећаја на управљану променљиву x и да је за оптимално подешење система потребно применити одскочну промену референце. Затим се одговарајућим мерним инструментом прати одзив система. Ово је једини погодан начин на који систем може бити подешен, јер поновљива и мерљива одскочна промена спољњег поремећаја z може се остварити у врло ретким случајевима. Ипак, поред поремећаја z, референца w такође делује споља у односу на систем, а систем даје одзив на поновљиву одскочну промену референце сличан по облику одзиву при промени поремећаја.

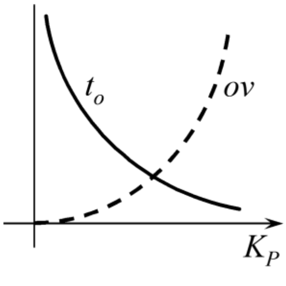
Прво је потребно установити на који начин оценити одзив управљане променљиве x на одскочну промену референце. Сматраће се да је регулатор *I* или *PI*. Због присутног *I* члана реаговање ових регулатора престаје када је грешка *e* сведена на нулу. Како би систем имао што бржи одзив често је прихватљиво имати и ограничен ниво таласања у излазу *x* пре него што се устали на новој вредности. За оцену прелазних помена било којег облика уводе се следеће величине (слика 61):

- време до прве нулте грешке (или време до првог пребачаја) t_o: ово је временски период који траје од тренутка одскочне промене референце до тренутка када управљана променљива u_{act} први пут достигне жељену вредност u_{des}.
- време смирења t_s: временски период који започиње у тренутку промене референце, а завршава се када таласање у управљаној променљивој уђе у опсег одређене ширине чија се вредност изражава процентуално у односу на крајњу вредност. Увођење опсега је потребно јер таласање може трајати дуг период (теоријски бесконачно) пре него што се сасвим пригуши. Уобичајена вредност је 2%.
- Прескок *ov*: је разлика између првог пребачаја у односу на устаљену вредност.



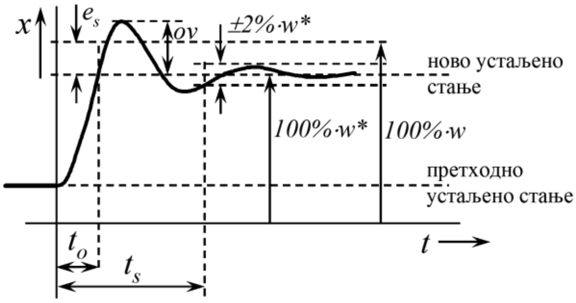
Слика 61. Параметри одскочног одзива система са регулатором који садржи I члан

Оптимално ове вредности (t_o, t_s, *ov*) би биле што мање могуће. Међутим, кратко време до прве нулте грешке проузрокује дуго време смирења са великим прескоком (слика 62). Због тога мора се прихватити компромис, тј. наћи оптимум, у избору решења.



Слика 62. Утицај појачања K_P на t_o и ov

Ако се користи регулатор без *I* члана, такође се користе параметри одзива времена до прве нулте грешке t_o, времена смирења t_s и прескока ov да би се оценило подешавање регулатора (слика 63). Међутим, како се одскочни одзив P регулатора увек заврши са грешком устаљеног стања e_s, у овом случају сви подаци су дати у односу на нову устаљену вредности $w^*=w-e_s$, а не жељену.



Слика 63. Параметри одскочног одзива система са регулатором без I члана

Да би се регулатор у систему подесио према оптималном одскочном одзиву управљане променљиве *x* за промену референце w или спољњег поремећаја z, потребно је применити *правила оптимизације*.

Оптимизација по модулном правилу *(Absolute Value Optimum - AVO)*

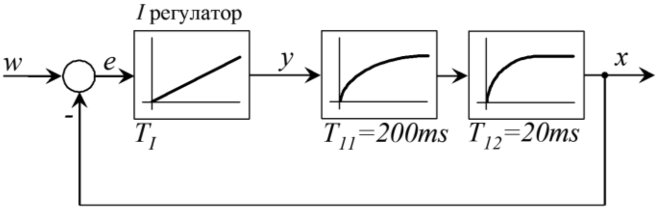
Нека се посматра регулациона петља која садржи само елементе 1. реда и можда кратко мртво време. Код описа рада *PI* регулатора, као карактеристичан параметар уведено је време реакције T_n. Ако се подеси да је оно управо једнако највећој временској константи у регулационој петљи T_{11}, одзив система ће бити знатно бржи.

Ово може бити показано кроз пример (слика 64). Нека је највећа временска константа у регулационој петљи $T_{11}=200ms$, а мања временска константа $T_{12}=20ms$. И нека је одабран *I* рагулатор. Може се израчунати, на начин који ће бити дат касније, да је за оптимално подешен период интеграције T_I, време до прве нулте грешке $t_o=4,7 \cdot 220ms=1034ms$.

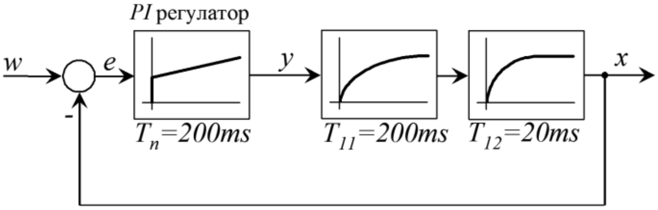
Да би се сада искористила предност *P* дејства коју оно уноси у оквиру *PI* регулатора, потербно је подесити време реакције T_n на *200ms* (слика 65). Са оптимално одабраним појачањем K_P, време до прве нулте грешке износиће

$4{,}7 \cdot 20ms = 94ms$. Значи, примењујући приступ поништавања, регулатор пружа приближно 10 пута бржи одзив.

Поништавање је први начин подешавања по модулном правилу. Објашњење захтева значајну примену математике што излази из оквира овог рада.



Слика 64. Примена I регулатора на систем са два елемента 1. реда



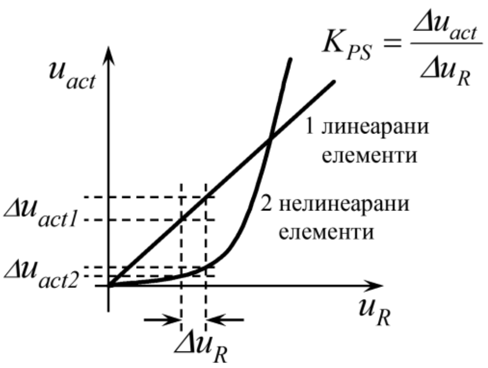
Слика 65. Начин поништавања велике временске константе применом PI регулатора

Следи одређивање појачања регулатора по модулном правилу.

Након одређеног времена реакције T_n преостаје да се одреди пропорционално појачање K_P. Када се после поништавања велике временске константе саберу све мале временске константе добија се укупна временска константа σ:

$$\sigma = T_{12} + T_{13} + ...$$

За прорачун је потребно одредити и укупно појачање у регулационој петљи K_{PS} од излаза регулатора u_R до мерене вредности излаза u_{act}. Уз присутан нелинеаран елемент у петљи, одређивање K_{PS} би морало да се врши за већи број радних тачака у радном опсегу (слика 66).



Слика 66. Одређивање укупног појачања у ргулационој петљи за све линеарне елементе (1) и присуство нелинеарних елемената (2)

Сада се пропорционално појачање у *PI* регулатору, K_P, може одредити применом модулног правила као:

$$K_P = \frac{T_{11}}{2 \cdot K_{PS} \cdot \sigma}.$$

Нека K_{PS} у примеру износи *1,8* (слика 67). Применом модулног правила добија се појачање у *PI* регулатору:

$$K_P = \frac{200ms}{2 \cdot 1{,}8 \cdot 20ms} = 2{,}78.$$

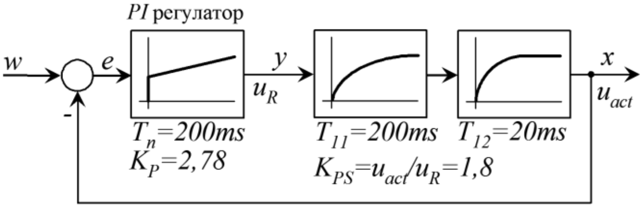
Ако би систем радио са *P* регулатором, без *I* дејства (слика 68), појачање K_P по модулном правилу рачуна се на исти начин. У примеру са временским константама $T_{11}=200ms$ и $T_{12}=20ms$ и укупним појачањем у петљи $K_{PS}=1{,}8$, појачање K_P треба подесити поново на *2,78.* *P* регулатор, као што је познато, ради са грешком стационарног стања, док год је $u_R \neq 0$. Регулатор брзине, чији излаз треба да обезбеди електромагнетни момент машине, мора према томе имати $u_R>0$. Грешка стационарног стања при примени овог правила се приближно може одредити из израза:

$$e_s = \frac{2 \cdot \sigma}{T_{11} + 2 \cdot \sigma}.$$

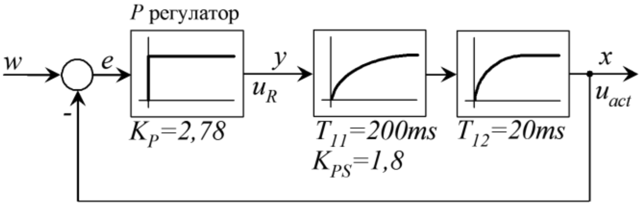
Уврштавајући вредности из примера добија се:

$$e_s = \frac{2 \cdot 20ms}{200ms + 2 \cdot 20ms} = 0{,}167$$

па се одскочна промена референце *w* неће одразити у одзиву *x=100%·w* него *100%-16,7%=83%* од жељене вредности. Види се да је грешка мања за мањи однос σ/T_{11}.



Слика 67. Параметри PI регулатора подешени по модулном правилу



Слика 68. Примена модулног правила при избору P регулатора

Још неколико речи о ранијем примеру у којем је примењен *I* регулатор (слика 64). Овде грешка стационарног стања e_s не постоји. Већ је речено да ће одзив бити много спорији него у случају *PI* регулатора. То је из разлога што је период интеграције T_I *I* регулатора одређен збиром свих временских константи петље. Велика временска константа чији је утицај могао бити поништен код *PI* регулатора, мора овде бити укључена у σ. По модулном правилу T_I је потребно подесити на:

$$T_I = 2 \cdot K_{PS} \cdot \sigma$$

што у примеру износи:

$$T_I = 2 \cdot 1{,}8 \cdot (200ms + 20ms) = 792ms \; .$$

У поређењу са периодом интеграције *PI* регулатора $T_I=T_n/K_P=200ms/2{,}78=72ms$ период интеграције је сада 10 пута већи, па систем има знатно спорији одзив.

Оптимизација по симетричном правилу *(Symmetrical Optimum - SO)*

У претходном примеру регулациона петља, без регулатора, није садржавала *I* елемент. Ако *I* елемент постоји у петљи не може се применити приступ поништавања. Нека се узме пример регулационе петље која садржи *I* елемент и један или неколико елемената 1. реда. И овде ће битан параметар бити збир свих временских константи σ. Изабран је, за почетак, *PI* регулатор. Време реакције T_n регулатора подешено по *симетричном правилу*, тзв. 4σ *правилу*, износи:

$$T_n = 4 \cdot \sigma .$$

За детаљније објашњење и овде је потребна значајна примена математичких извођења.

У ранијим одељцима објашњено је како одредити параметре регулационе петље. Потребно је пронаћи временске константе T_{12}, T_{13}, итд. елемената 1. реда. Затим, потребно је одредити период интеграције T_I. Укупно појачање регулационе петље K_{PS} није могуће одредити када ова садржи *I* елемент, јер обично није могуће одвојити фактор појачања од периода интеграције. Али они се могу посматрати заједно као период интеграције петље T_{IS}:

$$T_{IS} = \frac{T_I}{K_{PS}} .$$

Поступак мерења T_{IS} је исти онај објашњен у делу посвећеном *I* елементу.

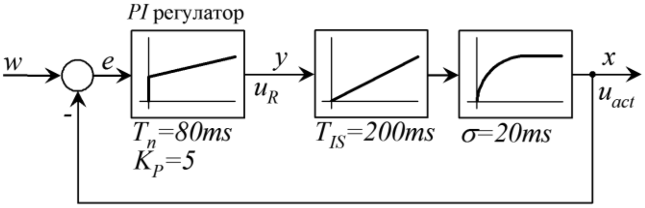
Након што је утврђена вреност за време реакције T_n недостаје да се одреди пропорционално појачање регулатора K_P. Користећи израз сличан оном код модулног правила добија се појачање K_P по симетричном правилу као:

$$K_P = \frac{T_{1S}}{2 \cdot \sigma} .$$

Нека су измерене вредности параметара регулационе петље следеће: период интеграције петље T_{IS} износи *200ms* и збир временских константи σ је *20ms* (слика 69). Са овим вредностима могу се прорачунати одговарајући параметри *PI* регулатора, времена реакције T_n и појачања K_P:

$$T_n = 4 \cdot \sigma = 4 \cdot 20ms = 80ms$$

$$K_P = \frac{T_{1S}}{2 \cdot \sigma} = \frac{200ms}{2 \cdot 20ms} = 5 .$$



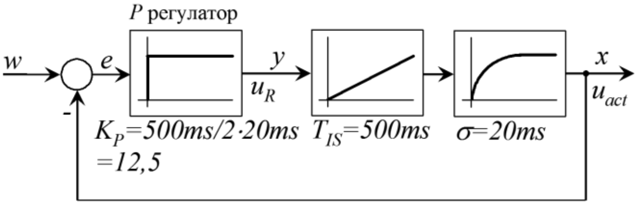
Слика 69. Прорачун параметара PI регулатора по симетричном правилу код петље са I елементом

Код примене модулног правила, време до прве нулте грешке износи $t_o=4,7\cdot\sigma$, па је користећи временске константе из примера $t_o=4,7\cdot 20ms=94ms$. Код симетричног правила време до прве нулте грешке је краће и износи $t_o=3,1\cdot\sigma$, што у примеру даје $t_o=3,1\cdot 20ms=62ms$ или *66%* оне код модулног правила.

Да ли је могуће регулисати овај систем другом врстом регулатора?

Повезивање *I* регулатора у петљу која већ садржи *I* елемент не долази у обзир јер би то дало нестабилан систем.

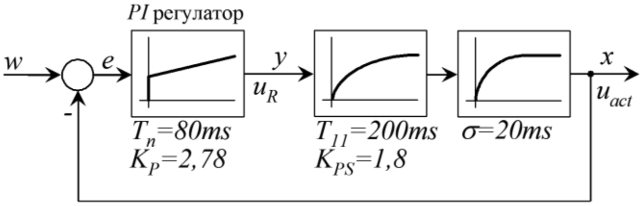
Избор *P* регулатора (слика 70) уз примену модулног правила је могућа под условом да је период интеграције петље T_{IS} много већи од укупне временске константе σ. Одређивање појачања K_P у овом случају прати исти поступак као код *PI* регулатора. Ако је на пример период интеграције петље T_{IS} 20 или више пута већи од збира временских константи σ, тада се за појачање K_P *P* регулатора добија велика вредност: $K_P \geq 10$. Међутим, појачање од нпр. *12,5* значи да грешка у износу *8%* од граничне вредности управљачке променљиве u_R јесте довољна да доведе до стања прекорачења: $e\cdot K_P=8\%\cdot u_R\cdot 12,5=100\%\cdot u_R$. Значи свака већа вредност грешке би стога врло брзо довела до прекорачења у *P* регулатору што није добра особина.



Слика 70. Примена модулног правила за P регулатор у систему са I елементом

Следи још један пример примене симетричног правила (слика 71). Регулациона петља садржи само елементе 1. реда при чему је временска константа једног T_{11} више од 4 пута већа од збира свих осталих σ:

$$T_{11} > 4\cdot\sigma\ .$$



Слика 71. Симетрично правило примењено на систем кога чине елементи 1. реда

Оптимално решење и овде пружа 4σ правило примењено на *PI* регулатор. Време реакције T_n треба подесити на:

$$T_n = 4 \cdot \sigma,$$

а појачање K_P као код модулног правила на:

$$K_P = \frac{T_{11}}{2 \cdot K_{PS} \cdot \sigma}.$$

За ранији пример система са $T_{11}=200ms$, $T_{11}=\sigma=20ms$ и $K_{PS}=1,8$ најпре је потребно проверити:

$$\frac{T_{11}}{4 \cdot \sigma} = \frac{200ms}{4 \cdot 20ms} = 2{,}5$$

(што задовољава примену симетричног правила), а затим следе вредности за време реакције T_n:

$$T_n = 4 \cdot 20ms = 80ms$$

и појачање регулатора K_P:

$$K_P = \frac{T_{11}}{2 \cdot K_{PS} \cdot \sigma} = \frac{200ms}{2 \cdot 1{,}8 \cdot 20ms} = 2{,}78.$$

Избор регулатора и прорачун оптималних вредности параметара

Тек пошто су познате особине свих елемената и вредности параметара система може се приступити избору регулатора и правила за оптималан прорачун његових параметара. Табела III даје преглед примена модулног и симетричног правила са одговарајућим решењима за прорачун параметара регулатора. σ представља збир свих малих временских константи регулационе петље, али ако се једна не може издвојити као велика σ је тада збир свих. Ако је једна временска константа T_{11} већа од осталих, потребно је проверити да ли је 4σ мање или веће од T_{11}. Присуство *I* елемента са периодом интеграције T_{IS} готово увек захтева примену *PI* регулатора, али никада *I* регулатора.

Поред два разматрана правила оптимизације, модулног правила *(AVO)* и симетричног правила *(SO)*, примењује се и треће које је такође дато у табели III, линеарно правило *(Linear Optimum LO)*. Регулатор подешен по модулном и симетричном правилу увек доводи до прескока у управљаној променљивој при одскочној промени референце *w*. Постоје примене које не допуштају појаву прескока. Пример су погони за лифтове и кранове. У овим случајевима добро решење даје линеарно правило, када систем пружа апериодичан одзив на одскочну референцу. K_P је потребно поставити на половину вредности добијене применом модулног правила. Време реакције T_n остаје непромењено.

Табела III. Избор регулатора и правила оптимизације

регулациона петља	правило оптимизације	регулатор	време реакције T_n	појачање K_P	период интеграције T_I
σ	*LO* *AVO*	*I*	–	–	$4\cdot K_{PS}\cdot\sigma$ $2\cdot K_{PS}\cdot\sigma$
$T_{11}<4\sigma$	*LO* *AVO*	*PI*	T_{11}	$\frac{T_{11}}{4\cdot K_{PS}\cdot\sigma}$ $\frac{T_{11}}{2\cdot K_{PS}\cdot\sigma}$	–
$T_{11}>4\sigma$	*SO*	*PI*	4σ	$\frac{T_{11}}{2\cdot K_{PS}\cdot\sigma}$	–
$T_{11}>>4\sigma$	*LO* *AVO*	*P*	–	$\frac{T_{11}}{4\cdot K_{PS}\cdot\sigma}$ $\frac{T_{11}}{2\cdot K_{PS}\cdot\sigma}$	–
$T_{IS}<>4\sigma$	*SO*	*PI*	4σ	$\frac{T_{IS}}{2\cdot\sigma}$	–
$T_{IS}>>4\sigma$	*AVO*	*P*	–	$\frac{T_{IS}}{2\cdot\sigma}$	–

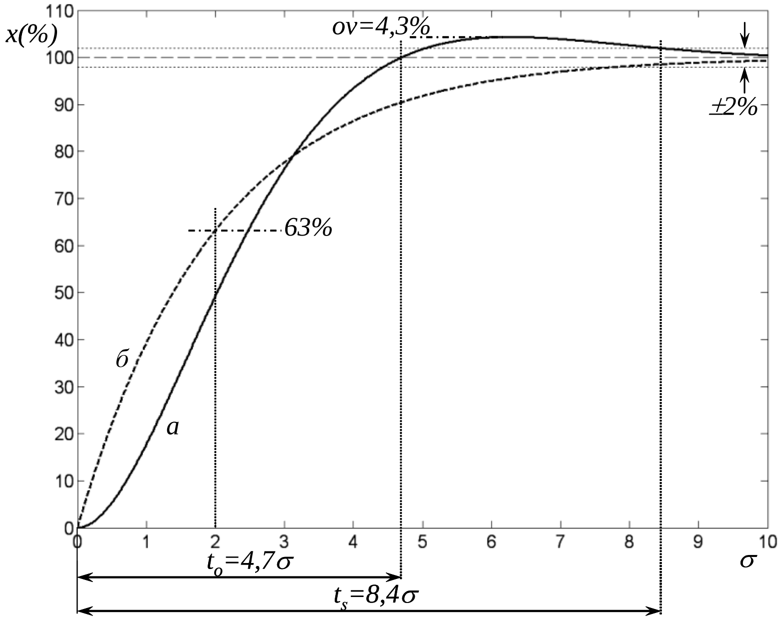
I.10. Оптималан одзив управљане промењиве

У претходном делу разматран је избор регулатора и вредности његових параметара. У наставку ће бити посматран утицај овог избора на одзив управљане променљиве. Као и до сада примењује се одскочни одзив, док су сва времена дата према збиру малих временских константи, а прескок у управљаној променљивој x према промени у референтном сигналу w.

Најпре се посматра одскочни одзив управљане променљиве када је регулатор подешен према модулном правилу (слика 72). Овде је:

- време до прве нулте грешке $t_o=4,7\cdot\sigma$
- време смирења $t_s=8,4\cdot\sigma$
- прескок $ov=4,3\%$.

Ове вредности важе у свим случајевима када је примењено модулно правило без обзира на врсту регулатора *P*, *I* или *PI*.

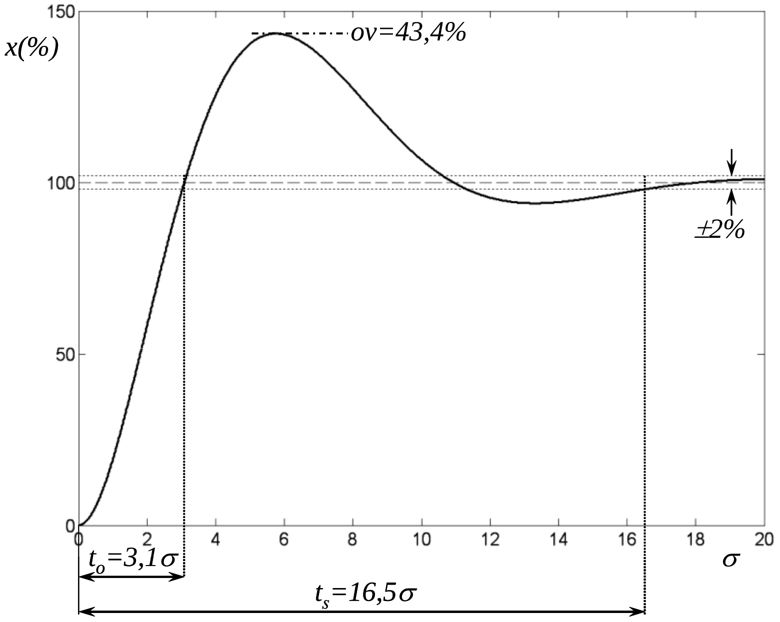


Слика 72. а) Одскочни одзив система подешен према модулном правилу; б) Замена за одзив функцијом 1. реда са временском константом $t_e=2\sigma$

Ако се користи симетрично правило (слика 73) уз примену *PI* регулатора, добија се одзив са:

- време до прве нулте грешке $t_o=3{,}1\cdot\sigma$
- време смирења $t_s=16{,}5\cdot\sigma$
- прескок $ov=43{,}4\%$.

Код симетричног правила, време до прве нулте грешке t_o након промене референце увек је краће у односу на случај са модулним правилом. Сама ова чињеница није разлог да, када год је то могуће, симетрично правило буде пожељније. Много важније је понашање управљане променљиве x при одзиву на поремећај z.



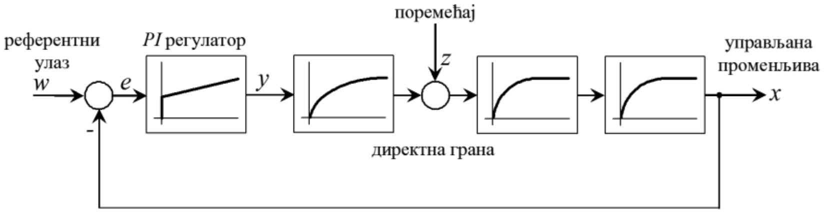
Слика 73. Одскочни одзив система подешен према симетричном правилу

Поређењем резултата остварених различитим правилима оптимизације при одређивању параметара *PI* регулатора у једном систему (слика 74), могу се извући следећи закључци (слика 75):

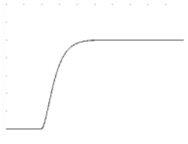
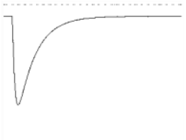
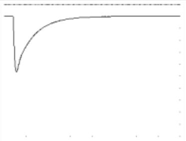
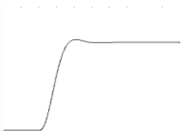
- Линеарно правило: одзив управљане променљиве x на одскочну промену референце показује споро прилажење коначној вредности без пребачаја. Ова врста одзива се захтева у погонима за дизалице. Одскочна промена поремећаја је праћена значајним одступањем од задате вредности и спорим враћањем на њу.
- Модулно правило: нагиб одскочног одзива при промени референце два пута је стрмији у односу на онај код линеарног правила, али постоји мали пребачај који износи *~4%* промене референце. Скоковита промена

поремећаја проузрокује дупло мање одступање од оног добијеног линеарним правилом. Време потребно да се управљана променљива врати на задату вредност је међутим исто као код линеарног правила.

- Симетрично правило: у овом случају у одзиву на одскочну промену референце постоји врло кратко време до прве нулте грешке, али и значајан пребачај од *~43%*. Одступање излаза настало скоковитом променом поремећаја је готово исто као код модулног правила, али је време повратка на постављену вредност врло кратко. То је разлог зашто је, када год је то могуће, пожељније применити симетрично правило.



Слика 74. Петља регулисана PI регулатором

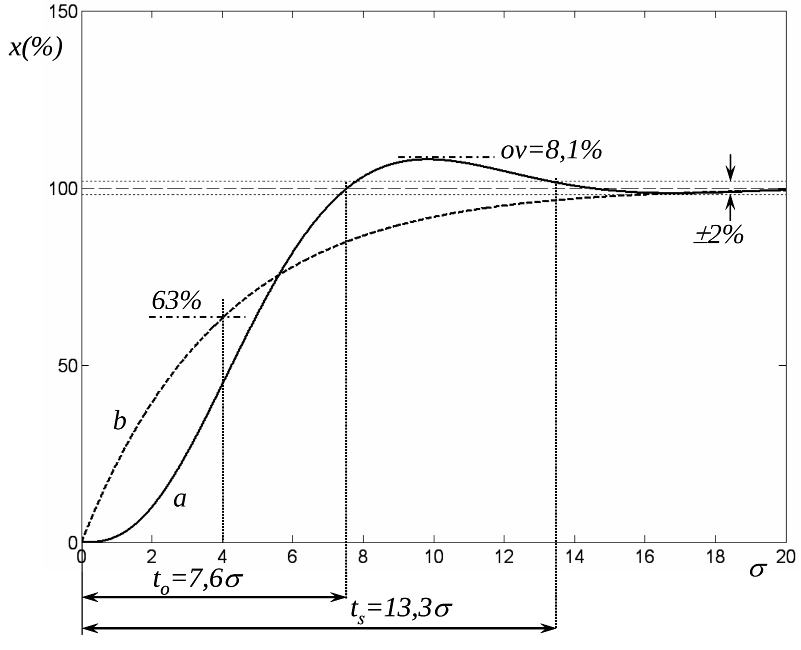
подешење регулатора	одзив управљане променљиве на одскочну промену референце	одзив управљане променљиве на одскочну промену поремећаја
линеарно правило (LO)	 спор одзив, без пребачаја	 спор одзив, велико одступање
модулно правило (AVO)	 брз одзив, 4% пребачај	 спор одзив, мало одступање
симетрично правило (SO) без уобличавања референце	 брз одзив, 43% пребачај	 врло брз одзив, мало одступање
са уобличавањем референце	 спор одзив, 8% пребачај	

Слика 75. Поређење одзива добијених применом правила оптимизације

Постоје примене где се захтева честа и нагла промена референце. Ако је регулациона петља оптимизована по симетричном правилу последица би се огледала у значајним пребачајима управљане променљиве x. Ово се може спречити ако се референтни сигнал пропусти најпре кроз коло за обликовање (елемент 1. реда временске константе T_{sr}) пре довођења на улаз детектора сигнала грешке. Временску константу T_{sr} треба подесити на 4σ (слика 76). Тада се добија:

- време до прве нулте грешке $t_o=7,6\cdot\sigma$
- време смирења $t_s=13,3\cdot\sigma$
- прескок $ov=8,1\%$.

Елемент за уобличавање референце лежи ван регулационе петље па стога не утиче на одзив при појави поремећаја.

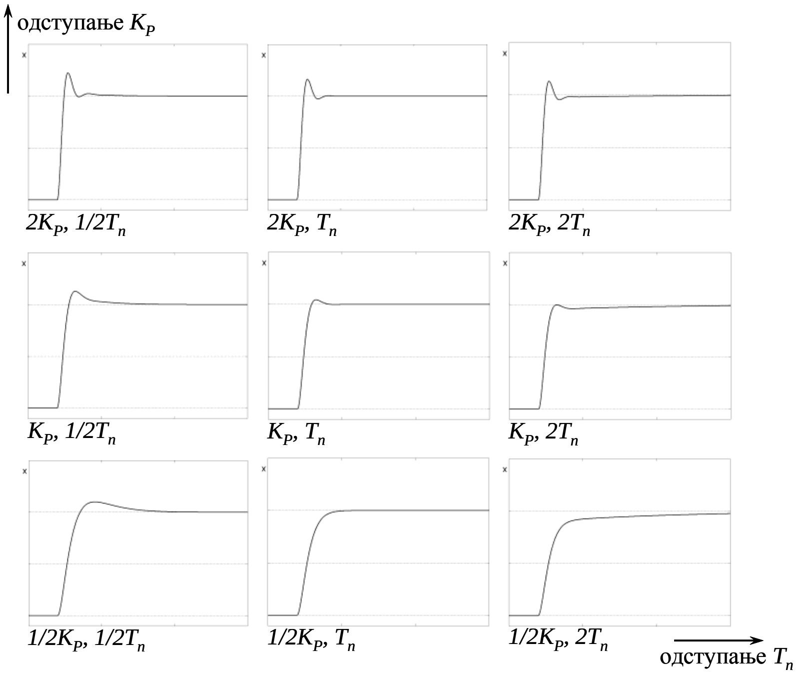


Слика 76. а) Одскочни одзив система подешен према симетричном правилу уз примену кола за обликовање референце; б) Заменски одзив помоћу функције 1. реда $t_e=4\sigma$

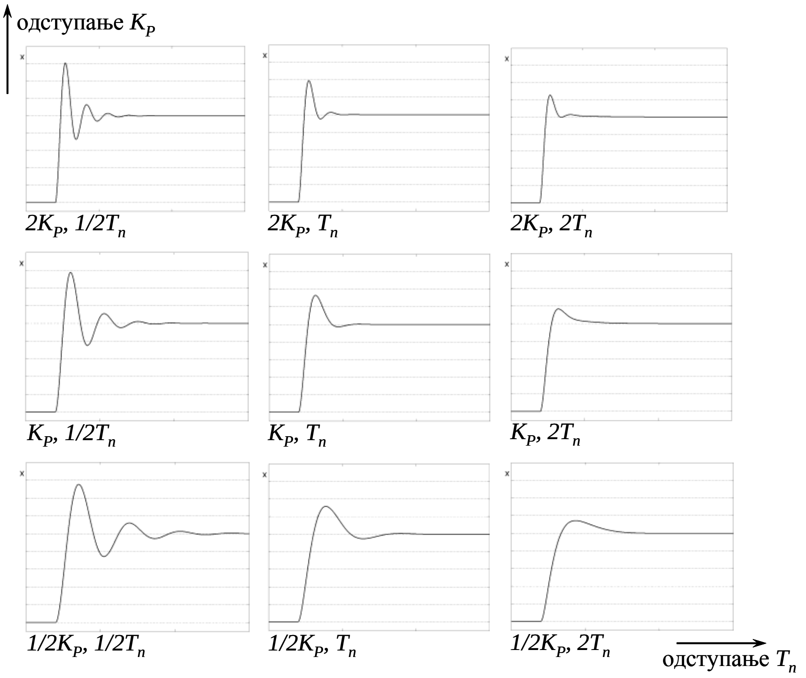
Повратни сигнал од мерног претварача сигурно садржи таласање које се мора отклонити филтром у улазном делу детектора сигнала грешке. Временска константа филтра T_{sa} требала би бити што мања, али довољна да се спречи простирање таласности излаза даље кроз петљу. Овај елемент лежи у петљи и стога утиче на одвијање регулације.

Наведени подаци за облик одскочног одзива управљане променљиве, за примењена правила оптимизације, одговараће стварном одзиву система само онда када су коришћени параметри током прорачуна једнаки онима у стварном систему. Ови међутим, често не могу бити измерени са већом прецизношћу, а могу се и мењати током времена и у зависности од радне тачке погона. Из тог разлога потребно је имати представу о начину на који је одскочни одзив система поремећен одступањем стварних вредности параметара, на пример за чинилац 2.

За примену модулног правила, утицај одступања неће бити превише изражен, јер је понашање регулатора дубље у стабилној области рада (слика 77). Код симетричног правила није тако, ако је време реакције подешено на нижу вредност то ће имати изразито непожељан утицај на понашање регулатора (слика 78).



Слика 77. Поређење одскочних одзива управљане променљиве са подешавањем по модулном правлу уз одступања



Слика 78. Поређење одскочних одзива управљане променљиве са подешењем по симетричном правилу уз одступања

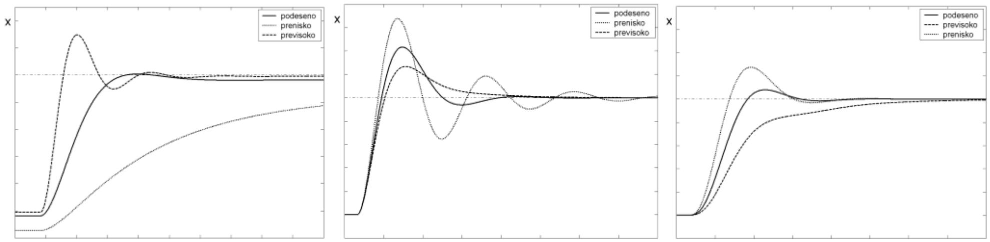
Сада када су утврђени начини на које непознавање правих вредности параметара утичу на одзив система, може се извести поступак за подешавање параметара *PI* регулатора експерименталним путем према симетричном правилу (слика 79).

1. На почетку, *I* члан регулатора је потребно искључити тако да остане само *P* дејство. Референтни сигнал се доводи без уобличавања и посматра одзив *x*. Понављањем исте промене референце и поређењем одзива показује у коју страну је потребно променити вредност појачања K_P да би се добио што оптималнији одзив *P* члана и то према модулном оптимуму. Обично је потребно само неколико покушаја.

   Напомена: Користећи овај начин, регулатор ће наравно радити са грешком у устаљеном стању e_s и управљана променљива *x* неће тачно заузети жељену вредност.

2. *I* члан се поново спаја да би се добио *PI* регулатор. Понавља се довођење одскочних промена у референци. Поређење одзива добијених за различите вредности времена реакције T_n показаће да ли је T_n подешено премало, тачно или превелико и у ком се правцу треба кретати, а да би се достигао симетрични оптимум.

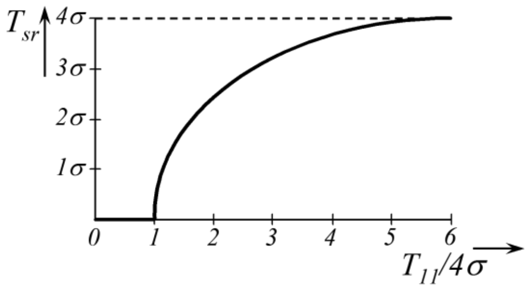
3. После подешавања *PI* регулатора по симетричном правилу потребно је поставити одговарајућу вредност временске константе у колу за обликовање референце T_{sr}. Довођење скоковитих промена референце се затим врши преко кола за обликовање референце, и снима одзив при промени његове временске константе. Коло за обликовање референце је добро подешено када се добије пребачај у одзиву мањи од 10%.



а) б) в)

Слика 79. а) Подешавање појачања P дејства регулатора (K_P) по модулном правилу; I дејство искључено; постоји грешка устаљеног стања. б) Подешавање I дејства рагулатора (T_n) по симетричном правилу. в) Подешавање временске константе кола за обликовање референце (t_{sr})

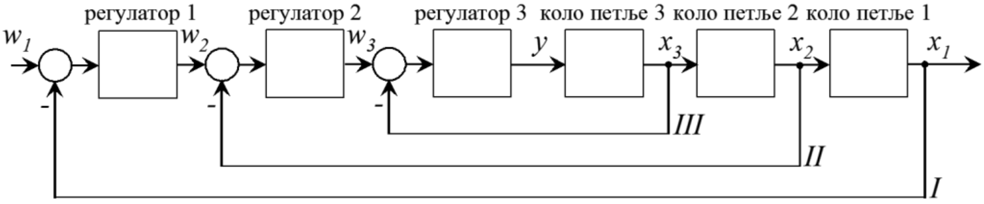
Пратећи упутства из табеле III симетрично правило користи се и када петља не садржи *I* елемент, него елемент 1. реда временске константе T_{11} веће од 4σ(суме свих осталих временских константи). Примена симетричног правила тражи уобличавање референце. У овом случају, међутим, временска константа кола за обликовање треба да буде постављена на нешто нижу вредност у односу на 4σ правило да би се избегао непотребно спор одскочни одзив. Граф са слике 80 даје потребну вредност временске констранте кола за обликовање референце T_{sr} у зависности од односа $T_{11}/4\sigma$. Не препоручује се коришћење веће временске константе овог кола од потребне.



Слика 80. Избор временске константе кола за обликовање референце T_{sr} у систему са елементима 1. реда

I.11. Подређене и надређене регулационе петље, каскадни регулациони систем

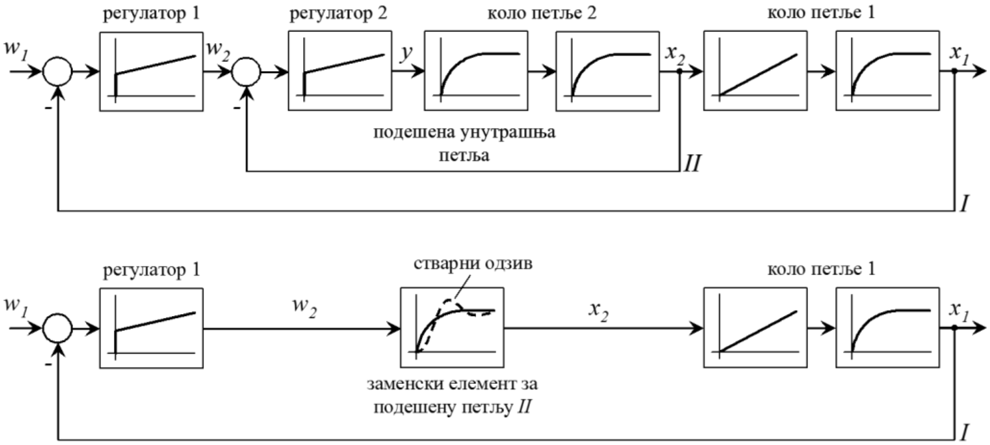
У претходним поглављима често је као пример коришћен погон једносмерне машине који садржи брзинску и струјну регулациону петљу. Оваква врста система назива се *каскадни регулациони систем*: сачињен је из надређене (или спољне) регулационе птеље и подређене (или унутрашње) регулационе петље. Излазни напон u_R спољне петље чини референти улаз за унутрашњу петљу. Посматрајући са гледишта спољне петље, целокупна и подешена унутрашња петља је део регулационог ланца спољне петље. На слици 81, подешен регулатор 3 и остатак кола регулационе петље 3 (тј. целокупна регулациона петља *III*) заједно са регулатором 2 и колом петље 2 чине регулациону петљу *II*. Такође, целокупна регулациона петља *II* чини део надређене петље *I* са регулатором 1.



Слика 81. Каскадни регулациони систем

Поставља се питање: Како посматрати унутрашњу петљу током поступка подешавања параметара регулатора спољне петље?

Након што је регулатор унутрашње регулационе петље подешен било по модулном, било по симетричном правилу оптимизације и пошто је у другом случају уведено одговарајуће обликовање референце, могуће је заменити целокупну унутрашњу петљу елементом 1. реда. Временска константа t_e овог заменског елемента је једнака 2σ код примене модулног правила, а ако је коришћено симетрично правило са колом за обликовање референце, t_e износи 4σ. Елемент 1. реда са временском константом t_e, значи замењује целокупну оптимално подешену унутрашњу петљу када се разматра регулациона петља спољне или надређене регулационе петље (слика 82). Коришћење заменске функције уноси малу грешку чији је утицај ограничен тиме што прелазни процес заменског елемента у поређењу са истим оптимално подешене регулационе петље, одступа у једнаком износу са позитивним и негативни знаком (погледати слике 72 и 76). Другачије речено, и у случају модулног и симетричног правила површина напон-време негативног одступања је једнака површини позитивног одступања, што значи да се у неку руку утицаји одступања поништавају.

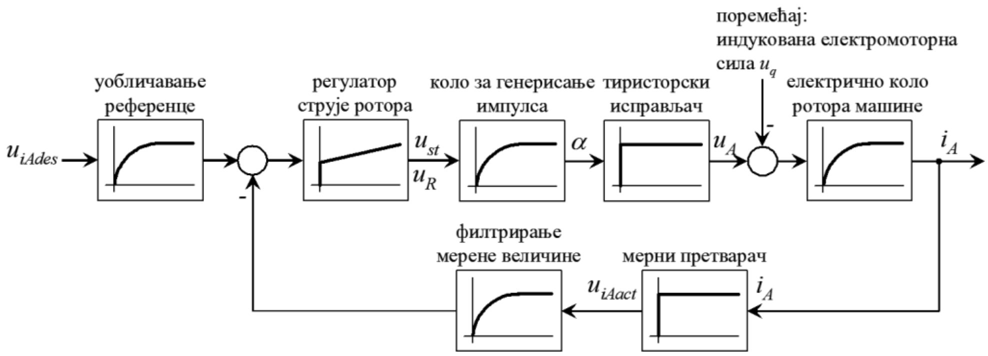


Слика 82. Замена унутрашње петље II елементом 1. реда у спољној петљи I

Овај начин посматрања каскадног система могуће је применити на ранији пример погона где је унутрашња регулациона петља по струји подређена спољној регулационој петљи по брзини. И уопште, за сваки поремећај чији је утицај знатан и сваку битну временску константу у систему, пожељно је да постоји регулатор који поставља управљану променљиву на одговарајућу вредност што брже могуће. У наставку најпре ће се посматрати регулациона петља по струји ротора.

Регулациона петља по струји ротора

Регулациона петља садржи тиристорски исправљач са колом за генерисање импулса (слика 83). У примеру погона, негативна управљачка променљива u_{st} на улазу кола за генерисање импулса значи рад исправљача у исправљачком режиму рада где се енергија из трофазне наизменичне мреже шаље ка једносмерном излазу. Напон на излазу, тј. на ротору, u_A већи је за негативније вредности u_{st}. Мртво време самог исправљача се може занемарити, али мртво време генератора импулса мора бити узето у обзир. У прорачуну параметара регулатора мртво време се замењује елементом 1. реда чија је временска константа приближно једнака средњој вредност мртвог времена; пошто се код шестопулсног исправљача оно мења у опсегу *0* до *3,33ms*, ова временска константа износи T_{fp}*=2,5ms*.

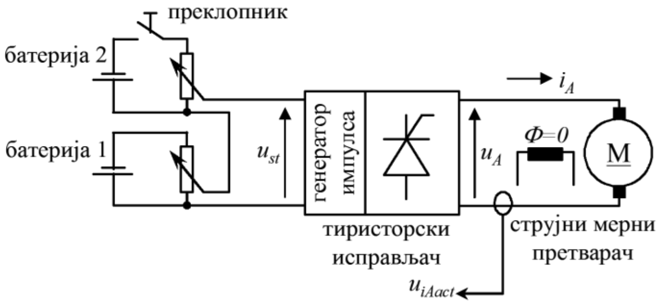


Слика 83. Регулациона петља по струји ротора

Следећи елемент петље је електрично коло ротора једносмерне машине. У делу где су посматране особине преносних елемената, установљено је да коло ротора представља елемент 1. реда. У наставку је описан начин на који је могуће измерити временску константу електричног кола ротора T_A и појачање кола петље K_{PS}.

Осовину ротора је потребно укочити тако да се ротор не може обртати. Поред тога потребно је и искључити побуду, тако нема индуковане електромоторне силе u_q у роторском намотају и једнини напон који постоји у електричном колу ротора је онај доведен са исправљача u_A. Главни поремећај у колу, u_q, је нула.

За поступак одређивања параметара потребне су две батерије 1 и 2, повезане као на слици 84. Прва (1) даје управљачки напон u_{st} за генератор импулса. u_{st} се не мења и подешен је потенциометром тако да струја ротора i_A (мерена струјним претварачем) износи *35%* називне вредности I_{AN}. Ако је, на пример, потребан регулациони напон u_{st} од *5V* за добијање називне струје (дозвољавајући пуних *10V* за u_{st} при убрзавању двостуком називном струјом ротора), тада је регулациони напон од u_{st1}*=1,75V* довољан за *35%* називне струје. Нека напону u_{st1} одговара напон на излазу струјног мерног претварача од u_{iAact1} и напон на излазу исправљача од u_{A1}. Повезивањем напона добијеног са потенциометра везаног на другу батерију (2) редно са првом батеријом, потербно је подесити укупан управљачки напон на нову вредност u_{st2} тако да струја ротра порасте на *45%* од I_{AN}. Са овом струјом излазни напон струјног мерног претварача u_{iAact2} требало би да порасте на *2,25V*. Одговарајући напон ротора је u_{A2}.



Слика 84. Одређивање параметара струјне регулационе петље

Измерене претходно наведене вредности напона омогућују одређивање појачања регулационе петље струје ротора K_{PS} преко односа разлике $\Delta u_{st}=u_{s2t}-u_{st1}$ и $\Delta u_{iAact}=u_{iAact2}-u_{iAact1}$:

$$K_{PS}=\frac{\Delta u_{iAact}}{\Delta u_{st}}.$$

Потом, следи одређивање временске константе кола ротора T_A. За добијање скоковите промене у управљачком напону u_{st} повезан је преклопник у колу бетерије 2, тако да затварање прекидача заправо остварује одскочну промену у u_{st}, а тиме посредно и у u_A. Овај скок напона Δu_A доводи до прелазног процеса у струји ротора i_A у облику функције 1. реда. Потребно га је снимити и применити поступак одређивање *63%* вредности укупне промене на излазу.

Претпоставићемо да измерено појачање у петљи струје ротора износи $K_{PS}=12,8$, а да је временска константа петље $T_A=31ms$.

Преостаје да се одреди податак о временској константи повратне гране. За пуноуправљиви трофазни тиристорски исправљач напајан из *50Hz* електричне мреже, временски интервал између суседних окидних импулса за 6 тиристора је *20ms/6=3,33ms*. Временска константа обично бирана за филтрирање мерене вредности струје машине једнака је приближно половини овог временског интервала, тј. $T_{sa}=1,5ms$.

Сада се могу одредити параметри регулатора (слика 85). Највећа временска константа у петљи је $T_A=31ms$. Мале временске константе су она кола за генерисање импулса $T_{fp}=2,5ms$ и кола за фитрирање $T_{sa}=1,5ms$. Њихов збир износи:

$$\sigma_A=2,5ms+1,5ms=4ms\,.$$

Однос највеће временске константе и четвороструког збира малих је:

$$\frac{T_A}{4\sigma_A} = \frac{31ms}{4 \cdot 4ms} = 1{,}94$$

значи већи је од 1. Из табеле III проналази се да је потребно применити *PI* регулатор уз подешавање параметара по симетричном правилу:

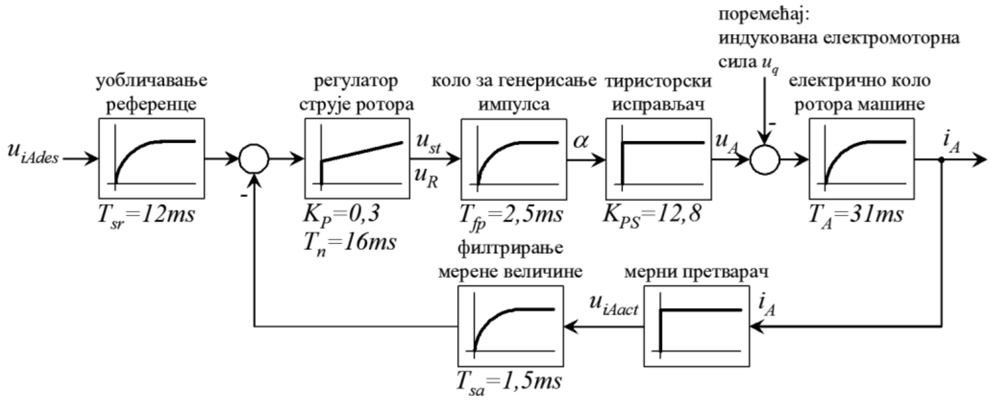
пропорционално појачање регулатора треба подесити на

$$K_P = \frac{T_A}{2 \cdot K_{PS} \cdot \sigma_A} = \frac{31ms}{2 \cdot 12{,}8 \cdot 4ms} = 0{,}303,$$

а потребно време реакције је

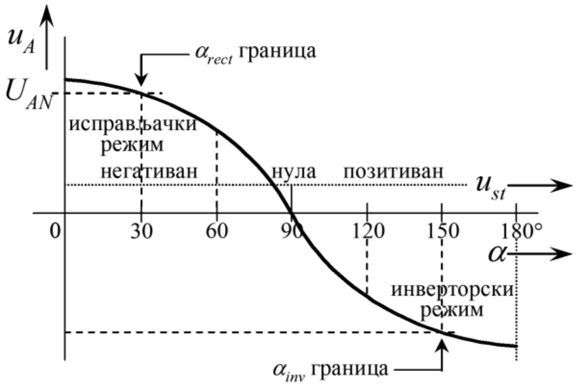
$$T_n = 4\sigma_A = 4 \cdot 4ms = 16ms\,.$$

Уз примену симетричног правила потребно је увести и уобличавање референце. Како је однос временских константи $T_A/4\sigma_A$ мањи од 4, може се применити временска константа $T_{sr}<4\sigma_A$. Изабрано је $T_{sr}=12ms$.



Слика 85. Регулациона петља струје ротора подешена по симетричном правилу

Једини подаци који недостају су граничне вредности излазног напона регулатора u_R, тј. управљачког улаза u_{st} у генератор импулса тиристорског исправљача. Прво ће пажња бити усмерена на негативну граничну вредност U_{L-} јер за негативне вредности u_{st} исправљач ради у исправљачком режиму. U_{L-} потребно је подесити тако да исправљач не може давати виши напон u_A од називне вредности за машину U_{AN} (слика 86). Према томе, угао укључења је у исправљачком режиму рада ограничен на вредност α_{rect} и регулатор струје може регулисати напон на ротору машине u_A од нултог до називног напона U_{AN}. Позитиван управљаки напон на улазу у генератор импулса доводи исправљач у инверторски режим рада. Што се тиче кола ротора ово значи да ће напон ротора u_A променити знак (постаје негативан за разлику од исправљачког режима где је био позитиван), али струја ротора i_A не може променити смер свога тока одређен тиристорима.

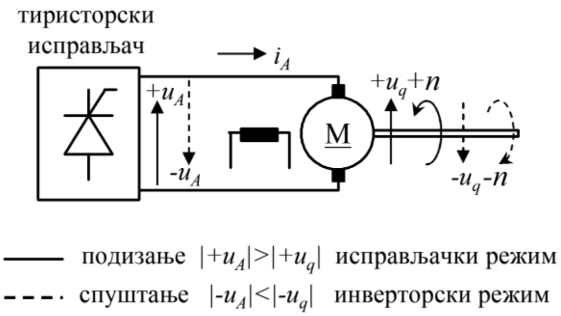


Слика 86. Пеносна карактеристика исправљача

Ако се ради о погону који прво подиже терет, а затим га спушта, као што је на пример дизалица, види се да је ово могуће остварити једним тиристорским мостом (слика 87). При подизању терета електрична енергија тече у машину из исправљача који ради у исправљачком режиму. Када се спушта терет мора се дозволити да терет пропада: машина мења смер обртања и терет се спушта уз регулисано кочење. Терет сада погони машину и ова генерише електричну енергију, тј. ради као генератор једносмерне струје.

Ова енергија треба да буде спроведена назад у мрежу преко исправљача који тада ради у инверторском режиму, претварајући генерисану енергију једносмерне струје у енергију наизменичне струје. Поларитет напона ротора је обрнут, али струја наставља да тече у истом смеру.

Током спуштања u_{st} је позитивно, и са те стране мора бити ограничено до U_{L+} што код угла укључења одговара α_{inv}, тј. граничној вредности у инверторском режиму.



Слика 87. Исправљачки и инверторски режим рада при подизању односно спуштању терета

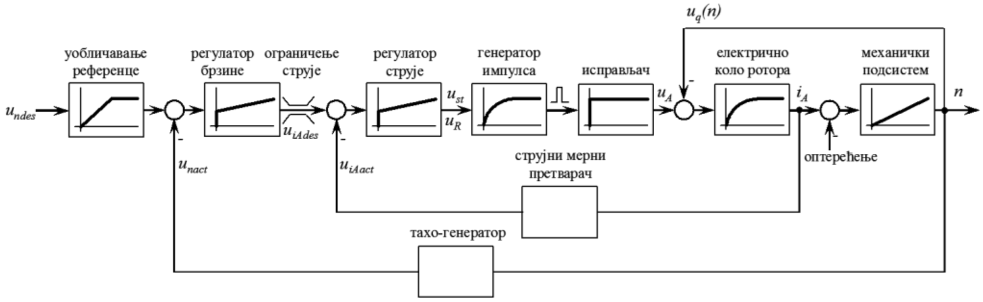
Неки погони захтевају могућност кочења и при позитивном смеру обртања. Пример је погон ваљаонице. У тим случајевима морају се користити два исправљачка моста, по један за позитиван и негативан смер струје.

Коначно, потребно је проверити да ли је прелазни процес у струји ротора i_A довољно близак жељеном оптималном облику. Грешке при поменутим мерењима или неки други разлози, могу утицати на облик понашања струје i_A током прелазног процеса и проузроковати недопустиво одступање од оптималног одзива. Тада је потребно, посматрајући снимљене облике одзива, одредити у ком смеру је грешка довела до лоше одабраних параметара регулатора, а затим их подесити тако да се побољша прелазни процес у i_A.

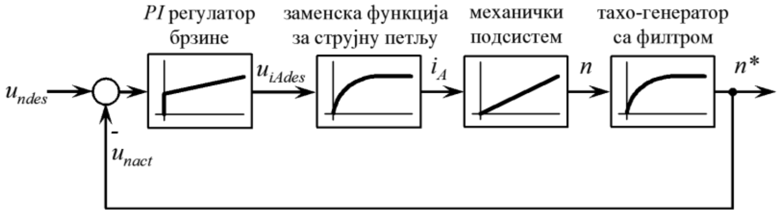
Регулациона петља по брзини

Унутрашња или подређена регулациона петља по струји чини део спољне односно надређене петље по брзини (слика 88). Преко повратне спреге по струји на систем делује контраелектромоторна сила u_q генерисана у машини као главни поремећај и временска константа кола ротора T_A као највећа временска константа. Ова оптимално подешена петља је део регулационог кола петље по брзини која, поред ње, садржи механички подсистем погона, тахо-генератор и филтар сигнала мерене брзине у повратној грани. Као што је било речи, за унутрашњу петљу треба наћи замену у облику функције 1. реда са временском константом t_e (слика 89). Како је однос временских константи $T_A/4\sigma_A$ мањи од 4, користиће се нижа вредност од $t_e = 4\sigma_A = 4 \cdot 4ms = 16ms$:

$$t_e = 12ms\,.$$



Слика 88. Блок дијаграм регулације брзине машине једносмерне струје

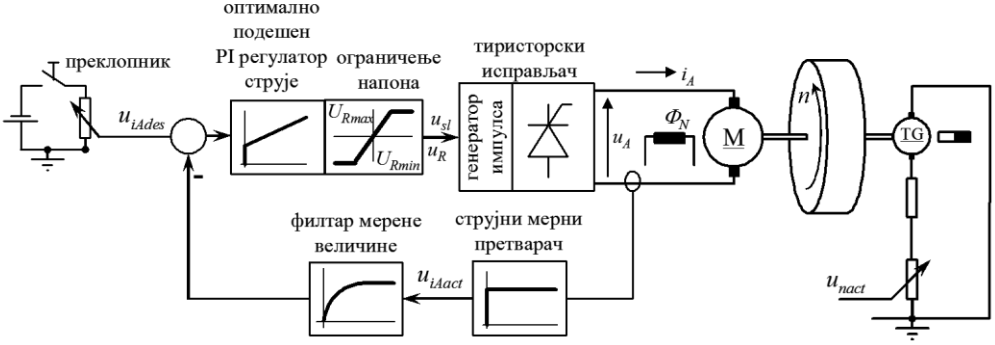


Слика 89. Свођење унутрашње петље по струји на заменски елемент током посматрања спољне петље по брзини

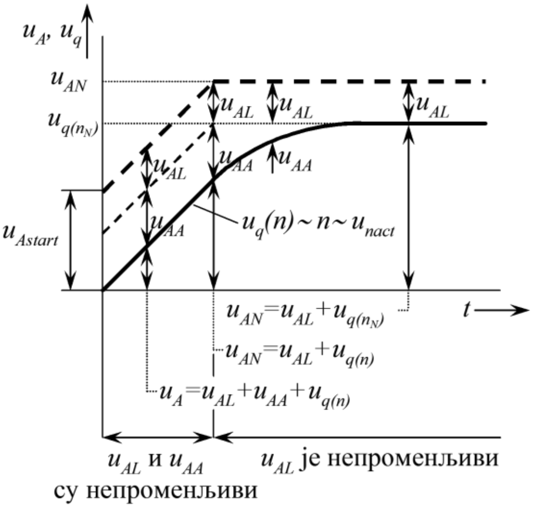
Механички део погона, укључујући машину, има интегрални облик, о чему је било речи и у одељку који се бавио особинама преносних елемената. Период интеграције T_{IS} овог дела је тим већи што је већи момент инерције који је потребно убрзати. Из табеле III очитава се да пропорционално појачање регулатора K_P треба бити сразмерно периоду интеграције регулационог кола T_{IS}. Према томе, овај параметар се такође мора одредити мерењем. Период T_{IS} се другачије назива и механичком временском константом T_M. При мерењу погон и машина треба да су оптерећени пуним оптерећењем, у супротном прорачуната вредност пропорционалног појачања K_P ће бити прениска што ће дати сувише спор одзив.

Ток мерења механичке временске константе T_M дат је у наставку. Осовина машине је одкочена; регулациона петља струје ротора је оптимално подешена и гранична вредност напона на излазу регулатора U_{L-} подешена тако да напон на ротору u_A не може премашити називних U_{AN}. Напон на побудном намотају u_F је такође подешен на називну вредност тако да је успостављен називни флукс Φ_N. Са називним оптерећењем, називном побудом и називним напоном на ротору, машина се обрће називном брзином. Напон раздељен потенциометром у колу тахо-генератора је подешен тако да називна брзина n_N тачно одговара напону од $10V$. Овај би требало да одговара референтном напону од $10V$ који се доводи на улазе детектора сигнала грешке када је жељена брзина обртања једнака називној.

На референтни улаз регулатора струје повезана је батерија са потенциометром и преклопником (слика 90), тако да је могуће довођење скоковите и промењљиве референце струје ротора u_{iAdes}. На пример, преклопником се може остварити одскочна промена референце u_{iAdes} са $0V$ на $7V$. Она мора бити довољно висока да обезбеди део који ће покрити губитке услед трења, момент оптерећења и обезбедити одговарајуће убрзање (слика 91). Управљачки напон на излазу регулатора струје ротора u_R у тренутку промене референце задаје напон ротора u_{Astart} такав да садржи део u_{AL} за добијање момента који покрива трење и момент оптерећења, и део u_{AA} за добијање момента убрзања. У том тренутку брзина је једнака нули, па не постоји потеба да исправљач обезбеди додатни напон за покривање индуковане контраелектромоторне силе u_q која је на старту такође нула. Делови напона u_{AL} и u_{AA} дају сразмерне делове i_{AL} и i_{AA} укупне струје ротора i_A. Ниво i_{AL} зависи од момента трења и момента оптерећења m_{dL}, а ниво i_{AA} од момента убрзања m_{dA}.



Слика 90. Поставка за мерење параметара елемената петље по брзини



Слика 91. Напон ротора u_A и контраелектромоторне силе u_q током залета машине

Не треба заборавити да је укупан момент m_d произведен од стране машине сразмеран производу струје ротора i_A и флукса Φ.

Напомена: Од тренутка промене референце, регулатор струје ротора осигурава да постоји потребна струја ротора i_A одговарајућом регулацијом напона ротора u_A. Само када струја тече, машина може произвести потребан момент. Пошто је потребно одређено време за успостављање струје (иако много краће у односу на време залета) то ће проузроковати мало кашњење у почетку. Оно је изостављено на слици 91.

Момент убрзања m_{dA}, произведен делом напона u_{AA} укупног напона ротора u_A, доводи до обртања ротора машине. Обртање ротора проузрокује настанак контраелектромоторне силе u_q на крајевима роторског намотаја. u_q је сразмеран брзини n и повећава се како брзина расте. Уз сталан флукс Φ, индуковани напон u_q је одраз брзине n. Како n расте, због пораста u_q регулатор струје ротора одговара повећањем напона ротора u_A тако да разлика брзина u_A и u_q остаје непромењена:

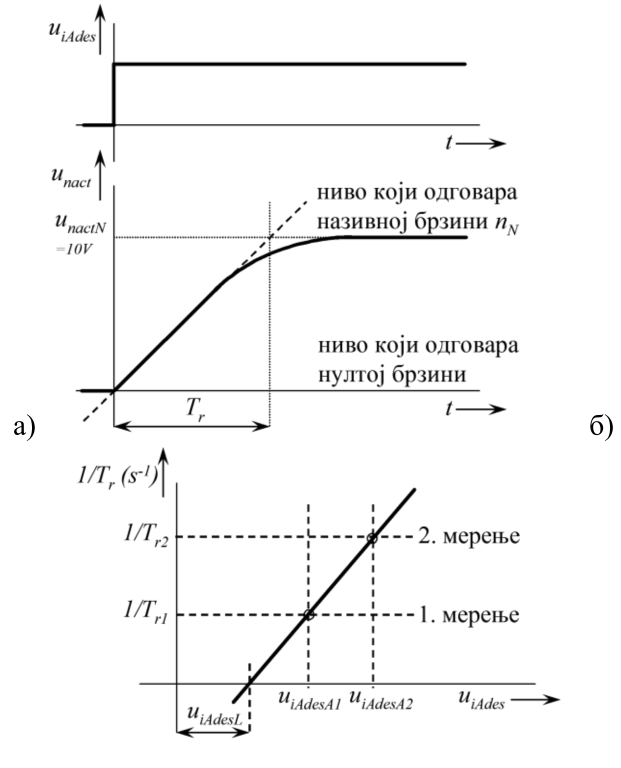
$$u_A - u_q(n) = u_{AL} + u_{AA} \sim i_A = i_{AL} + i_{AA}.$$

Ова разлика брзина је одговорна за постојање струје i_A. Машина убрзава сталним моментом убрзања тако да брзина има сталан пораст.

Када излаз регулатора брзине u_R достигне граничну вредност α_{rect}, u_A је једнак U_{AN}. На даље део напона u_A одређен оптерећењем u_{AL} остаје непромењен или се слабо мења, али уз пораст брзине, напон u_q наставља да расте. Стога се део који одлази на убрзање u_{AA} смањује, тако да је коначно на крају прелазног процеса U_{AN}-u_q управо довољна да обезбеди струју i_{AL} за савладавање момента оптерећења m_{dL}. Не постоји више део струје i_A који би се улагао у даље убрзање и машина наставља да се обрће достигнутом номиналном вредношћу.

Праћењем периода залета машине може се одредити механичка временска константа погона T_M. Треба поћи од чињенице да део у референци струје ротора u_{iAdes} ,који даје струју i_{AL} и момент m_{dL} за савладавање оптерећења, не доприноси повећању брзине, па га је потребно одузети од референце u_{iAdes}.

Да би се одредио овај део, потребно је урадити следеће (слика 92.а): два пута се залети погон и то са различитим вредностима референце струје u_{iAdes}, u_{iAdes1} и u_{iAdes2}. Потребно је подесити и потенциометар везан у коло тахо-генератора тако да се добије нпр. $u_{nactN}=10V$ при називној брзини машине. Применом u_{iAdes1} и u_{iAdes2} добиће се две криве промене брзине, облика као на слици 91. У свакој од њих може се повући права линија која прати почетни део промене брзине, са почетком у тачки задавања референце и нултој брзини.



Слика 92. Одређивање дела референце u_{iAdes} *потребног за савладавање трења и оптерећења*

Оно што је заправо потребно овде одредити је временски период T_r од почетне тачке до тачке где права пресеца ниво називне брзине n_N, тј. $u_{nactN}=10V$. Добијени подаци u_{iAdes1} и T_{r1} и у другом залету u_{iAdes2} и T_{r2} уносе се у граф (слика 92.б), али са реципрочним вредностима T_{r1} и T_{r2}. Када се кроз добијене тачке повуче права линија и продужи до пресека са u_{iAdes} осом, тачка пресека u_{iAdesL} одговара оном делу у референци који је потребан за савладавање трења и оптерећења. Одузимањем u_{iAdesL} од u_{iAdes1} добија се део референце струје који одлази на убрзање $u_{iAdesA1}$:

$$u_{iAdesA1}=u_{iAdes1}-u_{iAdesL}$$

преко кога се може одредити временска константа T_M:

$$T_{M1}=T_{r1}\cdot\frac{u_{iAdesA1}}{u_{nactN}};\ (u_{nactN}=10V).$$

Ово је потребно поновити и за други пар података (2). Због непрецизности у мерењу добиће се врло вероватно различите вредности за T_M, T_{M1} и T_{M2}, а у коначном, препорука је користити њихову средњу вредност

$$T_M=\frac{1}{2}(T_{M1}+T_{M2}).$$

Нека су, на пример, две рефернце за струје $u_{iAdes1}=4,3V$ и $u_{iAdes2}=6V$ за које су измерени периоди убрзања $T_{r1}=2,05s$ и $T_{r2}=1,1s$. Њихове реципрочне вредности износе: $1/T_{r1}=0,488s^{-1}$ и $1/T_{r2}=0,910s^{-1}$. Када се повежу тачке $1/T_{r1}$- u_{iAdes1} и $1/T_{r2}$- u_{iAdes2} добије се да је део референце струје који обезбеђује момент m_{dL}, $u_{iAdesL}=2,5V$. Пошто се u_{iAdesL} одузме од референци струја остају делови који одлазе на убрзање: $u_{iAdesA1}=1,8V$ и $u_{iAdesA2}=3,5V$. На основу израза за T_M, где је $u_{nactN}=10V$, добијају се две вредности: $T_{M1}=369ms$ и $T_{M2}=385ms$, чија је средња вредност $T_M=377s$.

У поступку прорачуна параметара регулатора брзине недостају сада само подаци о временској константи филтра мерене вредности брзине. Задатак филтра је да не пропусти таласност напона на излазу тахо-генератора ка детектору сигнала грешке, које је иначе зависно од брзине обртања. Сем у посебним случајевима, добар избор је обично временска константа филтра од:

$$T_{san}=10ms.$$

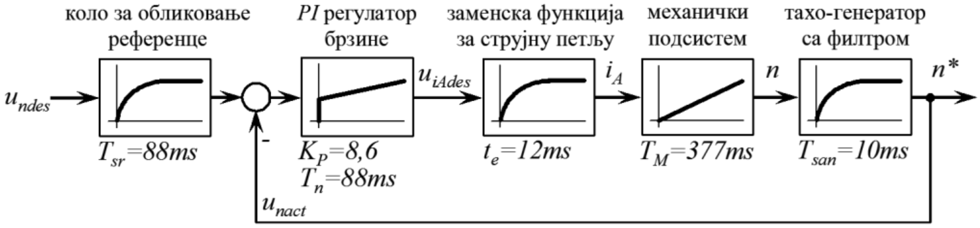
Сада се може одредити збир свих малих временских константи σ_n у петљи по брзини, коју чине временска константа заменског елемента за повратну спрегу по струји t_e и временска константа филтра T_{san}:

$$\sigma_{san} = t_e + T_{san} = 12ms + 10ms = 22ms\,.$$

Позивајући се на табелу III, за дату вредност T_{IS}, потребно је применити *PI* регулатор подешен по симетричном правилу, где је пропорционално појачање $K_P=T_{IS}/2\sigma$, а време реакције $T_n=4\sigma$. Само да подсетимо да је период интеграције петље T_{IS} овде назван механичком временском константом T_M.

У примеру, вредности параметрар регулатора брзине би биле (слика 93):

$$K_P = \frac{T_M}{2\sigma_n} = \frac{377ms}{2\cdot 22ms} = 8{,}6 \quad \text{и} \quad T_n = 4\sigma_n = 4\cdot 22ms = 88ms\,.$$



Слика 93. Регулациона петља по брзини подешена по симетричном правилу

Примена симетричног правила повлачи и потребу за колом обликовања референце. Пошто петља садржи интегрални елемент, временска константу кола треба подесити на вредност једнаку времену реакције:

$$T_{sr} = 4\sigma = 88ms\,.$$

Унапређење прелазног процеса брзине може се остварити колом за обликовање референце са ограничењем нагиба промене референце (слика 60). Тада разлика u_{nact}-u_{ndes} током целог прелазног процеса не постаје сувише велика, чиме је спречен прекомеран рад регулатора брзине у стању прекорачења и појава нежељеног таласања у управљачкој промењљивој.

Остаје да се одреде нивои ограничења у управљачком сигналу u_R петље по брзини, односно референце регулационе петље по струји ротора u_{iAdes}. У претходном одељку који се бавио прорачуном регулационе петље по струји ротора усвојено је да је највиша дозвољена струја ротора током периода убрзања једнака двострукој називној вредности и да она одговара u_{iAact} од *10V*. Према томе излаз регулатора брзине u_R=u_{iAdes} мора бити ограничен управо на вредност од *10V*. Референтни напон супротног поларитета потребан је када електромагнетни момент машине треба да оствари кочење. Уобичајено је да у том случају гранична вредност струје буде нешто мања него за моторски рад машине.

Потребно је обратити посебну пажњу на знак свих напона у регулационој структури погона. У случају да се погреши овде, регулатор који обрађује дате сигнале врло брзо ће отићи у стање прекорачења у којем и остаје, па је самим тим ван предвиђеног начина рада.

Завршни корак је провера рада целокупног склопа да би се утврдило да ли је његово понашање задовољавајуће. У ову сврху може се употребити коло за задавање референце са две батерије са слике 84, којим се доводе мали скокови у неуобличеној референци брзине. На пример, напон пре довођења скоковите промене на почетку је $u_{ndes1}=5V$, а након промене $u_{ndes2}=5,5V$. Прати се промена напона на излазу тахо-генератора и установљава да ли подешавање параметара регулатора брзине даје одзив који одговара очекиваном. Добијени одскочни одзив може се упоредити са облицима одзива уз одступање параметра регулатора од оптималних (слика 78) да би се установило да ли и у коју страну подешење неког од параметара треба исправити.

Током предходних провера прати се напон на излазу струјног мерног претварача u_{iAact} да би се утврдило да излаз регулатора брзине не одлази у стање прекорачења ($u_{iAact}=10\ V$), односно да погон током прелазног процеса не захтева граничну вредност струје. Ако је ово ипак случај, доведена промена у референци брзине била је превисока и проверу рада потребно је поновити са нижим скоком у референци.

II. ДИГИТАЛНИ СКЛОПОВИ УПРАВЉАЊА

Исечци из књиге

Дигитални системи управљања

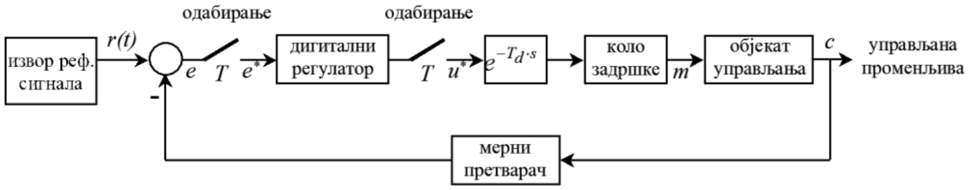
проф. др Милић Стојић

II.1. Изглед дигиталног склопа управљања

Уобичајен блок дијаграм дигиталног склопа управљања са једним улазом и једним излазом приказан је на слици 1. Састоји си од дигиталног регулатора који управља континуалним објектом управљања. Између ових делова са једне стране стоји ток одабирања а са друге стране ток превођења одбирака управљаче променљиве у континуалан сигнал.

Наиме, одабирач на улазу регулатора периодично одабира сигнале референце и управљане променљиве са периодом *T*. У склопу управљања улогу одабирача обављају *A/D* претварач, инкрементални или позициони енкодер и сл. Поред одабирања по времену они врше одабирање и по амплитуди, заправо претварајући аналогну величину у дигиталну реч. Међутим, ако се може сматрати да је корак одабирања по амплитуди мали, односно да је дужина дигиталне речи велика, тада се утицај овог одабирања на рад система може занемарити и сматрати да регулатор има на располагању временске одбирке тренутних вредности на улазу.

Са друге стране, након времена T_d потребног регулатору да обради улазне величине и произведе одбирак управљачке променљиве на свом излазу, њу је потребно прилагодити аналогном објекту управљања. Неки од начина за превођење одбирака у континуалну величину су *D/A* претварање и импулсно-ширинска модулација.

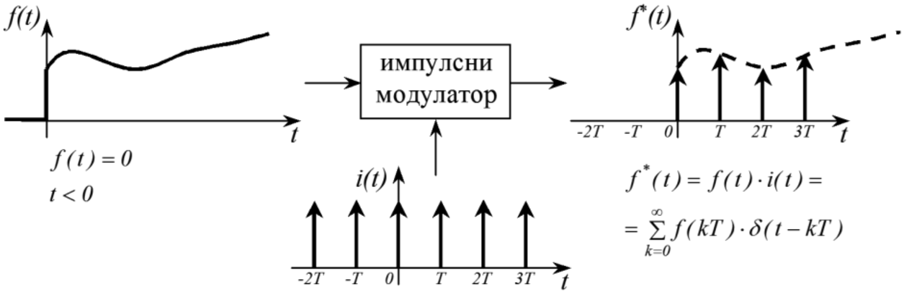


Слика 1. Блок дијаграм дигиталног склопа управљања

II.2. Поступак одабирања

Поступак одабирања представља вид импулсне модулације као што је приказано сликом 2. Према томе, сигнал поворке одбирака представља збир појединачних одбирака континуалног сигнала *f(t)* у тренуцима одабирања *T*:

$$f^{*}(t) = f(t) \cdot i(t) = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT) \cdot \delta(t-kT). \tag{1}$$



Слика 2. Одабирање континуалног сигнала

II.3. Комплексни лик и фреквенцијске особине поворке одбирака

Да би се пронашао начин за примену алата за прорачун регулатора развијених код аналогних склопова управљања на дигиталне, потребно је установити везу између природе њиховог понашања. Први корак у том правцу биће посматрање комплексног лика поворке импулса $f^*(t)$ након примене Лапласове трансформације.

Први начин на који се може изразити комплексни лик поворке одбирака је преко амплитуде тих одбирака:

$$F^*(s) = L\{f^*(t)\} = L\left\{\sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot\delta(t-kT)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot e^{-k\cdot T\cdot s} \qquad (2)$$

Други начин је применом комплексног лика почетног континуалног сигнала, тј. $F(s) = L\{f(t)\}$, где се опет могу развити три облика ове представе. Први облик представља збир у половима комплексног лика $F(s)$:

$$F^*(s) = \sum_{i=1}^{n} \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)} \frac{1}{1-e^{-T(s-p_i)}} \qquad (3)$$

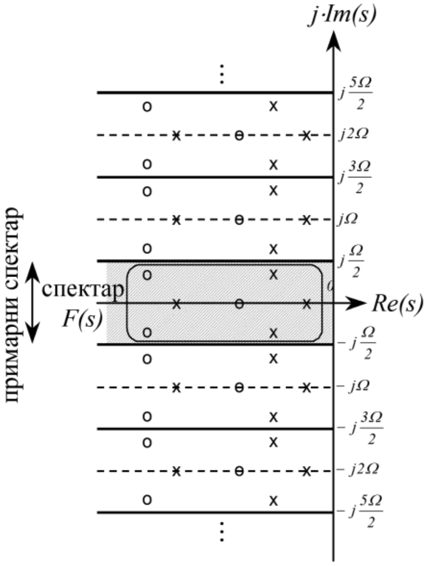
где су p_i полови $F(s)$, тј. нуле $Q(s)$, $F(s) = \dfrac{P(s)}{Q(s)}$, $P(p_i) = P(s)\big|_{s=p_i}$,

$$Q'(p_i) = \left.\frac{dQ(s)}{ds}\right|_{s=p_i}.$$

Други облик представља суперпозицију комплексних ликова континуланог сигнала измештених за целобројне умношке кружне учестаности одабирања Ω:

$$F^*(s) = \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty} F(s+jn\Omega) \qquad (4)$$

где је $\Omega = \dfrac{2\pi}{T}$ кружна учестаност одабирања. Обај облик представе комплексног лика поворке одбирака $f^*(t)$ може се приказати у s комплексној равни. Наиме, ако је познат положај својствених учестаности полазног континуалног сигнала *f(t)*, тј. полова и нула *F(s)*, тада се спектар сигнала $f^*(t)$ добија тако што се примарни спектар преслика у комплементарне спектре $F(s+jn\Omega)$ који имају ширину једнаку Ω. Ово је приказано сликом 3.



Слика 3. Спектар својствених учестаности комплексног лика поворке одбирака

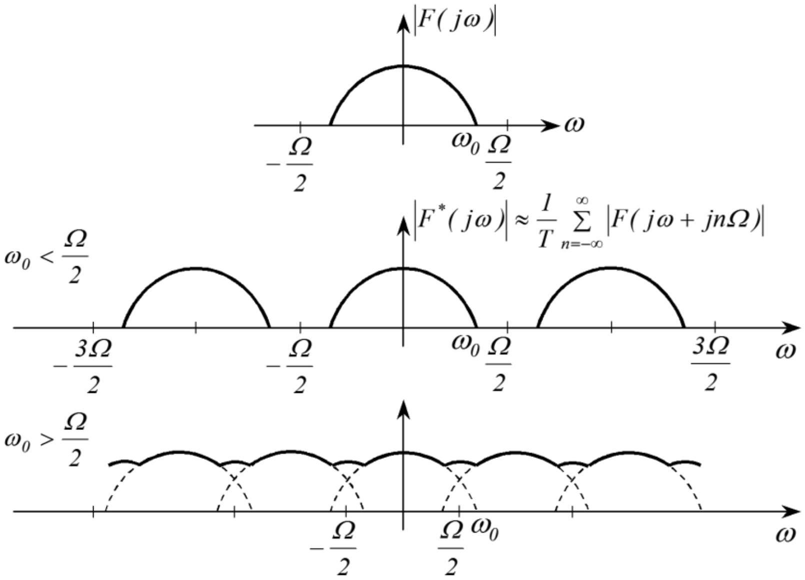
Подручје учестаности $|\omega| \le \frac{\Omega}{2} = \frac{\pi}{T}$ назива се Никвистово подручје учестаности. Убрзо оно ће бити доведено у везу са познатом теоремом одабирања.

Ако се Лапласов оператор *s* сведе на учестаност ω $(s=j\omega)$ добије се Фуријеова трансформација поворке одбирака $F^*(j\omega)$:

$$F^*(j\omega)=\frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}F(j\omega+jn\Omega) \tag{5}$$

и могућност да се посматра фреквенцијски спектар поворке одбирака $|F^*(j\omega)|$. Добијени резултат је приказан на слици 4. Ако је ω_0 гранична учестаност континуалног сигнала *f(t)* (слика 4.а), могућа су два случаја спектра поворке његових одбирака: први (слика 4.б) када је $\omega_0 \le \Omega/2$ и други (слика 4.в) за $\omega_0 > \Omega/2$.

Види се да је у првом случају основни спектар у целости сачуван унутар Никвистовог подручја учестаности $|\omega_0| \leq \Omega/2$ у фреквенцијском спектру поворке одбирака. Према томе могућ је и процес издвајања првобитног континуалног сигнала *f(t)* из његове поворке одбирака $f^*(t)$ нискo-фреквентним *(NF)* филтром. Када $|\omega_0| \leq \Omega/2$ није задовољено, очигледно је да не постоји начин да се *f(t)* издвоји из $f^*(t)$, а да не буде изобличен.



Слика 4. Фреквенцијски спектар поворке одбирака за случај (б) $\omega_0 \leq \Omega/2$ и (в) $\omega_0 > \Omega/2$

На основу овог закључка долази се до теореме одабирања која гласи: *Ако континуални сигнал f(t) не садржи хармонике у подручју учестаности ван* ω_0 *rad/s, он се може у потпуности представити вредностима сигнала мереним у тренуцима међусобно удаљеним за време краће од* $T \leq \frac{1}{2}(2\pi / \omega_0)$.

Остаје да се погледа трећи облик представе комплексног лика поворке одбирака коришћењем комплексног лика почетног континуалног сигнала. Он представља интеграл по некој контури *C* која обухвата све полове *F(s)*:

$$F^*(s) = \frac{1}{2\pi j}\oint_C F(p) \cdot \frac{1}{1-e^{-T(s-p)}}\,dp. \tag{6}$$

Једначина (6) решава се применом резидуума подинтегралне финкције у половима *F(s)*.

II.4. Коло задршке нултог реда

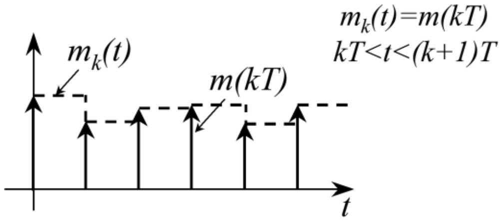
У претходном одељку поменуто је да се континуални сигнал може издвојити из поворке својих одбирака пропуштањем поворке кроз *NF* филтар. Слична потреба постоји и при превођењу поворке одбирака управљане променљиве на излазу дигиталног регулатора у континуалну величину која се доводи на улаз континуалног објекта управљања. У склоповима дигиталног управљања у ову сврху се користи коло задршке нултог реда које на свом излазу држи вредност претходног одбирка до доласка новог. *D/A* претварач и импулсно-ширински модулатор су заправо кола задршке нултог реда. Рад кола је приказан сликом 5, а слика 6 даје облик импулсног одзива овог кола $g_{h0}(t)$:

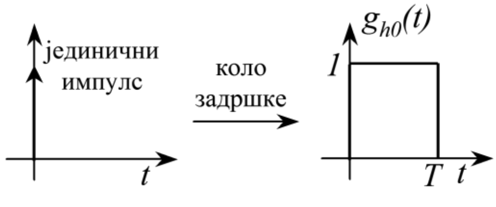
$$g_{h0}(t)=h(t)-h(t-T) \qquad (7)$$

где *h(t)* представља Хевисајдов сигнал. Применом Лапласове трансформације из (7) следи функција преноса кола задршке нултог реда $G_{h0}(s)$:

$$G_{h0}(s)=L[g_{h0}(t)]=\frac{1-e^{-Ts}}{s}. \qquad (8)$$

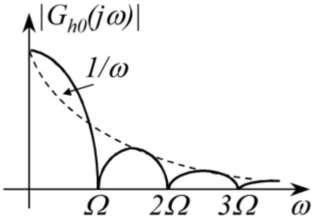
Израз (8) приказан у облику фреквенцијске карактеристике дат је сликом 7 где се види да ово коло само приближно, али на основу слике 5 ипак са довољном тачношћу, обавља улогу *NF* филтра.





Слика 5 (лево). Начин рада кола задршке нултог реда

Слика 6. Импулсни одзив кола задршке нултог реда



Слика 7. Фреквенцијска карактеристика кола задршке нултог реда

II.5. *Z* трансформација

Посматрајући комплексни лик поворке одбирака у изразима (2), (3) и (6) види се да се променљива *s* појављује као експонент у e^{-sT} те је комплексни лик ирациоална функција *s*, а не реална функција као код континуалних система. Поред тог из (4) и слике 3 следи да $F^*(s)$ садржи бесконачан број карактеристичних учестаности што овакву представу чини непримењљивом у анализи и прорачуну регулатора.

Поменути проблеми се могу превазићи применом *z* трансформације која се своди на замену члана e^{sT} новом комплексном променљивом *z*:

$$z = e^{sT}\ . \tag{9}$$

Према томе за *Z* трансформацију се добија:

$$F(z) = Z\left[f^{*}(t)\right] = F^{*}(s)\Big|_{z=e^{sT}}\ . \tag{10}$$

Сменом (9) у изразе (2), (3) и (6) добијају се одговарајући видови *z* комплексног лика *F(z)* поворке одбирака *f(t)*:

$$F(z) = Z\left\{f^{*}(t)\right\} = \sum_{k=0}^{\infty} f(kT)\cdot z^{-k} \tag{11}$$

$$F(z) = \sum_{j=1}^{n} \frac{P(p_i)}{Q'(p_i)}\frac{z}{z-e^{p_i\cdot T}} \tag{12}$$

$$F(z) = \frac{1}{2\pi j}\oint_{C} F(p)\cdot\frac{z}{z-e^{p\cdot T}}dp \tag{13}$$

Сада се међутим види да је *z* комплексни лик *F(z)* поворке одбирака реална рационална функција по *z*.

Трећи начин (13) одређивања *z* комплексног лика је најопштији и он ће се искључиво користити у наставку. Решење интегралне једначине представља суму резидума подинтегралне финкције у половима *F(s)*:

$$F(z) = Re\,s\left[F(p)\cdot\frac{z}{z-e^{p\cdot T}}\right]_{у\,половимаF(s)} = \sum_{p_i}\lim_{p\to p_i}\frac{1}{(m-1)!}\frac{d^{m-1}}{dp^{m-1}}\left\{(p-p_i)^{m}\cdot F(p)\cdot\frac{z}{z-e^{p_i}}\right\} \tag{14}$$

где је p_i пол *F(s)* вишеструкости *m*.

Пример:

$$Z\left\{\frac{1}{s^2(s+5)(s+2)}\right\}=$$

$$=\lim_{s\to 0}\left\{\frac{d}{ds}\left[\frac{1}{(s+5)(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right]\right\}+\lim_{s\to -5}\left\{\frac{1}{s^2(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}+\lim_{s\to -2}\left\{\frac{1}{s^2(s+5)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}=$$

$$=\lim_{s\to 0}\left\{-\frac{2s+7}{(s+5)^2(s+2)^2}\frac{z}{z-e^{sT}}-\frac{T}{(s+5)(s+2)}\left(-\frac{z}{(z-e^{sT})^2}\right)\cdot e^{sT}\right\}+\lim_{s\to -5}\left\{\frac{1}{s^2(s+2)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}+$$

$$+\lim_{s\to -2}\left\{\frac{1}{s^2(s+5)}\frac{z}{z-e^{sT}}\right\}=-\frac{7}{100}\frac{z}{z-1}+\frac{T}{10}\frac{z}{(z-1)^2}-\frac{1}{75}\frac{z}{z-e^{-5T}}+\frac{1}{12}\frac{z}{z-e^{-2T}}$$

Заправо, *z* трансформација у дигиталном склоповима има улогу коју Лапласова трансформација врши у континуалним склоповима. *z* трансформација је применљива на линеарне стационарне системе са униформним током одабирања и код којих постоји један улаз и један излаз. Код дигиталних склопова са више улаза и излаза, нелинеарних, нестационарних, са променљивом периодом одабирања примењују се методе засноване на простору стања.

II.6. Особине z трансформације

Две од особина *z* трансформације биће издвојене као битне у системима управљања, то су:

- померање у временском подручју која гласи:

$$Z\{f(t-nT)\}=z^{-n}\cdot F(z) \tag{15}$$

где је у доказу потребно применити израз (11):

$$Z\{f(t-nT)\}=\sum_{k=0}^{\infty}f(kT-nT)\cdot z^{-k}=z^{-n}\sum_{k=0}^{\infty}f(kT-nT)\cdot z^{-(k-n)}=$$

$$=z^{-n}\sum_{m=-n}^{\infty}f(mT)\cdot z^{-m}=\Big|_{f(t)=0,t<0}=z^{-n}\cdot F(z)$$

- и крајња вредност оригинала:

$$\lim_{k \to \infty} f(kT) = \lim_{z \to 1} (1 - z^{-1}) F(z) \tag{16}$$

где је на основу z комплексног лика сигнала могуће одредити његову вредност у устаљеном стању.

II.7. Функција дискретног преноса

Поставља се питање како описати понашање неког континуалног елемента $G_p(s)$ на чији се улаз преко кола задршке нултог реда $G_{h0}(s)$ доводи дискретни сигнал $r^*(t)$, као што је приказано на слици 8.

Комплексни лик сигнала $c(t)$, $C(s)$, на излазу континуалног елемента $G_p(s)$ једнак је производу комплексног лика дискретног сигнала $r^*(t)$, $R^*(s)$, функције преноса кола задршке $G_{h0}(s)$ и објекта управљања $G_p(s)$:

$$C(s) = G_{h0}(s) \cdot G_p(s) \cdot R^*(s). \tag{17}$$

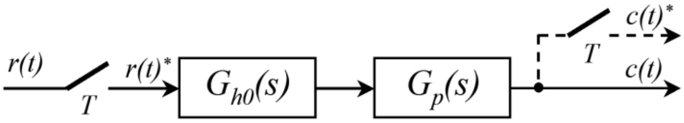
Како је облик $R^*(s)$ врло сложен, израз (17) би био неупотребљив за неку анализу, нпр. одређивање сигнала $c(t)$ из добијеног $C(s)$. Међутим, ако се $c(t)$ посматра само у тренуцима одабирања T, то јест ако се посматра $C^*(s)$ уместо $C(s)$, добија се израз:

$$C^*(s) = \left[G_{h0}(s) \cdot G_p(s)\right]^* \cdot R^*(s) \tag{18}$$

где је $\left[G_{h0}(s) \cdot G_p(s)\right]^*$ комплексни лик поворке одбирака јединичног импулсног одзива континуалног дела система. Увођењем z трансформације из (18) добија се:

$$C(z) = Z\left\{G_{h0}(s) \cdot G_p(s)\right\} \cdot R(z). \tag{19}$$

$Z\{G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\}$ представља функцију дискретног преноса континуалног дела склопа. На овај начин се опет анализа дискретних склопова своди на начин сличан оном код континуалних склопова.



Слика 8. Дефинисање функције дискретног преноса

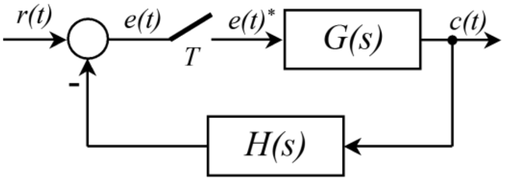
Како је из (8) $G_{h0}(s)=\dfrac{1-e^{-sT}}{s}$ следи да је

$$Z\{G_{h0}(s)\cdot G_p(s)\}=Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}G_p(s)\right\}=(1-z^{-1})\cdot Z\left\{\frac{G_p(s)}{s}\right\} \tag{20}$$

где је примењен дефинициони израз (9).

Дата су два примера одређивања функције спрегнутог дискретног преноса.

Пример 1:



Слика 9. Први пример дигиталног склопа са повратном спрегом

$$E(s)=R(s)-H(s)\cdot G(s)\cdot E^*(s)$$

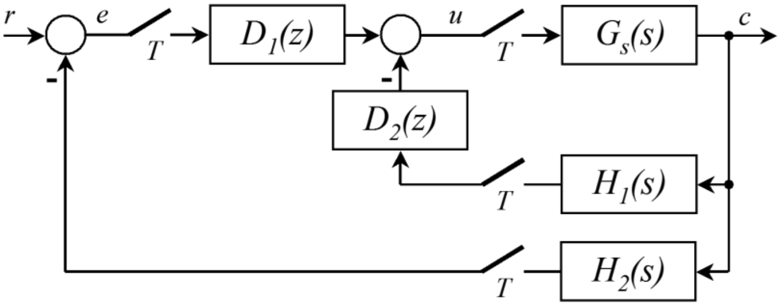
$$\Rightarrow E^*(s)=R^*(s)-\{H(s)\cdot G(s)\}^*\cdot E^*(s)$$

$$\Rightarrow E^*(s)=\frac{1}{1+\{H(s)\cdot G(s)\}^*}\cdot R^*(s)$$

$$C(s) = G(s) \cdot E^*(s) \Rightarrow C^*(s) = G^*(s) \cdot E^*(s)$$

$$\Rightarrow C^*(s) = \frac{G^*(s)}{1 + HG^*(s)} R^*(s) \vee C(z) = \frac{G(z)}{1 + HG(z)} R(z)$$

Пример 2:



Слика 10. Дигитални склоп управљања сложенијег облика

$$U(z) = E(z) \cdot D_1(z) - D_2(z) \cdot Z\{G_s(s) \cdot H_1(s)\} \cdot U(z)$$

$$E(z) = R(z) - Z\{H_2(s) \cdot G_s(s)\} \cdot U(z)$$

$$U(z) = [R(z) - Z\{H_2(s) \cdot G_s(s)\} \cdot U(z)] \cdot D_1(z) - D_2(z) \cdot Z\{G_s(s) \cdot H_1(s)\} \cdot U(z)$$

$$U(z) = \frac{D_1(z)}{1 + Z\{H_2(s) \cdot G_s(s)\} \cdot D_1(z) + Z\{G_s(s) \cdot H_1(s)\} \cdot D_2(z)} \cdot R(z)$$

$$C(z) = Z\{G_s(s)\} \cdot U(z)$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{D_1(z) \cdot G_s(z)}{1 + H_2G_s(z) \cdot D_1(z) + H_1G_s(z) \cdot D_2(z)}$$

II.8. Остварење функције дискретног преноса

Начини за одређивање функције дискретног преноса рефулатора у систему управљања биће разматрани нешто касније, међутим претпоставимо да је она, *D(z)*, позната и да ју је сада потребно остварити у реалном времену. Из претходних поглавља је познато да ће имати облик реалне рационалне функције комплексне промењљиве *z*:

$$D(z)=\frac{U(z)}{R(z)}=\frac{\sum\limits_{k=0}^{m}a_k\cdot z^{-k}}{1+\sum\limits_{k=1}^{n}b_k\cdot z^{-k}} \tag{21}$$

где су a_k и b_k коефициенти полинома у бројиоцу и имениоцу. За системе управљања од значаја су два начина остварења *D(z)*, то су директан облик и канонични облик.

Директан облик остварења функције дискретног преноса

Израз (21) може се представити у облику:

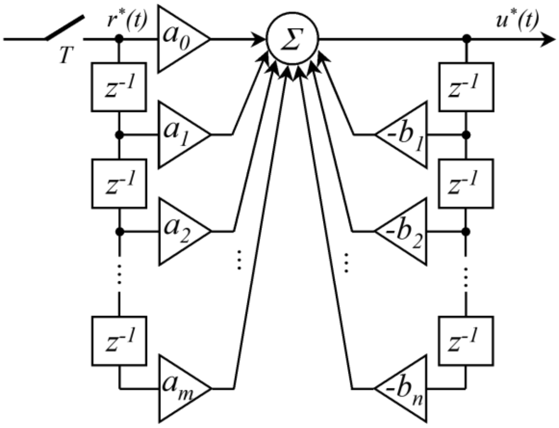
$$U(z)=(a_0+a_1\cdot z^{-1}+a_a\cdot z^{-2}+\ldots+a_m\cdot z^{-m})\cdot R(z)-(b_1\cdot z^{-1}+b_2\cdot z^{-2}+\ldots+b_n\cdot z^{-n})\cdot U(z).$$

У тренутку *t=jT* применом особине *z* трансформације (15) добија се у временском подручју:

$$\begin{aligned}u(jT)=a_0\cdot r(jT)+a_1\cdot r\big[(j-1)T\big]+a_2\cdot r\big[(j-2)T\big]+\ldots+a_m\cdot r\big[(j-m)T\big]-\\ -b_1\cdot u\big[(j-1)T\big]-b_2\cdot u\big[(j-2)T\big]-\ldots-b_n\cdot u\big[(j-n)T\big]\end{aligned} \tag{22}$$

Израз (22) представља директан облик остварења функције дискретног преноса *D(z)*, а на слици 11 приказан је у облику дијаграма.

Елементи z^{-1} представљају меморијске регистре у које се уписује вредност на њиховом улазу у тренуцима *T*, тј. понашају се као временско кашњење за једну периоду *T*. У неком тренутку одабирања *t=jT* приспели одбирак *r(jT)* улазног сигнала се упише у свој регистар и помножи са константом a_0, резултату се затим додају садржаји регистара који садрже $r[(j\text{-}1)T]$, $r[(j\text{-}2)T],..., r[(j\text{-}m)T]$ и $u[(j\text{-}1)T]$, $u[(j\text{-}2)T],..., u[(j\text{-}n)T]$ помножени са $a_1, a_2,..., a_m$, и $-b_1, -b_2,..., -b_n$. Као резултат добија се нови одбирак управљачке променљиве $u(jT)$. Након тога регистри размењују своја места тако да $r(jT)$ бива пребачен у први z^{-1} елемент, а сви остали пропадају за једно место ниже у склопу тако да су спремни за наредни тренутак одабирања.



Слика 11. Директан облик остварења функције дискретног преноса

Може се приметити да се у међувремену до новог T може припремити највећи део потребног рачуна који једино не обухвата члан $a_0 \cdot r(jT)$, чиме се кашњење потребно за добијање новог излаза u у новом T своди на минимално.

Канонични облик остварења функције дискретног преноса

Потребно је израз (21) приказати преко две преносне функције $G_1(z)$ и $G_2(z)$ где прва обухвата полином у имениоцу, а друга полином у бројиоцу:

$$D(z) = \frac{U(z)}{R(z)} = G_1(z) \cdot G_2(z) = \frac{1}{1 + b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2} + ... + b_n \cdot z^{-n}} \cdot (a_0 + a_1 \cdot z^{-1} + ... + a_m \cdot z^{-m})$$

Сада се може увести нов сигнал $u_1(t)$:

$$U_1(z)=G_1(z)\cdot R(z)=\frac{R(z)}{1+b_1\cdot z^{-1}+...+b_n\cdot z^{-n}}$$

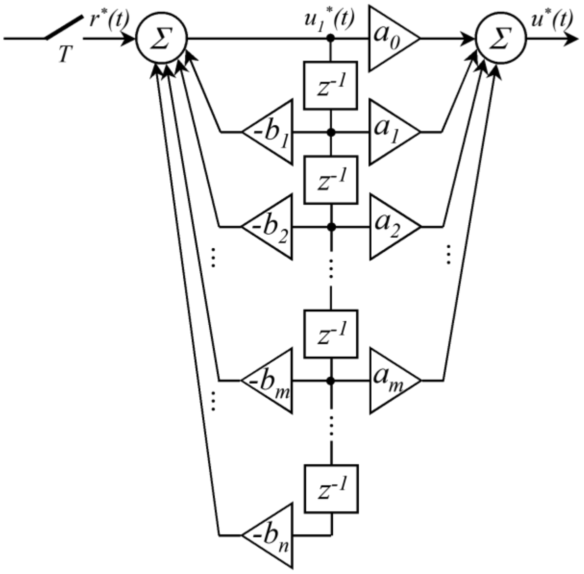
$$U(z)=G_2(z)\cdot U_1(z)=(a_0+a_1\cdot z^{-1}+...+a_m\cdot z^{-m})\cdot U_1(z)$$

У временском подручју у тренутку $t=jT$ добија се :

$$u_1(jT)=r(jT)-b_1\cdot u_1\big[(j-1)T\big]-b_2\cdot u_1\big[(j-2)T\big]-...-b_n\cdot u_1\big[(j-n)T\big]$$

$$u(jT)=a_0\cdot u_1(jT)+a_1\cdot u_1\big[(j-1)T\big]+...+a_m\cdot u_1\big[(j-m)T\big]$$

што представља канонични облик остварења функције дискретног преноса. На слици 12 приказан је у облику дијаграма. За разлику од директног начина остварења код каноничног је кашњење потребно за одређивање новог *u* нешто веће. Наиме, пошто се у претходном тренутку одабирања припремио део рачуна који зависи од претходних одбирака u_1, у новом T потребно је израчунати најпре ново u_1, а затим *u*. Међутим, ова метода захтева мање регистара за чување претходних одбирака. Обе методе могу бити остварене логичким електронским колима или програмски.



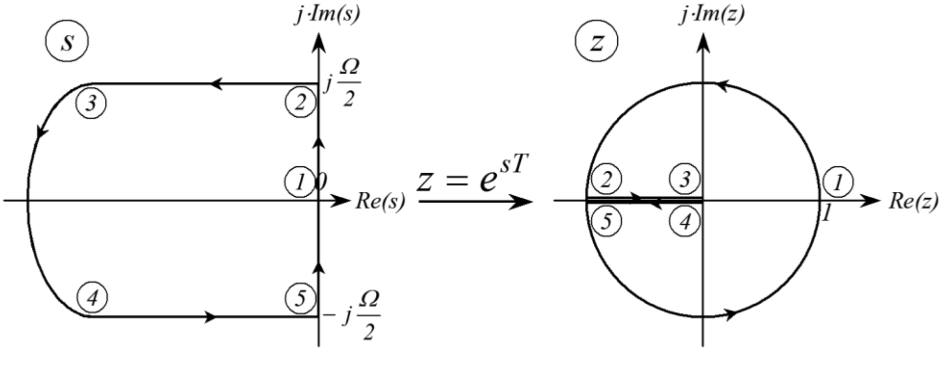
Слика 12. Канонични облик остварења функције дискретног преноса

II.9. Пресликавање из *s* у *z* раван

Пресликавање из *s* у *z* раван врши се по функцији $z=e^{sT}$. Под условом да је систем стабилан и да је задовољена теорема одабирања, примарни појас у *s* равни обухвата све својствене учестаности система. Стога је од интереса посматрати пресликавање примарног појаса учестаности у *z* раван.

На граници примарног појаса могу се издвојити делови *1-2*, *2-3*, *3-4*, *4-5* и *5-1* као што је приказано на слици 13 лево. Дуж дела *1-2* комплексна променљива *s* једнака је $s=j\omega$, па је $z=e^{j\omega}$. Дакле ту је модуо од *z* једнак јединици, а угао једнак ωT. Пошто се ω мења од *0* до $\Omega/2=\pi/T$, угао се мења од *0* до π. Дуж дела *2-3* $s=-\sigma+j\omega$ где је $0\le\sigma<\infty$, а $\omega=\pi/T$, па *z* остаје реално и креће си од -1 ка 0 како σ тежи ∞. На делу *3-4* лук има бесконачан полупречник $(\sigma=\infty)$ па је модуо од *z* једнак *0*. Делови примарног појаса испод реалне осе *s* равни пресликаће се у *z* равни симетрично у односу на одговарајуће делове изнад реалне осе. На тај начин се примарни појас у *s* равни пресликава у једнични круг у *z* равни.

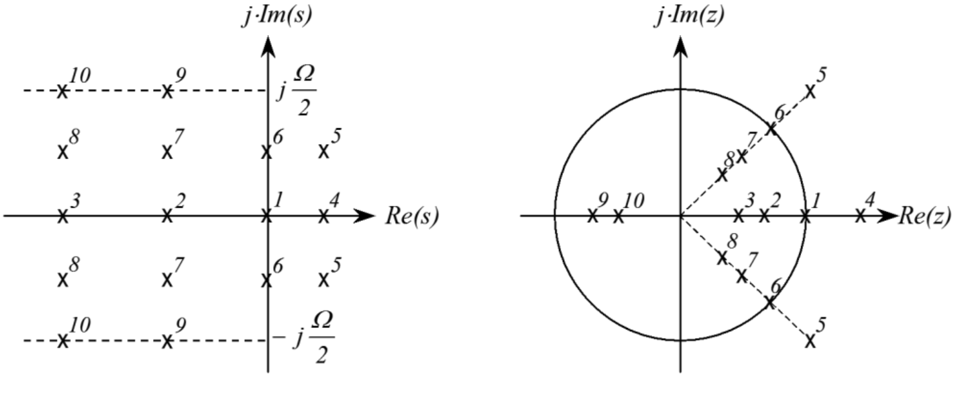
Такође пошто је $e^{(s+jn\Omega)T}=e^{sT}\cdot e^{jn2\pi}=z$ за свако целобројно *n*, сви комплементарни појаси из *s* равни пресликаће се такође у исти једнични круг у *z* равни.



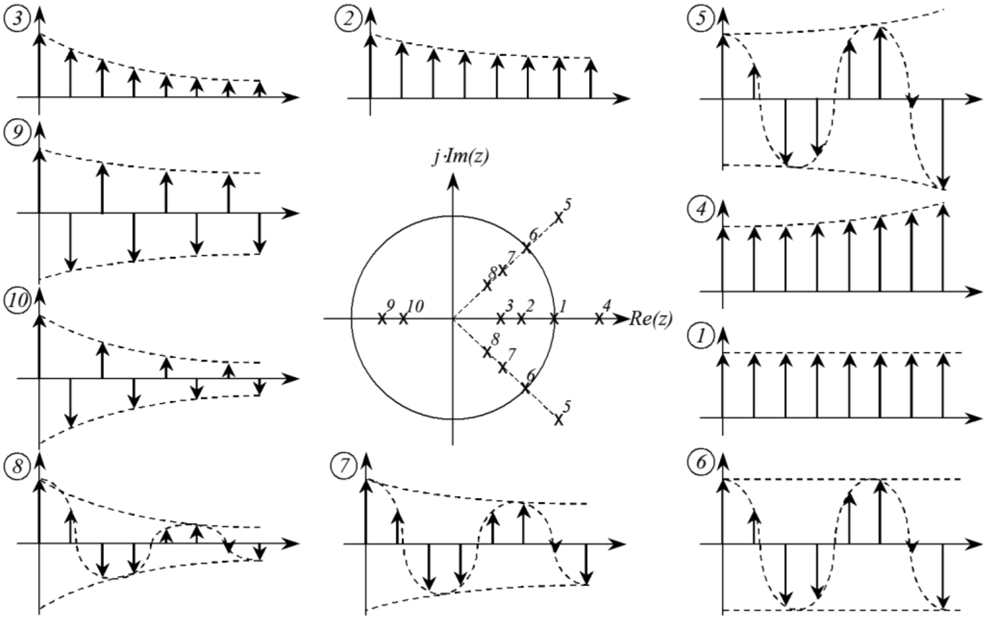
Слика 13. Пресликавање примарног појаса из *s* у *z* раван

На сличан начин може се доћи и до начина на који се карактеристичне учестаности у *s* равни пресликавају у *z* раван (слика 14). Сагласно дефиницији пресликавања (9) полови на имагинарној оси се пресликавају на јединичну кружницу у z равни, за шта су овде пример пол *1* у коордонатном почетку и пар коњуговано-комплексних полова *6*. Са већим вредностима фактора пригушења σ реални полови *2* и *3* приближавају се координатном почетку у z равни. Реалан пол у десној полуравни, који би одговарао нестабилном систему, у z равни налази се ван јединичне кружнице. Парови коњуговано-комплексних полова *5, 6, 7* и *8* пошто имају једнаке имагинарне делове у s равни, у z равни налазе се на истом угаоном растојању од реалне осе. Опет се повеђањем σ приближавају координатном почетку. Полови *9* и *10*, који се налазе на граници примарног појаса, пресликавају се на негативан део реалне осе z равни.

Слика 15 приказује дискретан импулсни одзив, тј. одзив на јединични импулс, који потиче од одговарајућих реалних полова или парова коњуговано-комплексних полова. Испрекиданим линијама приказан је облик одзива континуалног система, тј. одзива који би одговарао половима са слике 14. У дигиталним системима добија се поворка одбирака одзива континуалног система. Види се да полови *9* и *10* имају највећу учестаност коју дигитални систем са датом периодом одабирања може да обради.



Слика 14. Пресликавање полова из s равни у z раван



Слика 15. Дискретни импулсни одзиви полова у z равни

II.10. Избор периоде одабирања

При избору периоде одабирања *T* потребно је помирити неколико опречних захтева који потичу од жељене доброте рада дигиталног склопа, природе понашања објекта управљања и претварача и остваривости самог алгоритма управљања. Најбитнији захтеви су:

<u>испуњење Никвистовог критеријума</u>

Овај захтев се може изразиви релацијом:

$$T < \frac{\textit{најмања временска константа система}}{2}. \tag{23}$$

Такође што је *T* мање дигитални склоп је ближи аналогном, односно губи се мање података о стању склопа. Међутим, смањење *T* испод 1/10 времена потребног да излаз достигне *95%* крајње вредности нема даљи утицај на повећање доброте понашања дигиталног склопа.

динамика објекта управљања

У систему управљања са затвореном повратном спрегом могуће је одговарајућим избором параметара регулатора остварити произвољну брзину одзива уз било који објекат управљања. Међутим, ако се захтева велика брзина одзива уз спор објекат управљања последица су велике вредности управљачке променљиве током прелазних појава.

Може се очекивати да ако се по затварању повратне спреге брзина одзива повећа *3* до *4* пута у односу на брзину одзива у отвореној спрези, вредности управљачке променљиве остану у прихватљивом опсегу. Ако је f_o пропусни опсег склопа у отвореној повратној спрези и уважавајући израз (23) тада би периоду одабирања требало поставити на:

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{(3 \div 4) \cdot f_o} \tag{24}$$

фреквентно подручје утицаја поремећаја

Ако је $\omega_1 < \omega < \omega_2$ фреквенцијско подручје у коме значајно делује неки поремећај који утиче на понашање склопа, тада се при избору T мора водити рачуна да:

$$T < \frac{\pi}{\omega_2} \tag{25}$$

чиме се обезбеђује да регулатор има могућност да реагује и отклони овај утицај.

природа претварача

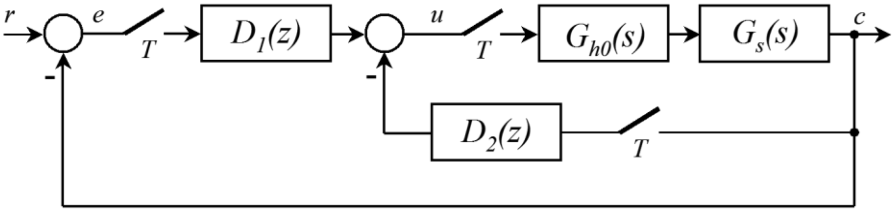
Понекад сам претварач енергетске-електронике одређује периоду одабирања, као што је случај код нпр. шестопулсног трофазног тиристорског исправљача где је $T=20ms/6=3{,}33ms$.

рад у реалном времену

При избору T мора се водити рачуна да се током тог времена, односно до новог тренутка одабирања, мора одрадити алгоритам управљања односно произвести нова вредност управљачке променљиве.

II.11. Изглед уобичајене петље дигиталног склопа управљања

Дигитални регулатор, сачињен од дела у директној грани $D_1(z)$ и дела у локалној повратној спрези $D_2(z)$, остварује закон управљања. На његовом улазу налази се коло за одабирање. Оно може бити остварено *A/D* претварачем или, у случају да се ради о одабирању брзине, и инкрементални или позиционим енкодером. На излазу регулатора, према континуалном објекту управљања $G_s(s)$, налази се коло задршке нултог реда $G_{h0}(s)$. Његову улогу врши на пример импулсно-ширински модулатор.



Слика 16. Уобичајен изглед дигиталног склопа управљања

II.12. Функција преноса регулатора изведена из континуалног закона управљања

До дигиталног закона управљања који је потребно остварити регулатором може се доћи тако што се најпре сматра да је регулатор континуалан. Ту је потребно примени неки од начина прорачуна параметра регулатора тако да се задовоље постављени захтеви по питању квалитета регулације управљане променљиве. Након тога увођењем једноставне смене $z=f(s)$ у функцију преноса регулатора, којом се континуална комплексна променљива s замењује дискретном променљивом z, добија се закон управљања у дигиталном облику.

Углавном се примењују три облика смене $z=f(s)$: Ојлеров *1.* облик *(Backward Ojler)*, Ојлеров *2.* облик *(Forward Ojler)* и Тустинова смена *(Trapezoidal)*. У наставку ће бити показано на који начин се долази до Ојлеровог 1. облика смене, док се за остале може применити сличан поступак.

Ојлеров 1. облик смене:

Нека се применом континуалних начина прорачуна регулатора дошло до преносне функције $G_r(s)$ (26) коју је потребно превести у дигиталан облик.

$$G_r(s) = \frac{a}{s+a} = \frac{U(s)}{E(s)} \tag{26}$$

У временском облику (26) гласи:

$$\dot{u}(t) = -a \cdot u(t) + a \cdot e(t) \tag{27}$$

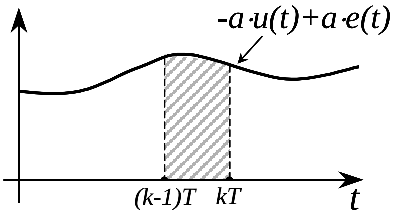
где $\dot{u}(t)$ представља извод по времену излазног сигнала *u(t)*. *u(t)* се сада може добити као:

$$u(t) = \int_{-\infty}^{t} \left[-a \cdot u(\tau) + a \cdot e(\tau) \right] d\tau . \tag{28}$$

У тренутку *t=kT, u(kT)* може се представити у облику:

$$\begin{aligned} u(kT) &= \int_{-\infty}^{(k-1)T} \left[-a \cdot u(\tau) + a \cdot e(\tau) \right] d\tau + \int_{(k-1)T}^{kT} \left[-a \cdot u(\tau) + a \cdot e(\tau) \right] d\tau = \\ &= u\left[(k-1)T \right] + \int_{(k-1)T}^{kT} \left[-a \cdot u(\tau) + a \cdot e(\tau) \right] d\tau \end{aligned} \tag{29}$$

где је тренутно *u(kT)* изражено преко вредности у претходном тренутку одабирања *u*[*(k*-*1)T*] и остатка у периоду *(k*-*1)T<t<kT*. Овај остатак одговара површини коју са горње стране ограничава функција $-a \cdot u(t) + a \cdot e(t)$, а са доње стране временска оса, као што је приказано сликом 17.



Слика 17. Опис поступка преласка из континуалног облика преносне функције у дигиталан облик

Код Ојлеровог *1.* облика смене површина са слике 17 замењује се правоугаоником чија је висина једнака вредности подинтегралне функције у *t=(k-1)T* (отуда потиче назив *Backward Ojler*):

$$u(kT) \approx u\big[(k-1)T\big] + T\cdot\big[-a\cdot u\big[(k-1)T\big] + a\cdot e\big[(k-1)T\big]\big] \qquad (30)$$

У z домену (30) гласи:

$$U(z) = z^{-1}\cdot U(z) + T\cdot\left[-a\cdot z^{-1}\cdot U(z) + a\cdot z^{-1}\cdot E(z)\right] \qquad (31)$$

или у облику функције дискретног преноса:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = \frac{a\cdot T\cdot z^{-1}}{1-z^{-1}+a\cdot T\cdot z^{-1}} = \frac{a}{\frac{z-1}{T}+a} \qquad (32)$$

Поредећи (32) и (26) добија се да је Ојлеров *1.* облик смене којом се прелази из континуалног облика представе закона управљања у дигиталан облик:

Ојлеров 1. облик смене: $$s \to \frac{z-1}{T}. \qquad (33)$$

Ако се површина са слике 17 замени правоугаоником висине једнаке вредности подинтегралне функције у *t=kT* (одакле потиче назив *Forward Ojler*) добија се Ојлеров *2.* облик смене:

Ојлеров 2. облик смене: $$s \to \frac{z-1}{T\cdot z}. \qquad (34)$$

Заменом површине трапезом чија горња страница повезује тачке подинтегралне функције у *t=(k-1)T* и *t=kT* (одакле потиче назив *Trapezoidal*), односно чија је висина једнака средњој вредности подинтегралне функције у почетној и крајњој тачки, добија се Тустинова смена:

Тустинова смена:
$$s \rightarrow \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}. \qquad (35)$$

II.13. Дигитални PI регулатор

PI дигитални закон управљања може се добити простом дискретизацијом аналогног *PI* регулатора. Аналогни *PI* регулатор остварен је са:

$$u(t) = K_P \cdot e(t) + \frac{1}{T_I}\int_0^t e(t)dt. \qquad (36)$$

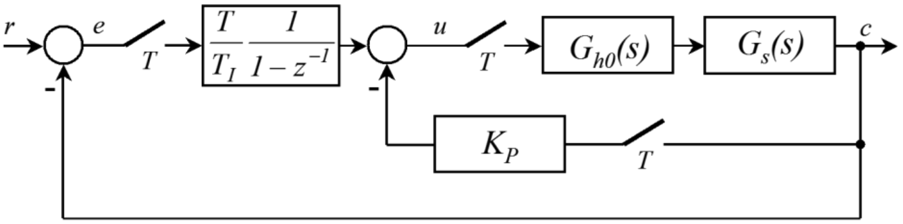
Ако се интеграл у претходном изразу замени збиром правоугаоника ширине *T* и висине *e(iT) (i=0, 1, 2, ...)* добија се закон управљања дигиталног *PI* регулатора:

$$u(k) = K_P \cdot e(k) + \frac{T}{T_I}\sum_{m=0}^{k} e(m). \qquad (37)$$

Заправо претходни поступак одговара примени Ојлеровог *2*. облика смене, па у *z* подручју, применом смене (34), функција дискретног преноса *PI* регулатора гласи:

$$\frac{U(z)}{E(z)} = K_P + \frac{T}{T_I}\frac{1}{1-z^{-1}} \qquad (38)$$

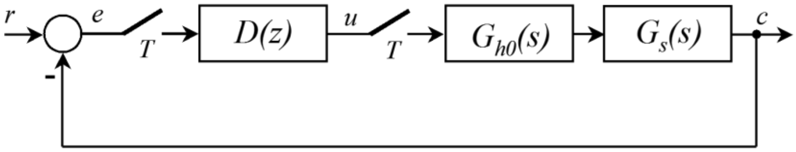
До значајног побољшања понашања склопа долази се ако се пропорционално дејство измести у коло локалне повратне спреге, као што је приказано сликом 18. Тада се при скоковитој промени референтног сигнала отклања појава наглог, диференцијалног скока управљачке променљиве који већина објеката управљања не може да обради.



Слика 18. Склоп управљан дигиталним *PI* регулатором са пропорционалним дејством измештеним у коло локалне повратне спреге

II.14. Дахлинов поступак прорачуна параметара регулатора

Дахлинов поступак прорачуна дигиталног регулатора примењује се на склопове у којима се жели апериодичан одзив. Изглед регулационог склопа на који се примењује овај поступак приказан је на слици 19.



Слика 19. Изглед склопа на који се примењује Дахлинов поступак

Нека се са W_f означи целокупан континуални део сколопа који садржи коло задршке нултог реда G_{h0}, чија је преносна функција дата са (8), извршни орган, објекат управљања и мерни претварач, чије су преносне функције обухваћене са G_s:

$$W_f(s)=\frac{1-e^{-sT}}{s}\cdot G_s(s). \tag{39}$$

Применом z трансформације на склоп добија се:

$$C(z)=W_f(z)\cdot D(z)\cdot\left[R(z)-C(z)\right] \tag{40}$$

где је $W_f(z)$ функција дискретног преноса континуалног дела. Из (40) може се изразити функција преноса дигиталног регулатора $D(z)$ као:

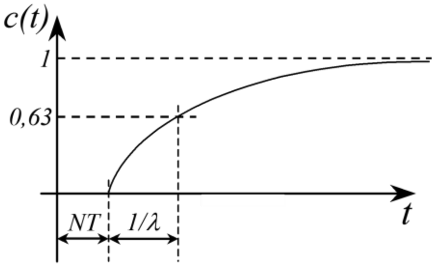
$$D(z)=\frac{1}{W_f(z)}\cdot\frac{\frac{C}{R}(z)}{1-\frac{C}{R}(z)} \tag{41}$$

где је $\frac{C}{R}(z)$ функција спрегнутог дискретног преноса склопа.

У Дахлиновом поступку до вrености параметара регулатора долази се на основу жељеног одскочног одзива склопа. За одзив се усваја да буде апериодичан са временском константом $1/\lambda$ са могућношћу да се уважи и кашњење $T_d=N\cdot T$ које мора бити усвојено као целобројни умножак периоде одабирања. Облик оваквог одзива приказан је на слици 20, а његов комплексни лик дат је изразом (42).

$$C(s)=\frac{\lambda}{s(s+\lambda)}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s} \tag{42}$$

Део $1/s$ у претходном изразу потиче од комплексног лика јединичне одскочне промене на улазу.



Слика 20. Жељени облик одскочног одзива склопа

Применом z трансформације добија се комплексни лик $C(z)$:

$$C(z)=Z\left\{\frac{\lambda}{s(s+\lambda)}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s}\right\}=z^{-N}\cdot Z\left\{\frac{\lambda}{s(s+\lambda)}\right\} \tag{43}$$

где се трансформација другог члана у изразу спроводи на начин:

$$Z\left\{\frac{1}{s(s+\lambda)}\right\}=\sum Re\,s\frac{1}{s(s+\lambda)}\cdot\frac{z}{z-s^{sT}}\quad \textit{у половима } s=0 \textit{ и } s=-\lambda=$$

$$=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s+\lambda}\cdot\frac{z}{z-e^{sT}}+\lim_{s\to -\lambda}\frac{1}{s}\cdot\frac{z}{z-e^{sT}}=\frac{z(1-e^{-\lambda T})}{\lambda(z-1)(z-e^{-\lambda T})}$$

(44)

па се коначно за *C(z)* има:

$$C(z)=\frac{z^{(-N+1)}(1-e^{-\lambda T})}{(z-1)(z-e^{-\lambda T})}. \tag{45}$$

Да би се срачунала функција спрегнутог дискретног преноса $\frac{C}{R}(z)$ потребно је поделити (45) са z ликом одскочне побуде, тј. $Z\{R(s)\}=Z\left\{\frac{1}{s}\right\}=\frac{z}{z-1}$:

$$\frac{C}{R}(z)=C(z)\cdot\frac{1}{\frac{z}{z-1}}=\frac{z^{-N}(1-e^{-\lambda T})}{(z-e^{-\lambda T})}. \tag{46}$$

Заменом (46) и *W*$W_f(z)$, након z трансформације (39), у израз (41) добија се функција преноса регулатора *D(z)*.

Пример 1.

Потребно је остварити дигитални регулатор за објекат управљања G_s чија је преносна функција елемент 1. реда временске константе T_1 уз кашњење једнако $T_d=N\cdot T$:

$$G_s(s)=\frac{K}{T_1\cdot s+1}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s}. \tag{47}$$

Применом z трансформације на (39) добија се:

$$W_f(z)=Z\left\{\frac{1-e^{-sT}}{s}\cdot\frac{K}{T_1\cdot s+1}\cdot e^{-N\cdot T\cdot s}\right\}=K(1-z^{-1})\cdot z^{-N}\cdot Z\left\{\frac{1}{s(T_1\cdot s+1)}\right\}=K\frac{z^{-N}(1-e^{-T/T_1})}{z-e^{-T/T_1}}$$

(48)

Заменом (48) и (46) у (41) и увођењем смене $C=1-e^{-T/T_1}$ добија се преносна функција за *D(z)*:

$$D(z)=\frac{1}{K\dfrac{z^{-N}\cdot C}{z-e^{-T/T_1}}}\cdot\frac{z^{-N}\dfrac{1-e^{-\lambda T}}{z-e^{-\lambda T}}}{1-\dfrac{z^{-N}(1-e^{-\lambda T})}{z-e^{-\lambda T}}}=\frac{(1-e^{-\lambda T})(1-e^{-T/T_1}\cdot z^{-1})}{K\cdot C[1-e^{-\lambda T}\cdot z^{-1}-z^{-N-1}(1-e^{-\lambda T})]}$$

(49)

Нека је нпр. *N=2*. Део имениоца у претходном изразу постаје:

$$1-e^{-\lambda T}\cdot z^{-1}-(1-e^{-\lambda T})\cdot z^{-3}=0 \qquad (50)$$

или после преуређивања:

$$(1-z^{-1})[1+z^{-1}(1-e^{-\lambda T})+z^{-2}(1-e^{-\lambda T})]=0\,. \qquad (51)$$

Полови полинома другог степена су $z_{1,2}^{-1}=-\frac{1-e^{-\lambda T}}{2}\pm\sqrt{\frac{-3+2\cdot e^{-\lambda T}+e^{-2\lambda T}}{4}}$, а пошто је део под кореном негативан следи да би у преносној функцији регулатора постојао пар коњуговано комплексних полова. Овај пар би довео до скокова у управљачкој променљивој и њеног осциловања. Такође постоје случајеви када се у добијеном *D(z)* појави реалан негативан пол чији би утицај на склоп био сличан поменутом за комплексан пар полова. Да би се ово превазишло, Дахлин препоручује замену *z=1* у полином који поседује комплексан пар полова или у члан са негативним реалним полом. Примењено на (51), односно (49), ово даје:

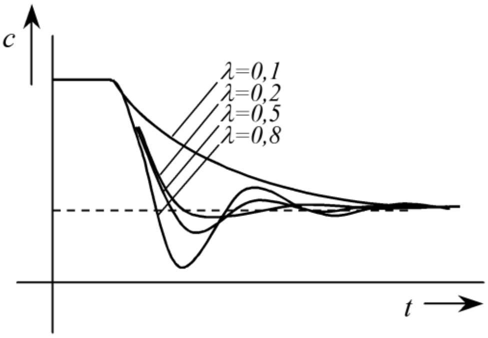
$$D(z)=\frac{(1-e^{-\lambda T})(1-e^{-T/T_1}\cdot z^{-1})}{K\cdot C\cdot(3-2\cdot e^{-\lambda T})(1-z^{-1})}=\frac{(1-e^{-\lambda T})}{K\cdot C\cdot(3-2\cdot e^{-\lambda T})}\left[e^{-T/T_1}+\frac{1-e^{-T/T_1}}{1-z^{-1}}\right]$$

(52)

која представља функцију *PI* регулатора са пропорционалним и интегралним дејством једнаким:

$$K_P = \frac{1-e^{-\lambda T}}{K(e^{T/T_1}-1)(3-2\cdot e^{-\lambda T})}\ , \qquad K_I = \frac{T}{T_I} = K_P \cdot (e^{T/T_1}-1). \qquad (53)$$

Подешавањем вредности параметра λ може се извршити поправка облика одзива склопа, нпр. ако због непознавања тачних вредности параметра склопа добијени одзив одступа од жељеног. Слика 21 показује начин на који промена у λ утиче на облик одзива. Такође, према ранијим напоменама, препоручљиво је изместити пропорционално дејство у коло локалне повратне спреге као што је приказано сликом 18.

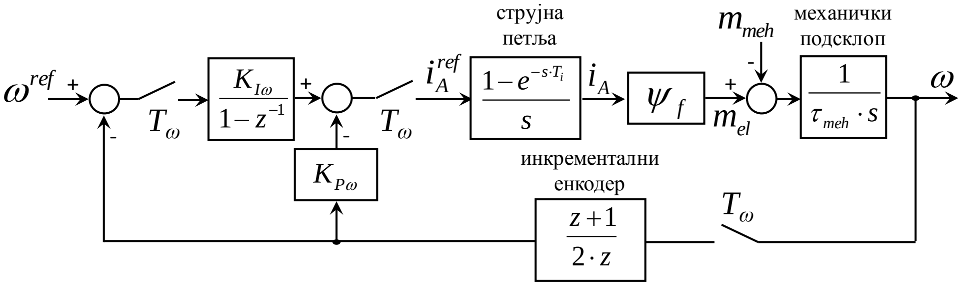


Слика 21. Утицај подешавања параметра λ на облик одзива управљане променљиве

II.15. Прорачун оптималног регулатора угаоне брзине ротора

Прорачун регулатора угаоне брзине ротора електричне машине се заснива на поступку проналажења оптималних вредности параметара регулатора, $K_{P\omega}$ и $K_{I\omega}$, при чему је његова поставка унапред одређена како је приказано сликом 22. Прорачун је равноправно применљив код погона машине једносмерне струје и погона машина наизменичне струје. Он претпоставља да регулациона петља по брзини обухвата претходно подешену регулациону петљу по струји (или делу укупне струје) која одређује електромагнетни момент m_{el}: у погону машине једносмерне струје струја ротора (i_A) одређује m_{el} ($m_{el}=i_A\cdot\psi_f$ где је ψ_f флуксни обухват ротора); у погону асинхроне машине m_{el} је одређен делом струје статора (i_q) који је управан на флукс ротора (ψ_r) ($m_{el}= i_q\cdot \psi_r$); у погону синхроне машине са сталним магнетима m_{el} је одређен делом струје статора (i_q) који је управан на флукс магнета постављених на ротор (ψ_{SM}) ($m_{el}= i_q\cdot \psi_{SM}$).

Периода одабирања је T_ω. Подешена струјна пеља струје i_A представља коло задршке нултог реда, пошто је њен улаз, тј. излаз регулатора брзине, задата вредност струје i_A^{ref}, а њен излаз тренутна струја i_A (примењене ознаке се односе на погон машине једносмерне струје).



Слика 22. Регулациона петља угаоне брзине ротора

Као мерни претварач брзине примењен је инкрементални енкодер. Инкрементални енкодер мери средњу вредност брзине у периоду између два тренутка одабирања:

$$\omega_{k+1}^{mer} = \frac{\omega_{k+1} + \omega_k}{2}. \qquad (54)$$

По преласку у z домен (54) постаје:

$$\omega^{mer}(z) = \omega(z)\cdot\frac{z+1}{2\cdot z}. \qquad (55)$$

Следећи корак у поступку је превођење континуалног дела регулационе петље са слике 5 у z домен. Ако се предпостави да се и дејство момента оптерећења може моделовати као да делује преко кола задршке нултог реда, потребно је одредити:

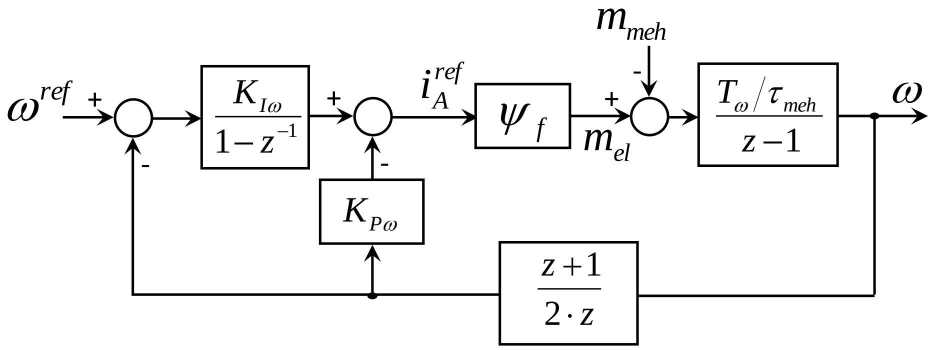
$$\omega(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-s\cdot T_\omega}}{s}\cdot\frac{\psi_f}{\tau_{meh}\cdot s}\right\}\cdot i_A^{ref}(z) - Z\left\{\frac{1-e^{-s\cdot T_\omega}}{s}\cdot\frac{1}{\tau_{meh}\cdot s}\right\}\cdot m_{meh}(z).$$

(56)

Решење израза (56) представља:

$$\omega(z)=\frac{T_{\omega}}{z-1}\cdot\frac{\psi_f}{\tau_{meh}}\cdot i_A^{ref}(z)-\frac{1}{\tau_{meh}}\cdot\frac{T_{\omega}}{z-1}\cdot m_{meh}(z) \tag{57}$$

на основу чега је регулациона петља са слике 22, преведена у z домен, приказана сликом 23.



Слика 23. Дискретизована регулацион петља по брзини

Преносна функција од улаза ω до излаза ω^{ref} регулационе петље добија се као:

$$\frac{\omega(z)}{\omega^{ref}(z)}=\frac{\frac{K_{I\omega}}{1-z^{-1}}\cdot\psi_f\cdot\frac{T_{\omega}/\tau_{meh}}{z-1}}{1+\psi_f\cdot\frac{T_{\omega}/\tau_{meh}}{2}\cdot\frac{z+1}{z\cdot(z-1)}\cdot(\frac{K_{I\omega}\cdot z}{z-1}+K_{P\omega})} \tag{58}$$

Именилац претходног израза представља карактеристичну једначину склопа *f(z)*:

$$f(z)=z^3+(K^*\cdot K_{I\omega}+K^*\cdot K_{P\omega}-2)\cdot z^2+(1+K^*\cdot K_{I\omega})\cdot z-K^*\cdot K_{P\omega} \tag{59}$$

где је $K^* = \psi_f \cdot \frac{T_\omega / \tau_{meh}}{2}$. Увешћемо и додатне константе: $K_1 = K^* \cdot K_{P\omega}$ и $K_2 = K^* \cdot K_{I\omega}$. Ако су *z₁*, *z₂* и *z₃* полови карактеристичне једначине она се може представити у облику:

$$f(z) = (z - z_1) \cdot (z - z_2) \cdot (z - z_3). \tag{60}$$

Изједначавањем коефицијената у полиномима (59) и (60) добија се да је:

$$z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = K_1 \tag{61}$$

$$z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot z_3 = 1 + K_2 \tag{62}$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 2 - K_1 - K_2. \tag{63}$$

Такође, ако се претходни изрази саберу добија се следећи израз:

$$z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot z_3 + z_1 + z_2 + z_3 = 3 \tag{64}$$

који показује да је низ једначина (61), (62) и (63) зависан, односно да постоји један степен слободе којим се може остварити оптимизација понашања склопа. Оптимално решење, које ће бити примењено у овом раду, представља остваривање најбржег могућег одзива апериодичног облика. Захтев ће бити испуњен када су сви полови једначине (60) једнаки и реални, тј. $z_1 = z_2 = z_3 = z_P$. Тада једначина (64) постаје:

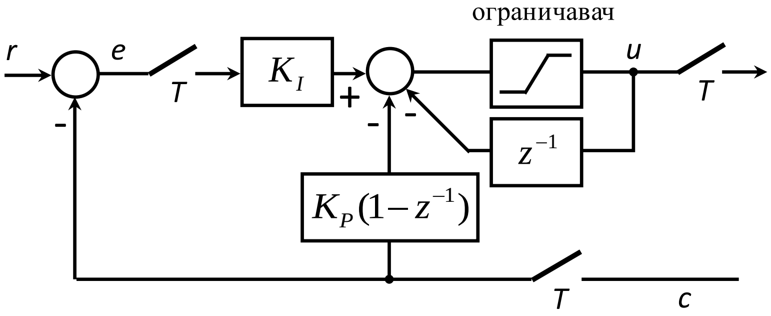
$$z_P^3 + 3 \cdot z_P^2 + 3 \cdot z_P - 3 = 0 \tag{65}$$

одакле се добија $z_P = 0{,}587$, $K_1 = z_P^3 = 0{,}203$ и $K_2 = 3 \cdot z_P^2 - 1 = 0{,}035$. Коначно, параметри регулатори се добијају у облику:

$$K_{P\omega} = \frac{K_1}{K^*}, \qquad K_{I\omega} = \frac{K_2}{K^*}. \tag{28}$$

Периоду одабирања T_ω је потребно одредити експериментално, симулацијом на развијеном детаљном моделу целокупног склопа. Мања вредност периоде одабирања T_ω омогућује бољи одзив петље при дејству поремећаја, али се њеним прекомерним смањењем могу појавити нежељена таласања у електромагнетном моменту.

II.16. Поставка PI регулатора са онемогућеним намотавањем



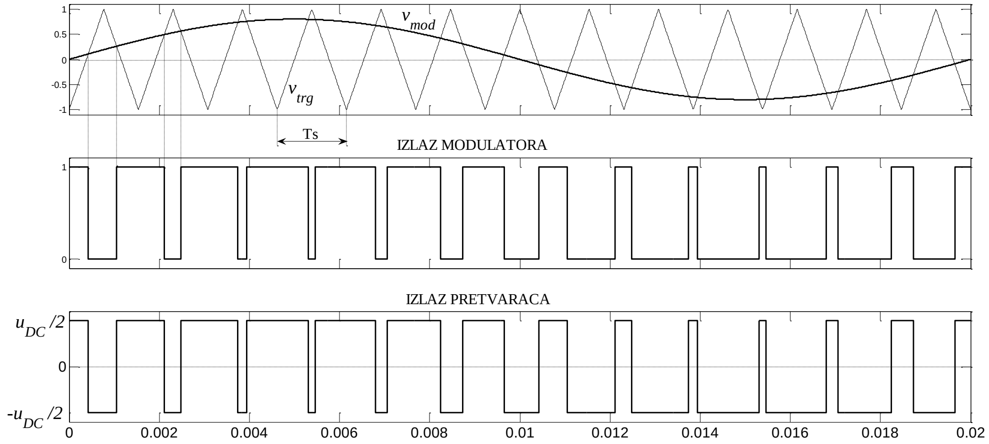
Слика 24. *PI* регулатор са онемогућеним намотавањем

III. ИМПУЛСНО – ШИРИНСКА МОДУЛАЦИЈА КОД ТРОФАЗНОГ НАИЗМЕНИЧНОГ ПРЕТВАРАЧА (СА ДВА НИВОА ИЗЛАЗНОГ НАПОНА)

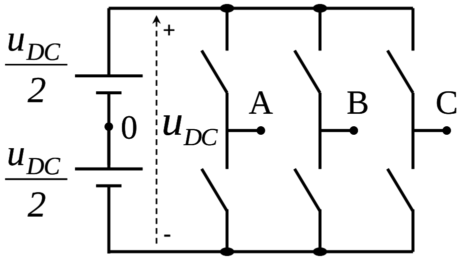
Сви приступи импулсно-ширинске модулације (ИШМ) се заснивају на производњи импулсних промена у излазном напону претварача, таквих да се оствари задата средња вредности напона у довољно уским временским периодима, званим периоди прекидања. Значење „довољно уски“ подразумева да је период прекидања кратак у поређењу са периодом напона који се жели добити, тако да се излазни напон заправо може сматрати једнаким произведеном.

III.1. Синусна ИШМ

Основни пример модулације је синусна ИШМ. Троугаони сигнал високе учестаности v_{trg}, зван још и носећи сигнал, се пореди у компаратору са синусоидалним сигналом, обично зван модулишући v_{mod}, који представља жељени излаз (слика 1). Када је троугаони сигнал нижи од модулишућег, или $v_{trg} < v_{mod}$, компаратор даје висок ниво на свом излазу. Тим сигналом се укључује у одређеној грани претварача транзистор повезан на позитиван крај једносмерног кола $+u_{DC}$ (на слици 2 горњи транзистор у грани). У исто време, таранзистор повезан на негативан крај $-u_{DC}$ (доњи транзистор у грани) мора бити искључен. У супротном, када је $v_{trg} > v_{mod}$, низак излаз компаратора укључује доњи транзистор, а искључује горњи. Напон између излазног прикључка те гране и средишње тачке једносмерног кола, нпр. u_{A0}, је приказан на последњем графику слике 1.



Слика 1. Синусна импулсно-ширинска модулација



Слика 2. Електрична шема наизменичног претварача са два нивоа у излазном напону

Модулатор ради у линеарном опсегу ако се амплитуда модулишућег сигнала $\hat{v}_{mod}$ држи мањом од амплитуде троугаоног сигнала $\hat{v}_{mod}$. Може се показати да се у линеарном опсегу рада амплитуда основног хармоника излазног напона мења линеарно са променом односа $\hat{v}_{mod}$ и $\hat{v}_{trg}$, названим индекс амплитудске модулације:

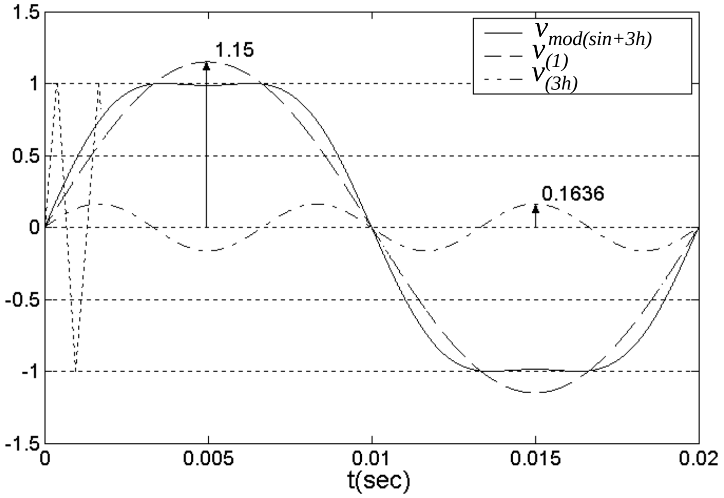
$$m_a = \frac{\hat{v}_{mod}}{\hat{v}_{trg}}. \tag{1}$$

Према томе, могуће је произвести синусоидални излазни напон, који је сразмеран жељеној вредности, а чија се амплитуда мења са променом амплитуде модулишућег сигнала. Такође, и његову учестаност је једноставно мењати променом учестаности модулишућег сигнала. Наравно, добијени излазни напон садржи више хармонике одређене учестаношћу прекидања. Међутим, у линеарном опсегу рада највећа вредност амплитуде основног хармоника напона u_{A0}, за $m_a=1$, износи свега $u_{DC}/2$.

Поређења ради, применом правоугаоног управљања, амплитуда основног хармоника напона u_{A0} износи $\frac{1}{2}\cdot(\frac{4\cdot u_{DC}}{\pi})=\frac{2}{\pi}\cdot u_{DC}$. Правоугаоно управљање трофазним претварачем је познато и као шестостепено, према облику фазног напона који се остварује на излазу. Оно има лошу особину: виши хармоници излазног напона се појављују на ниским учестаностима. Следи да се свега 78,5% напонских могућности претварача искориштава применом синусне ИШМ.

Из тог разлога, синусоидалном модулишућем сигналу се додаје трећи хармоник и тако добија синусна ИШМ са додатком 3. хармоника. Слика 3 приказује начин добијања модулишућег сигнала $v_{mod(sin+3h)}$. Амплитуду 3. хармоника $v_{(3h)}$ је потребно подесити на 16,36% амплитуде основног хармоника $v_{(1)}$. Тада се у крајњој тачки линеарног опсега рада модулатора, за $m_a=1$, добија амплитуда основног хармоника излазног напона увећана за 15% у односу на синусну ИШМ, или приближно 90,6% искоришћење напонских могућности претварача.

Међутим, и даље остаје битан недостатак у остваривању модулатора: потребни су засебни модулишући сигнали и компаратори за сваку грану (фазу) претварача.



Слика 3. Синусна ИШМ са додатком 3. хармоника

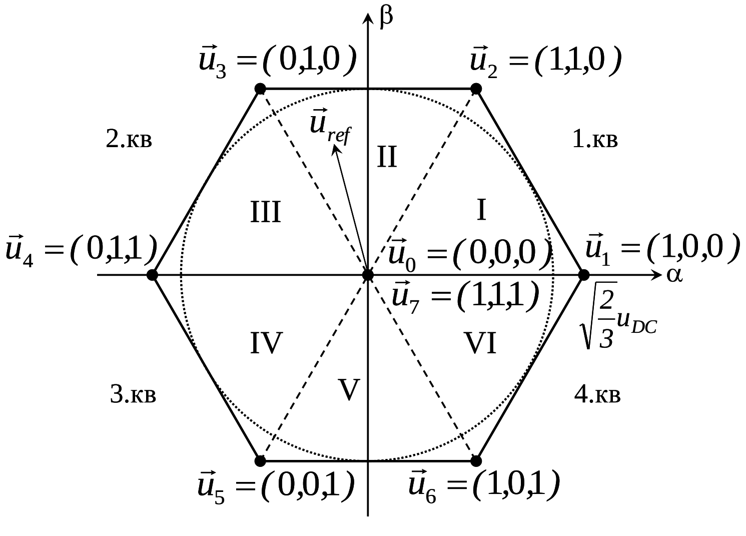
III.2. Модулација просторног вектора

Модулација просторног вектора се заснива на представи жељеног фазора напона у стојећем *αβ* координатном систему. За дати скуп излазних напона претварача по фазама *(u_{A0}, u_{B0}, u_{C0})*, компоненте фазора напона $\vec{u}$, u_α и u_β, се израчунавају применом пресликавања:

$$\vec{u} = u_\alpha + j \cdot u_\beta = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(u_{A0} \cdot \vec{a}^0 + u_{B0} \cdot \vec{a} + u_{C0} \cdot \vec{a}^2\right) \tag{2}$$

где је $\vec{a} = e^{j\frac{2\pi}{3}}$. Постоји осам могућих стања напона на излазу претварача. На пример, нака је у колу на слици 2 горњи транзистор у грани *A* укључен, док су у гранама *B* и *C* доњи транзистори укључени. Излазни напони по фазама су: $\left(u_{A0}, u_{B0}, u_{C0}\right) = \left(\frac{1}{2}u_{DC}, -\frac{1}{2}u_{DC}, -\frac{1}{2}u_{DC}\right)$. У наставку ово стање ће бити звано *(1,0,0)*. Према изразу (2) фазор напона има вредност $u_1 = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot u_{DC} \cdot e^{j0}$.

Сличним приступом за остала стања претварача проналазе се два нулта вектора, $\vec{u}_0$ за стање *(0,0,0)* и $\vec{u}_7$ за стање *(1,1,1)*, и 6 ненултих вектора, од $\vec{u}_1$ до $\vec{u}_6$, приказаних на слици 4.



Слика 4. Стања претварача у *αβ* координатном систему

Изразом (3) могу се представити свих 6 ненултих вектора напона.

$$\vec{u}_K = \sqrt{\frac{2}{3}} u_{DC} \cdot e^{j(K-1)\frac{\pi}{3}} \quad \text{за} \qquad K=1,...,6. \tag{3}$$

Неки жељени фазор напона $\vec{u}_{ref}$ који се налази унутар шестоугаоника (слика 4) може се остварити као усредњена вредност два суседна ненулта вектора стања, где би сваки од вектора био присутан одговарајуће време на излазу претварача. Тако се $\vec{u}_{ref}$ може остварити унутар половине периоде прекидања T_S на начин:

$$\vec{u}_{ref} \cdot \frac{T_S}{2} = \vec{u}_K \cdot T_K + \vec{u}_{K+1} \cdot T_{K+1} \tag{4}$$

где су $\vec{u}_K$ и $\vec{u}_{K+1}$ два суседна ненулта вектора, а T_K и T_{K+1} времена њиховог присуства на излазу претварача унутар $T_S/2$. Унутар шестоугаоника ће увек важити: $T_K + T_{K+1} < \frac{T_S}{2}$. У остатку времена, од $T_K + T_{K+1}$ до $T_S/2$, потребно је довести један од нултих вектора стања, $\vec{u}_0$ или $\vec{u}_7$, на излаз чије се трајање T_0 тада добија као:

$$T_0 + T_K + T_{K+1} = \frac{T_S}{2} \tag{5}$$

Применом израза (3) у израз (4) и раздвајањем реалног и имагинарног дела добија се:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} \cdot \frac{T_S}{2} &= \sqrt{\frac{2}{3}} u_{DC} \cdot (T_K \begin{bmatrix} cos\frac{(K-1)\pi}{3} \\ sin\frac{(K-1)\pi}{3} \end{bmatrix} + T_{K+1} \begin{bmatrix} cos\frac{K\cdot\pi}{3} \\ sin\frac{K\cdot\pi}{3} \end{bmatrix}) = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} u_{DC} \begin{bmatrix} cos\frac{(K-1)\pi}{3} & cos\frac{K\cdot\pi}{3} \\ sin\frac{(K-1)\pi}{3} & sin\frac{K\cdot\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_K \\ T_{K+1} \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{6}$$

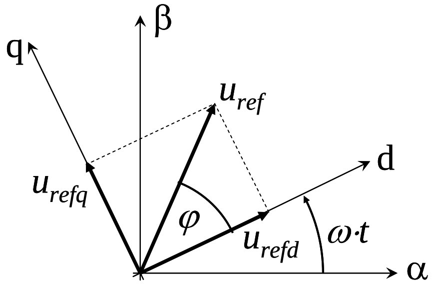
одакле се израчунавају времена трајања напонских стања унутар $T_S/2$:

$$\begin{bmatrix} T_K \\ T_{K+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{T_S}{u_{DC}} \begin{bmatrix} sin\frac{K \cdot \pi}{3} & -cos\frac{K \cdot \pi}{3} \\ -sin\frac{(K-1)\pi}{3} & cos\frac{(K-1)\pi}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Жељени напон $\vec{u}_{ref}$ има одговарајућу амплиту $\left| u_{ref} \right|$ и фазу φ па се може представити на начин:

$$\begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} = \left| u_{ref} \right| \cdot \begin{bmatrix} cos(\omega t + \varphi) \\ sin(\omega t + \varphi) \end{bmatrix} \tag{8}$$

где је $\varphi = arctg\frac{u_{refq}}{u_{refd}}$, $\left| u_{ref} \right| = \sqrt{u_{refd}^2 + u_{refq}^2}$, а u_{refd} и u_{refq} компоненте $\vec{u}_{ref}$ изражене у ротирајућем *dq* координатном систему. У облику фазорског дијаграма ово је приказано сликом 5.



Слика 5. Представа жељеног напона $\vec{u}_{ref}$ прего његове амплитуде и фазе

Уврштавањем (8) у (7), времена трајања стања $\vec{u}_K$ и $\vec{u}_{K+1}$ се могу израчунати као:

$$\begin{bmatrix} T_K \\ T_{K+1} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\left| u_{ref} \right|}{u_{DC}} \cdot T_S \begin{bmatrix} sin(\frac{K \cdot \pi}{3} - \omega t - \varphi) \\ -sin(\frac{(K-1)\pi}{3} - \omega t - \varphi) \end{bmatrix}. \tag{9}$$

Следећи задатак је одредити који су то суседни вектори жељеном $\vec{u}_{ref}$. Овај проблем се може свести на проналажење сектора у којем се тренутно $\vec{u}_{ref}$ налази (слика 4). Решење је дато табелом I.

Табела I. Одређивање сектора у коме се налази вектор жељеног напона $\vec{u}_{ref}$.

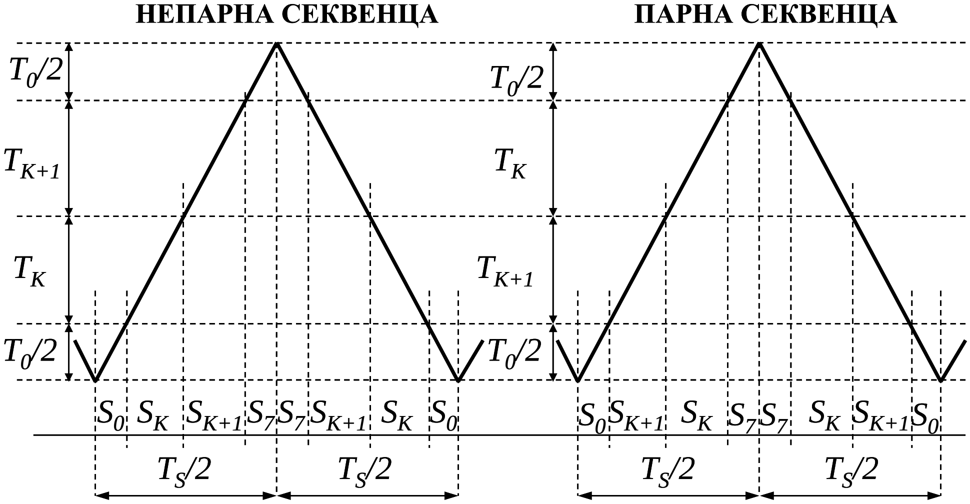
1.квадрант: $u_\alpha \geq 0, u_\beta > 0$	2.квадрант: $u_\alpha \leq 0, u_\beta > 0$
I сектор: $u_\beta \leq \sqrt{3} \cdot u_\alpha$ II сектор: $u_\beta > \sqrt{3} \cdot u_\alpha$	II sektor: $u_\beta \geq \sqrt{3} \cdot (-u_\alpha)$ III sektor: $u_\beta < \sqrt{3} \cdot (-u_\alpha)$
3.квадрант: $u_\alpha < 0, u_\beta \leq 0$	4.квадрант: $u_\alpha > 0, u_\beta \leq 0$
IV сектор: $(-u_\beta) \leq \sqrt{3} \cdot (-u_\alpha)$ V сектор: $(-u_\beta) > \sqrt{3} \cdot (-u_\alpha)$	V сектор: $(-u_\beta) \geq \sqrt{3} \cdot u_\alpha$ VI сектор: $(-u_\beta) < \sqrt{3} \cdot u_\alpha$

Да би се добило најмање хармонијско изобличење излазног напона и најмања учестаност прекидања за сваки од транзистора у претварачу, потребно је редослед прелазака између вектора стања поставити тако да он захтева промену стања само у једној грани претварача. Ово се остварује ако се унутар $T_S/2$ пође из једног нултог стања, затим прође кроз суседне ненулте векторе, дође у друго нулто стање. У другој $T_S/2$, овај низ промена је обрнут. Ако се $\vec{u}_{ref}$ налази у *1.* сектору тада је низ стања: 0127210, али ако смо у 2. сектору низ је 0327230. Значи, постоји различитост у редоследу прелаза између ненултих вектора зависно од тога у коме се сектору налазимо. У општем случају потребно је применити правило дато табелом II.

Табела II. Оптималан низ вектора стања унутар једне периоде прекидања.

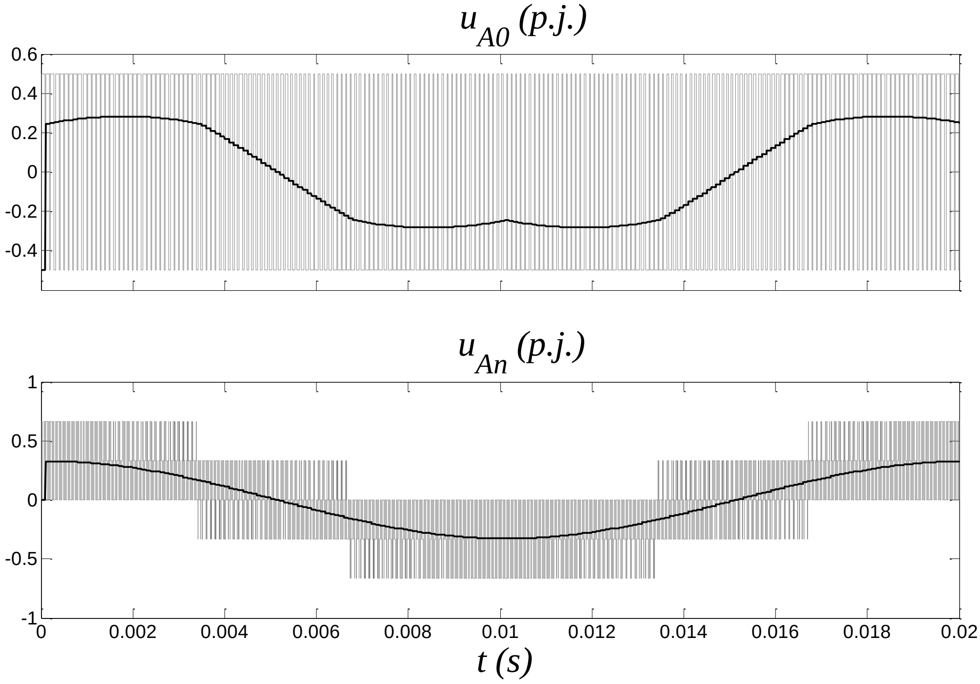
за непарне секторе	u_0	u_K	u_{K+1}	u_7	u_{K+1}	u_K	u_0
за парне секторе	u_0	u_{K+1}	u_K	u_7	u_K	u_{K+1}	u_0

Начин на који се сам модулатор може остварити приказан је на слици 6, где се срачуната времена T_K, T_{K+1} и T_0 пореде са троугаоним носиоцем периоде T_S, а као резултат добијају побудни сигнали транзистора.



Слика 6. Начин остваривања модулатора

Слика 7 приказује временски одзив једног фазног напона на излазу претврача, u_{A0}, и одговарајући фазни напона мерен у односу на звездиште потрошача, u_{An}, добијени на развијеном моделу модулатора просторног вектора за $u_{DC}=1$ *r.j.*, $u_d=0{,}4$ *r.j.*, $u_q=0{,}0$ *r.j.*, и $\omega=314$ *rad/s*. Тамном линијом дате су њихове усредњене вредност у свакој периоди прекидања T_S. Може се приметити у облику средње вредности u_{A0} да његов облик одговара облику који би се добио синусном модулацијом са додатком 3. хармоника.



Слика 7. Тренутни и усредњени облици напона на излазу претварача u_{A0} и напона на једној фази потрошача u_{An} када је примењена модулација просторног вектора

Највећи модуо вектора излазног напона који се може остварити у линеарном опсегу применом ове технике модулације одговара пречнику круга уписаном у шестоугаоник на слици 4.

$$max(u_d^2+u_q^2)=\sqrt{\frac{2}{3}}u_{DC}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}u_{DC} \qquad (10)$$

Амплитуда фазора напона применом пресликавања према изразу (2) одговара ефективној вредности линијског напона. Следи да је амплитуда основног хармоника фазног напона једнака $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}u_{DC}=\frac{1}{\sqrt{3}}u_{DC}$. Добијено искоришћење напонских могућности једнако је вредности коју остварује синусна модулација са додатком 3. хармоника, односно 90,6%, на шта је указивала и слика 7.

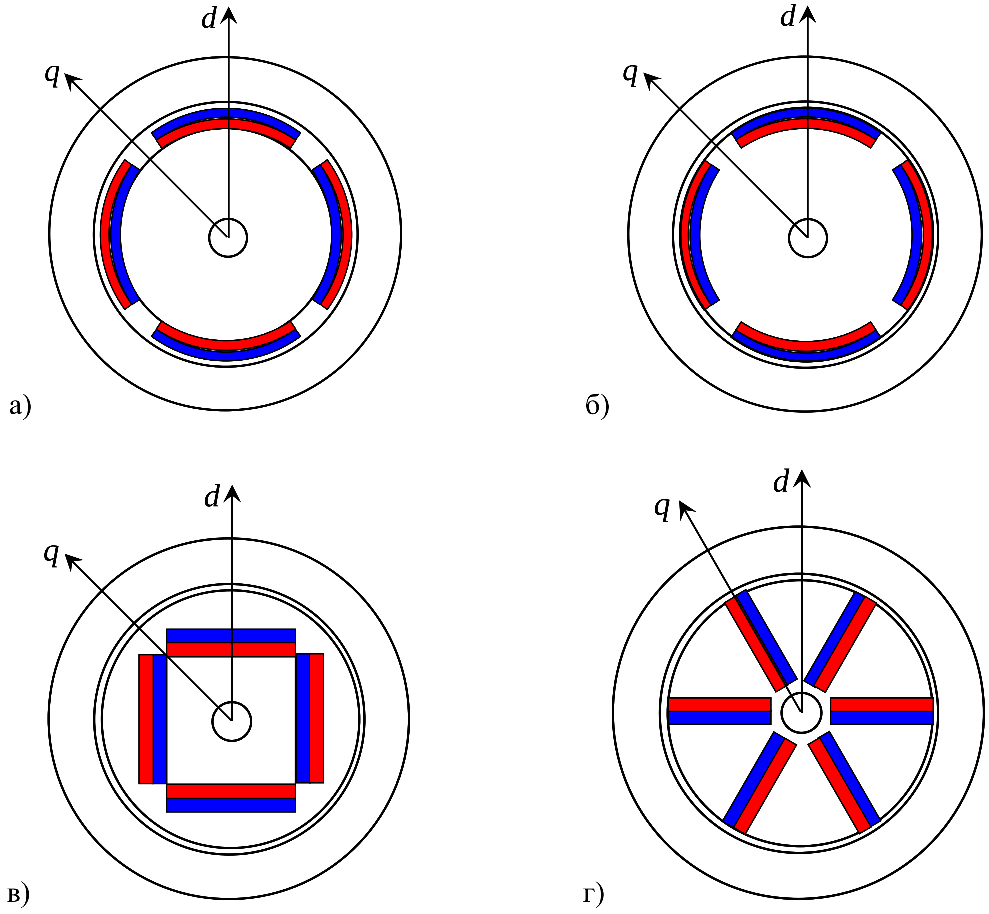
IV. ВЕКТОРСКО УПРАВЉАЊЕ СИНХРОНОМ МАШИНОМ СА СТАЛНИМ МАГНЕТИМА

Синхрона машина са сталним магнетима на ротору (СМСМ) се углавном примењује као извршни орган у погону у коме наизменични претварач управља струјама статорског намотаја сходно положају ротора. Назива се још и *brushless dc machine* јер заправо представља машину једносмерне струје код које су статор и ротор заменили места, арматурни намотај је овде статор, а побудно поље развијају магнети који су на ротору. Самим тим и карактеристике у раду ових машина су сличне.

IV.1. Поставка СМСМ

Постоје две основне врсте СМСМ. Прву чине машине која развијају трапезни облик електромоторне силе (ЕМС). Одговарајућим положајем магнета остварују правоугаону расподелу поља дуж ваздушног зазора, а намотаји статора су просторно груписани. За остваривање електромагнетног момента мале таласности потребно им је обезбедити квазиправоугаони облик струја статора са позитивним и негативним импулсима у струји од по 120° електричних. У другу групу спадају машине са ЕМС синусоидалног облика. Положај магнета је такав да остварују синусоидалну расподелу поља у зазору, а статорски намоти чине равномерно распоређени вишефазни намотај. Захтевају синусоидалан облик вишефазних струја статора фазно подешених спрам положаја ротора. Наведене разлике у изгледу струја статора често су повод да се прва врста машина назива *brushless dc machine*, а друга *brushless synchronous machine*. Овај приручник се бави управљањем СМСМ друге врсте, са синусоидалном ЕМС.

На слици 1 приказане су четири најзаступљеније поставке СМСМ: а) машина са површински постављеним магнетима на ротору, б) машина са површински угњежденим магнетима, в) машина са дубински угњежденим радијално усмереним магнетима и г) машина са дубински угњежденим бочно усмереним магнетима.



Слика 1. Четири врсте поставке СМСМ.

Ротирајући dq координатни систем се код СМСМ везује за ротор тако да се d оса поклапа са симетралом линија северног магнетног поља у ваздушном зазору. Тада је q оса усмерена дуж путање међу половима у зазору, тј. симетрале дела у зазору у коме нема поља.

а) СМСМ са површински постављеним магнетима на ротору

Код СМСМ са површински постављеним магнетима подужна и попречна редна индуктивност, L_d и L_q, су једнаке. Ово потиче од чињенице да је релативна магнетна пермеабилност сталних магнета приближно једнака једници, тако да се, магнетско коло спреге статора и ротора понаша као да постоји равномеран и ефективно шири ваздушни зазор. Због широког зазора L_d и L_q су релативно мале.

б) СМСМ са површински угњежденим магнетима на ротору

Како је магнетна пермеабилност магнета много нижа од пермеабилности гвожђа, код ове поставке машина редна индуктивност L_d је нижа од L_q. Разлика у L_d и L_q доводи до појаве релуктантног електромагнетног момента. Такође, L_d је веће него код СМСМ са површински постављеним магнетима.

в) СМСМ са дубински угњежденим радијално усмереним магнетима на ротору

И код ове поставке важи да је $L_d < L_q$, а L_d је веће у односу на две претходне поставке.

г) СМСМ са дубински угњежденим бочно усмереним магнетима на ротору

Магнетно коло код ове поставке усмерава поље магнета кроз зазор тако да се добија знатно већи флукс у зазору. Ово допушта примену сталних магнета заснованих на феритним језгрима. Она су знатно јефтинија али поседују мањи заостали магнетизам B_r у односу на магнете од ретких земаља *(Ne-Fe-B* и *Sm-Co)* који се примењују у претходним поставкама. Овде важи међутим да је $L_d > L_q$.

Поставка машине са површински постављеним магнетима може бити примењена да би се добио било трапезни облик ЕМС, било синусоидални облик ЕМС. Са друге стране, преостале три врсте се претежно користе као машине са синусоидалним обликом ЕМС.

IV.2. Математичка представа СМСМ

Математичка представа СМСМ у ротирајућем *dq* координатном систему у апсолутним једницама усмереном према претходним напоменама гласи:

$$L_d \cdot \frac{di_d}{dt} = -R_S \cdot i_d + L_q \cdot \omega \cdot i_q + u_d \tag{1}$$

$$L_q \cdot \frac{di_q}{dt} = -R_S \cdot i_q - L_d \cdot \omega \cdot i_d - u_{EMS} + u_q, \qquad u_{EMS} = \Psi_{SM} \cdot \omega \tag{2}$$

$$m_{el} = P \cdot (\Psi_{SM} \cdot i_q + (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q) \tag{3}$$

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = m_{el} - m_{meh} \tag{4}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \tag{5}$$

где су i_d и i_q струје статора, напони u_d и u_q на крајевима статора, u_{EMS} индукована електромомотрна сила, ω електрична угаона брзина, m_{el} електромагнетни момент и m_{meh} момент оптерећења, θ електрични угао ротора, док машину описују R_S отпорност статора, подужна L_d и попречна L_q редна индуктивност ротора, Ψ_{SM} флукс магнета који се затвара кроз статорски намотај, *P* број пари полова, *J* момент инерције.

Да би се дати модел превео у представу са релативним јединицама потребно је одредити базне вредности. Примена пресликавања координата из трофазног склопа у двофазни које одржава једнакост снага (дато у прилогу), препоручује следећи избор основних базних вредности:

$$U_B = U_{LN},\ I_B = \sqrt{3} \cdot I_N,\ \omega_B = \omega_N$$

где су U_{LN} називни линијски напон машине, I_N називна струја и ω_N називна електрична угаона брзина. На основу њих добијају се изведене базне врдности импедансе и момента:

$$Z_B = \frac{U_B}{I_B},\ M_B = P \cdot \frac{U_B \cdot I_B}{\omega_B}.$$

Сведена у релативне јединице представа машине добија следећи облик:

$$\tau_d \cdot \frac{di_d}{dt} = -r_S \cdot i_d + x_q \cdot n \cdot i_q + u_d \tag{6}$$

$$\tau_q \cdot \frac{di_q}{dt} = -r_S \cdot i_q - x_d \cdot n \cdot i_d - u_{EMS} + u_q, \qquad u_{EMS} = \psi_{SM} \cdot n \tag{7}$$

$$m_{el} = \psi_{SM} \cdot i_q + (x_d - x_q) \cdot i_d \cdot i_q \tag{8}$$

$$\tau_{meh} \cdot \frac{dn}{dt} = m_{el} - m_{meh} \tag{9}$$

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\theta}{dt} = n \tag{10}$$

За напоне, струје статора и електромагнетни и момент оптерећења задржане су претходне ознаке, док је са n означена сведена електрична угаона брзина ротора. Овде особине машине описују τ_d период реактансе по подужној и τ_q попречној оси, r_S сведена отпорност статорског намотаја, сведене реактансе x_d и x_q, сведени флукс сталних магнета ψ_{SM}, механичка временска констамта τ_{meh}. Угаони положај ротора остаје изражен у апсолутним јединицама. Сведене особине машине добијају се на следећи начин:

$$r_S = \frac{R_S}{Z_B},\ \tau_d = \frac{L_d}{Z_B},\ \tau_q = \frac{L_q}{Z_B},\ x_d = \frac{\omega_B \cdot L_d}{Z_B},\ x_q = \frac{\omega_B \cdot L_q}{Z_B},\ \psi_{SM} = \frac{\omega_B \cdot \Psi_{SM}}{U_B},$$

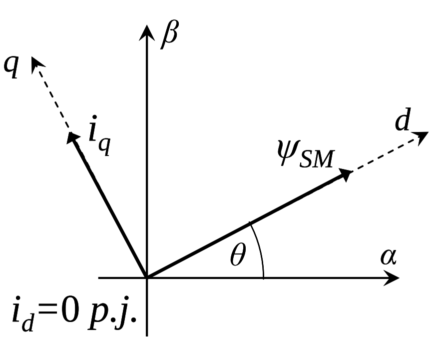
$$\tau_{meh} = \frac{\omega_B \cdot J}{P \cdot M_B}.$$

IV.3. Алгоритам векторског управљања СМСМ

Израз (8) показује да код машине са површински постављеним магнетима, где је $\tau_d = \tau_q$, електромагнетни момент развија само део струје статора по попречној оси i_q. У радном опсегу до називне брзине i_d се држи на нултој вредности. Довођењем негативне i_d може остварити слабљење поља и остварити рад на брзинама вишим од називне. Међутим, због мале вредности τ_d потребна је велика вредност i_d да би се постигло слабљење поља. Из тог разлога овом врстом машина се управља до брзина реда 1,2 *p.j.*

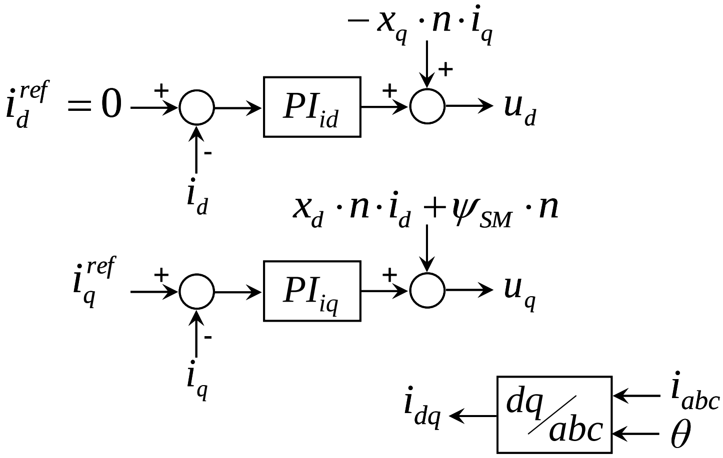
Три поставке са угњежденим магнетима код којих су различите τ_d и τ_q пружају знатно више могућности за остваривање сврсисходног управљачког алгоритма. Поред основне компоненте електромагнетног момента, која потиче од међусобног дејства поља магнета ψ_{SM} и струје статора управне на њега i_q, оне развијају и релуктантну компоненту електромагнетног момента (други део у изразу 8). У зависности да ли је $\tau_d > \tau_q$ или $\tau_d < \tau_q$ захтеви за управљањем у опсегу до називне брзине су различити. Такође, знатно веће врдности τ_d чине могућност слабљења поља приступачнијим. Опсег промене брзина се тако проширује и код њин иде до 3 *r.j.*

Како се у овом раду разматра рад на брзинама нижим од називне, из разлога једноставности, у наставку је одабран приступ да се подужни i_d део држи на нултој вредности (i_d=0), док се попречни i_q део задаје према захтеву за жељени електромагнетни момент. Слика 2 приказује фазорски дијаграм на коме је приказан флукс магнета ψ_{SM} постављен у *d* осу координатног система и жељени положај струје статора $i=i_q$, $i_d=0$.



Слика 2. Фазорски дијаграм величина у векторски управљаној СМСМ

Алгоритам управљања представљен у облику блок дијаграма дат је на слици 3.



Слика 3. Блок дијаграм управљачког алгоритма вектроског управљања

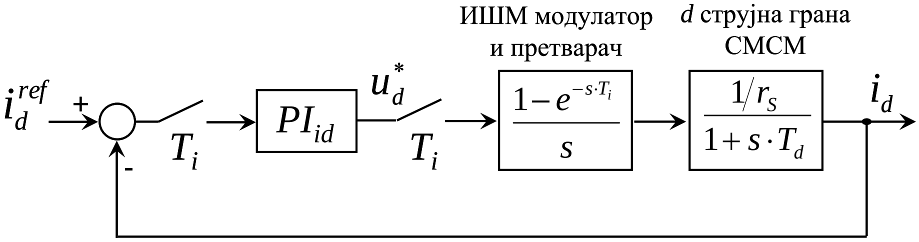
IV.4. Прорачун регулатора струја статора

Захваљујући распрежућим члановима, приказаним на слици 3, саки од *PI* регулатора делује само на промену струје коју регулише. Ако се сагласно слици 3 уведу напони u_d^* и u_q^* тако да је:

$$u_d = u_d^* - x_q \cdot n \cdot i_q \tag{11}$$

$$u_q = u_q^* + x_d \cdot n \cdot i_d + \psi_{SM} \cdot n \tag{12}$$

тада регулациона петља струје i_d добија облик приказан на слици 4.



Слика 4. Регулациона петља струје i_d

Параметри регулатора могу се одредити применом Дахлиновог поступка прорачуна на начин:

$$PI_{id}(z) = K_{Pid} \cdot (1 + \frac{K_{Iid}}{1 - z^{-1}}) \tag{13}$$

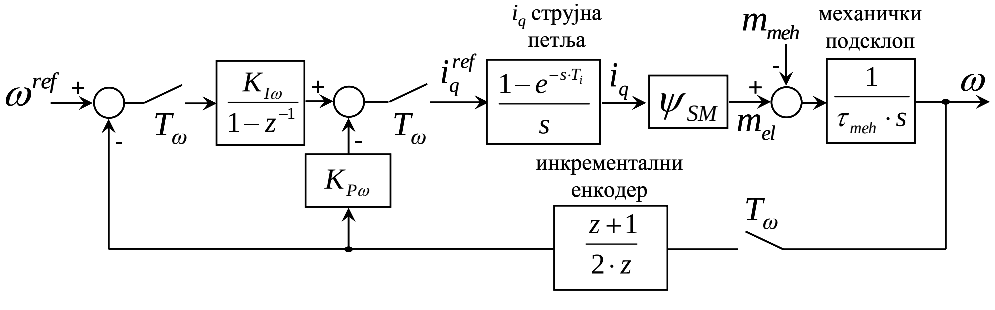
$$K_{Pid} = \frac{(1 - e^{-\lambda \cdot T_i})}{K \cdot (e^{T_i/T_d} - 1)} \tag{14}$$

$$K_{Iid} = e^{T_i/T_d} - 1 \tag{15}$$

где су K_{Pid} и K_{Iid} пропорционално и интегрално дејство регулатора, K је укупно појачање у директној грани ($K = \frac{1}{r_S}$), T_i је периода одабирања петље, λ је параметар Дахлиновог прорачуна којим се задаје брзина одзива управљане променљиве и T_d је временска константа d струјне гране ($T_d = \frac{\tau_d}{r_S}$). На подударан начин прорачунава се и регулатор за струју i_q.

IV.5. Прорачун регулатора угаоне брзине ротора

Прорачун регулатора угаоне брзине ротора СМСМ заснива се на поступку проналажења оптималних вредности параметара регулатора, $K_{P\omega}$ и $K_{I\omega}$, при чему је његова поставка унапред одређена како је приказано сликом 5. Периода одабирања је T_ω. Подешена струјна пеља струје i_q представља коло задршке нултог реда, пошто је њен улаз, тј. излаз регулатора брзине, задата вредност струје i_q^{ref}, а њен излаз тренутна струја i_q. Као мерни претварач брзине примењен је инкрементални енкодер. Извођење преносне функције енкодера дато је у наставку.



Слика 5. Регулациона петља угаоне брзине ротора

Инкрементални енкодер мери ртедњу вредност брзине у периоду између два тренутка одабирања:

$$\omega_{k+1}^{mer} = \frac{\omega_{k+1} + \omega_k}{2} . \qquad (16)$$

По преласку у z домен (16) коначно постаје:

$$\omega^{ref}(z) = \omega(z) \cdot \frac{z+1}{2 \cdot z} . \qquad (17)$$

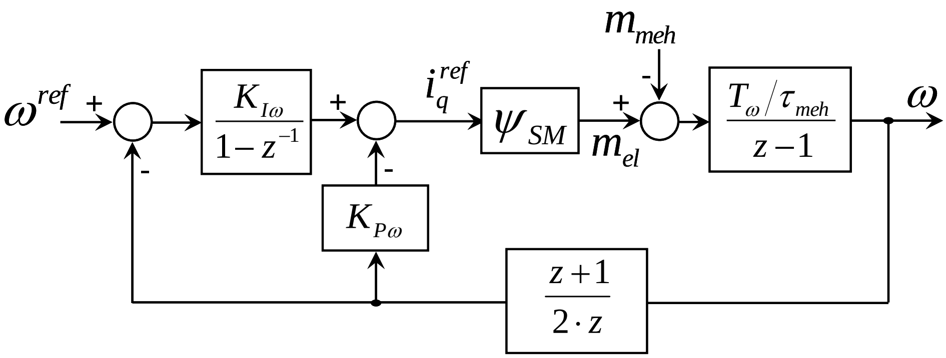
Следећи корак у поступку је превођење дела регулационе петље са слике 5 датог у континуалном домену у z домен. При томе предпоставља се да и момент оптерећења делује на механички подсклоп преко кола задршке нултог реда. Према томе потребно је одредити:

$$\omega(z) = Z\left\{\frac{1-e^{-s \cdot T_\omega}}{s} \cdot \frac{\psi_{SM}}{\tau_{meh} \cdot s}\right\} \cdot i_q^{ref}(z) - Z\left\{\frac{1-e^{-s \cdot T_\omega}}{s} \cdot \frac{1}{\tau_{meh} \cdot s}\right\} \cdot m_{meh}(z) . \qquad (18)$$

Решење израза (18) представља:

$$\omega(z) = \frac{T_\omega}{z-1} \cdot \frac{\psi_{SM}}{\tau_{meh}} \cdot i_q^{ref}(z) - \frac{1}{\tau_{meh}} \cdot \frac{T_\omega}{z-1} \cdot m_{meh}(z) \qquad (19)$$

на основу чега је регулациона петља са слике 5, преведена у z домен, приказана сликом 6.



Слика 6. Дискретизована регулацион петља по брзини

Преносна функција од улаза ω до излаза ω^{ref} регулационе петље добија се као:

$$\frac{\omega(z)}{\omega^{ref}(z)}=\frac{\frac{K_{I\omega}}{1-z^{-1}}\cdot\psi_{SM}\cdot\frac{T_\omega/\tau_{meh}}{z-1}}{1+\psi_{SM}\cdot\frac{T_\omega/\tau_{meh}}{2}\cdot\frac{z+1}{z\cdot(z-1)}\cdot(\frac{K_{I\omega}\cdot z}{z-1}+K_{P\omega})} \tag{20}$$

Имениоц претходног израза представља карактеристичну једначину склопа *f(z)*:

$$f(z)=z^3+(K^*\cdot K_{I\omega}+K^*\cdot K_{P\omega}-2)\cdot z^2+(1+K^*\cdot K_{I\omega})\cdot z-K^*\cdot K_{P\omega} \tag{21}$$

где је $K^*=\psi_{SM}\cdot\frac{T_\omega/\tau_{meh}}{2}$. Увешћемо и додатне константе: $K_1=K^*\cdot K_{P\omega}$ и $K_2=K^*\cdot K_{I\omega}$. Ако су z_1, z_2 и z_3 полови карактеристичне једначине она се може представити у облику:

$$f(z)=(z-z_1)\cdot(z-z_2)\cdot(z-z_3). \tag{22}$$

Изједначавањем коефицијената у полиномима (21) и (22) добија се да је:

$$z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 = K_1 \tag{23}$$

$$z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot z_3 = 1 + K_2 \tag{24}$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 2 - K_1 - K_2 . \tag{25}$$

Такође, ако се претходни изрази саберу добија следећи израз:

$$z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot z_2 + z_2 \cdot z_3 + z_1 \cdot z_3 + z_1 + z_2 + z_3 = 3 \tag{26}$$

који показује да је низ једначина (23), (24), (25), зависан, односно да постоји један степен слободе којим се може остварити оптимизација понашања склопа. Оптимално решење, које ће бити примењено у овом раду, представља остваривање најбржег могућег одзива апериодичног облика. Захтев ће бити испуњен када су сви полови једначине (21) једнаки и реални, тј. $z_1 = z_2 = z_3 = z_P$. Тада једначина (26) постаје:

$$z_P^3 + 3 \cdot z_P^2 + 3 \cdot z_P - 3 = 0 \tag{27}$$

одакле се добија $z_P = 0{,}587$ и $K_1 = z_P^3 = 0{,}203$, $K_2 = 3 \cdot z_P^2 - 1 = 0{,}035$. Коначно, параметри регулатори се добијају у облику:

$$K_{P\omega} = \frac{K_1}{K^*}, \quad K_{I\omega} = \frac{K_2}{K^*} . \tag{28}$$

Периоду одабирања T_ω је потребно одредити експериментално, симулацијом на развијеном детаљном моделу целокупног склопа. Мања периода одабирања је повољна да би се смањио утицај поремећаја, али се при мањим T_ω могу добити нежељена таласања у електромагнетном моменту.

V. УПРАВЉАЊЕ РАДОМ НАИЗМЕНИЧНОГ ПРЕТВАРАЧА НА ЕЛЕКТРИЧНОЈ МРЕЖИ

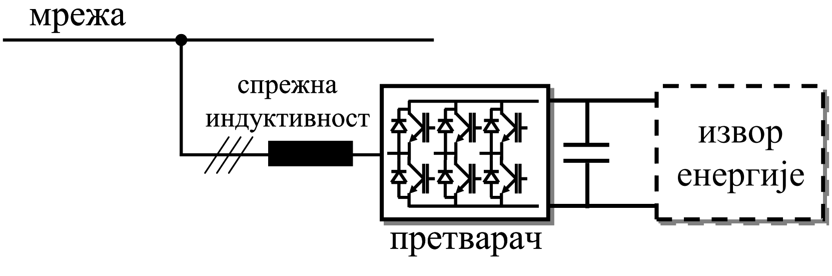
Развој и примена наизменичних претварача енергетске електронике у сврху повезивања на електричну мрежу је област која доживљава нагли успон. Претварачи се повезују како на дистрибутивну мрежу, напона више десетина киловолти, тако и на преносну мрежу, напона неколико стотина киловолти. Видови примене су разноврсни: међусобно повезивање две или више преносних мрежа, повезивање расутих извора електричне енергије, повећавање пропусне моћи мреже, управљање током реактивне снаге и поправка квалитета електричне енергије. Ови уређаји представљају главну узданицу у настојањима да се оствари таква поставка мреже која ће омогућити повећање управљивости и поузданости њеног рада и већи удео малих, расутих произвођача еленергије.

V.1. Видови спреге претварача са мрежом

Постоји три основне спреге наизменичног претварача са мрежом: оточна, редна и обједињена спрега. Свака пружа одговарајуће могућности и у складу са тиме налази примену. У наставку поглавља биће изложене особености сваке од спрега и наведене области примене.

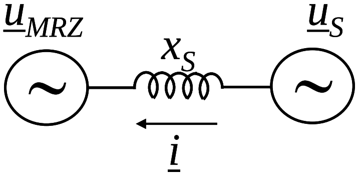
а) Оточна спрега претварача са мрежом

Коло чини претварач који је преко спрежне индуктивности оточно повезан на вод електричне мреже (слика 1).



Слика 1. Оточна спрега претварача са мрежом

Претварач на својим наизменичним крајевима производи напон који има одговарајући фазни став у односу на напон мреже. Упроштена представа кола, у којој је узет у обзир само основни хармоник излазног напона претварача, је приказана на слици 2. Са $\underline{u}_{MRZ}$ је означен напон мреже, са $\underline{u}_{S}$ напон на наизменичним прикључцима претврача, x_S је реактанса спрежне индуктивности, а $\underline{i}$ представља струју у колу.

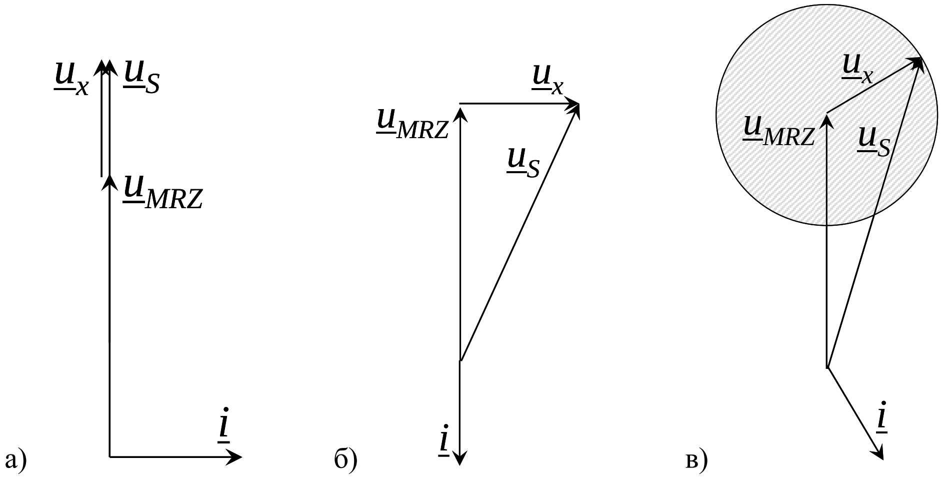


Слика 2. Упрошћена представа кола

Начин рада склопа објашњен је на примеру када претварач ради као извор реактивне снаге, односно *static VAR compensator*. Ако је напон претварача $\underline{u}_{S}$ у фази са напоном мреже $\underline{u}_{MRZ}$, тада напон на спрежној индуктивности x_S, потиче од разлике у њиховим амплитудама:

$$\underline{u}_x = \underline{u}_S - \underline{u}_{MRZ} \tag{1}$$

Треба обратити пажњу да позитивна вредност струје значи да се снага од стране претварача предаје мрежи. Када је $\underline{u}_{S}$ веће амплитуде од $\underline{u}_{MRZ}$ добија се струја $\underline{i}$ која означава ток реактивне снаге из претварача у мрежу (слика 3.а). За $\underline{u}_{S}$ мање од $\underline{u}_{MRZ}$ добило би се супротно, да претврач троши реактивну снагу.



Слика 3. Фазорски дијаграм величина у колу када претварач ради као извор реактивне енергије (а), претварач преузима активну снагу из мреже (б) и општа област рада при ограниченој струји $\underline{i}$ (в)

Ток реактивне снаге кроз наизменичне прикључке претварача захтева упошљавање и активне снаге из једносмерног кола да би се покрили губици снаге у полупроводничким компонентама и у капацитивности једносмерног кола. Стога је, да би се напон једносмерног кола држао на жељеном нивоу, потребно остварити и члана у напону $\underline{u}_S$ који ће довести до тока активне снаге у претварач. Сада је потребно фазно закаснити $\underline{u}_S$ у односу на $\underline{u}_{MRZ}$ како је приказано сликом 3.б. Укупан потребан напон $\underline{u}_S$ се добија као векторски збир напона мреже $\underline{u}_{MRZ}$ и оба члана напона $\underline{u}_x$ са слике 3.а. и 3.б.

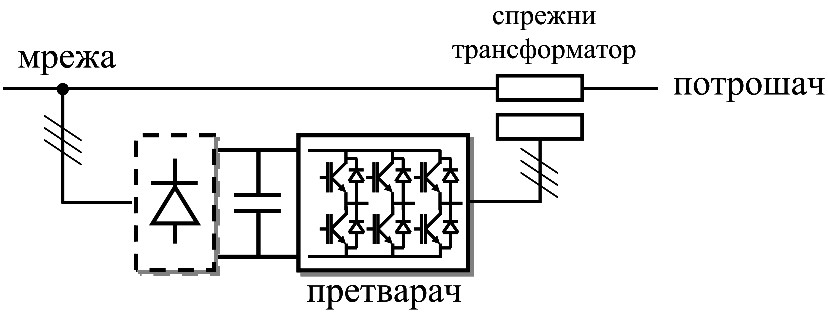
Када је једносмерно коло претварача повезано на неки извор енергије (слика 1) тада је ту енергију потребно проследити у мрежу. За ову потребу напон $\underline{u}_S$ ће предњачити у односу на $\underline{u}_{MRZ}$. У општем случају претварач по потреби може радити у сва четири кварданта простора активне и реактивне снаге. Ограничење по амплитуди струје $\underline{i}$ намеће да се напон $\underline{u}_S$ креће унутар једне кружнице са центром у врху фазора напона $\underline{u}_{MRZ}$ како је приказано сликом 3.в. Додатно ограничење може доћи од расположиве амплитуде напона $\underline{u}_S$ условљеног вредношћу напона једносмерног кола.

Овај вид спреге је далеко заступљенији у примени од других видова спреге. Код погона машине наизменичне струје који је управљан двоструким претврачем (*back-to-back converter*) део повезан на мрежу често се назива активни исправљач или *active-front-end*. Већ је поменут *static VAR compensator* за размену реактивне снаге са мрежом. Претварач може бити управљан и да оствари задат тренутни облик струје мреже $\underline{i}$ што му пружа могућност да представља понор за више хармонике струје једног или више нелинеарних потрошача повезаних на мрежу. Овако је добијен активни филтар за хамонијско изобличење струје.

Поменуто је и да једносмерно коло оточно везаног претварача може педстављати спрежну тачку са неким извором енергије коју је потребно проследити у мрежу. У поменутој поставци двоструког претварача, генератор наизменичне струје, асинхрони или синхрони, се спреже на једносмерно коло преко свог наизменичног претварача. Фотонапонска ћелија се спреже на једносмерно коло преко одговарајућег *DC/DC* претварача, најчеће подизача напона (*boost converter*). Коначно, *HVDC link* омогућује повезивање две преносне мреже, а чине га припадајући претварачи спрегнути преко својих једносмерних кола.

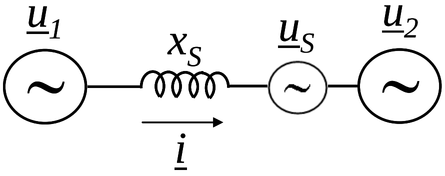
б) Редна спрега претварача са мрежом

Наизменични претварач се редно спреже са електричном мрежом преко редно везаног напонског трансформатора. На тај начин ток снаге кроз мрежу уједно тече и кроз претварач. Коло склопа је приказано на слици 4.



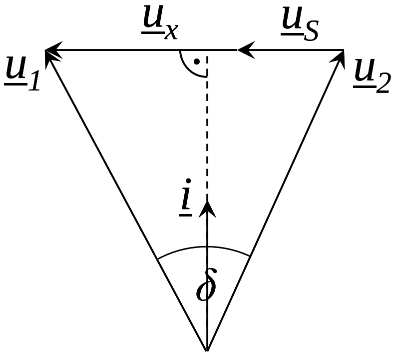
Слика 4. Редна спрега претварача са мрежом

На слици 5 дата је упроштена представа кола. Са $\underline{u}_1$ и $\underline{u}_2$ означени су напони на крајевима преносног електричног вода. Претварач у вод уноси напон $\underline{u}_S$. Укупна индуктивност вода и спрежног трансформатора износи x_S.



Слика 5. Упрошћена представа кола редно спрегнутог претварача

Једна од могућих примена ове поставке јесте у сврху управљања током активне снаге кроз вод. Склоп претварача се тада уобичајено назива *synchronous series static compensator*. Начин рада је приказан кроз фазорски дијаграм са слике 6. Претварач додаје у коло реактивни удео напона, фазно померен за 90° у односу на фазни став струје $\underline{i}$.



Слика 6. Фазорски дијаграм рада кола *synchronous series static compensator*

Може се рећи да он заправо мења вредност укупне реактансе вода x_S, чиме према изразу (2) мења и вредност тока активне снаге.

$$p = \frac{u_1 \cdot u_2}{x_S} \cdot sin\delta \tag{2}$$

Значи, уношењем реактивне енергије у коло претварач заправо утиче на ток активне снаге. Међутим, слично као код оточне спреге и овде је за покривање губитака у прекидачким компонентама и капацитивности једносмерног кола потребно обезбедити одговарајући износ активне снаге кроз претварач да би се напон једносмерног кола одржавао на жељеном нивоу. У ту сврху потребно је додати и део напона $\underline{u}_S$ у фази са са струјом $\underline{i}$.

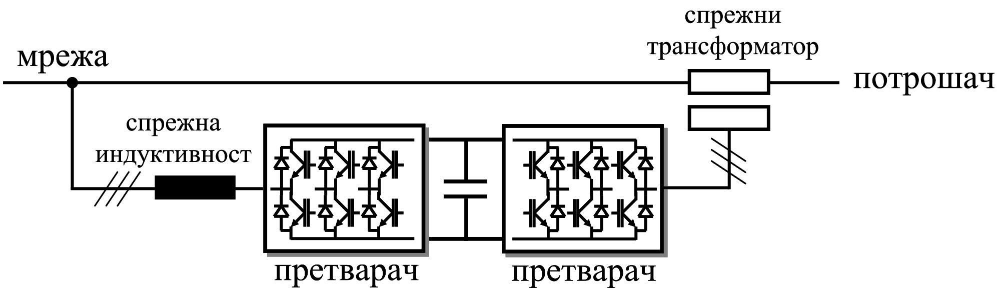
Најширу примену овај вид спреге претврача са мрежом има код склопова за поправку квалитета напона у дистрибутивној или преносној мрежи. Називају се *dynamic voltage restorer*, а управљани су тако да при значајнијем одступању напона на страни вода према потрошачу додају део напона који ће тај напон свести на називну вредност. Како за овакво дејство претварач има потребу да предаје активну снагу у мрежу или је преузима из ње, потребно је обезбедити потребну енергију у једносмерно коло било из саме мреже (слика 4) или из неког спољашњег извора (нпр. акумулаторских батерија).

Примена ове врсте може бити ограничена на активно филтрирање напонског изобличења у тачки повезивања потрошача. Овде није потребан извор енергије повезан на једносмерно коло претврача.

У примени код преносних мрежа ова спрега може повећати пропусну моћ мреже. Својом способношћу да управља током активне снаге, редно везан претварач повећава стабилност система при променама оптерећења и појавама поремећаја у мрежи. Ово својство омогућује да се смањи потребна резерва у пропусној моћи мреже, односно да се кроз постојећи вод пропусти већи износ активне снаге.

в) Обједињена спрега претварача са мрежом

Обједињена спрега представља спој једног оточно везаног и једносг редно везаног претварача на мрежи. Претврачи су међусобно повезани заједничким једносмерним колом тако да чине поставку двоструког претврача.



Слика 7. Обједињена спрега претварача на мрежу

Примена оваквог склопа остварује све оне могућности које су наведене за обе појединачне спреге. Ипак, основну примену налази као уређај за поправку квалитета електричне енергије у преносној мрежи смањујући хармонијско изобличење напона на страни потрошача и истовремено смањење хармонијског изобличења струје која тече са мрежне стране. Тако са своје стране потрошач добија савршен напон напајања, попут оног из савршеног напонског извора, а са друге стране из мреже се повлачи неизобличена простопериодична струја са нултим фактором помераја какву би захтевао савршен отпорни потрошач. За управљање нивоом напона једносмерног кола задужен је оточно везан претварач.

V.2. Математичка представа кола оточно спрегнутог претварача са мрежом

У наставку излагања биће детаљно разматрано управљање радом претврача оточно спрегнутим са мрежом. Први корак у том правцу је развој математичке представе кола.

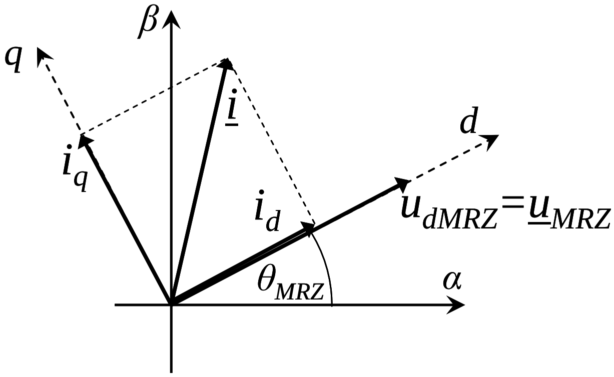
Из претходно изложених принципа рада сваког од три вида спреге јасно је да остваривање управљања радом претварача захтева познавање положаја полифазора напона мреже $\underline{u}_{MRZ}$. Ако се ротирајући *dq* координатни систем веже за напон мреже тако да се *d* оса поклопи са положајем полифазора напона

$\underline{u}_{MRZ}$ (слика 8), тј. $u_{dMRZ} = \left|\underline{u}_{MRZ}\right|$, тада математичка представа кола у апсолутним јединицама гласи:

$$L_S \cdot \frac{di_d}{dt} = -R_S \cdot i_d + L_S \cdot \omega_{MRZ} \cdot i_q - u_{dMRZ} + u_{dS} \tag{3}$$

$$L_S \cdot \frac{di_q}{dt} = -R_S \cdot i_q - L_S \cdot \omega_{MRZ} \cdot i_d + u_{qS} \tag{4}$$

$$\frac{d\theta_{MRZ}}{dt} = \omega_{MRZ} \,. \tag{5}$$



Слика 8. Фазорски дијаграм величина у колу представљене у ротирајућем *dq* координатном систему везаном за полифазор мреже

Претходним изразима се могу додати и они за тренутни ток активне снаге p_{MRZ} (6) и реактивне снаге q_{MRZ} (7) кроз мрежу:

$$p_{MRZ} = -i_d \cdot u_{dMRZ} \tag{6}$$

$$q_{MRZ} = i_q \cdot u_{dMRZ} \,. \tag{7}$$

Примена пресликавања координата из трофазне представе склопа у двофазну које одржава једнакост снага, препоручује следећи избор основних базних вредности:

$$U_B = U_{LN},\ I_B = \sqrt{3} \cdot I_N,\ \omega_B = \omega_{MRZN}$$

где су U_{LN} називни линијски напон мреже, I_N називна струја претварача и ω_{MRZN} називна угаона учестаност напона мреже. На основу њих добијају се изведене базне врдности импедансе и привидне снаге:

$$Z_B = \frac{U_B}{I_B},\ S_B = U_B \cdot I_B.$$

Сведена математичка представа кола има следећи облик:

$$\tau_S \cdot \frac{di_d}{dt} = -r_S \cdot i_d + x_S \cdot n_{MRZ} \cdot i_q - u_{dMRZ} + u_{dS} \tag{8}$$

$$\tau_S \cdot \frac{di_q}{dt} = -r_S \cdot i_q - x_S \cdot n_{MRZ} \cdot i_d + u_{qS} \tag{9}$$

$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\theta_{MRZ}}{dt} = n_{MRZ} \tag{10}$$

$$p_{MRZ} = -i_d \cdot u_{dMRZ},\ q_{MRZ} = i_q \cdot u_{dMRZ} \tag{11}$$

За напоне, струје мреже и активну и реактивну снагу задржане су претходне ознаке, док је са n_{MRZ} означена сведена угаона учестаност мреже. Особине склопа у сведеном облику представљају: r_S - сведена отпорност статорског намотаја, x_S - сведена реактанса мреже и τ_S - период реактансе мреже. Угаони положај θ_{MRZ} полифазора напона мреже $\underline{u}_{MRZ}$ остаје изражен у апсолутним јединицама. Сведене особине склопа добијају се на следећи начин:

$$r_S = \frac{R_S}{Z_B},\ \tau_S = \frac{L_S}{Z_B},\ x_S = \frac{\omega_B \cdot L_S}{Z_B}.$$

Постоји вишеструка сличности у добијеној математичкој представи спреге претврача са мрежом и оне која одговара погону синхроне машином са сталним магнетима (СМСМ). С обзиром на избор положаја ротирајућег *dq* координатног система, у једначини напонске равнотеже по *d* оси (8) појавњује се напон мреже u_{dMRZ}, док се у представи СМСМ у једначини по *q* оси појављује индукована електромоторна сила u_{EMS}. Реактансе и периоди реактансе у оба израза (8) и (9) и су једнаке, x_S односно τ_S, док су код погона са СМСМ у општем случају различите.

Даље, обе представе садрже истоветан облик једначине угла, с тим да је код погона на мрежи то угао положаја полифазора напона мреже θ_{MRZ}, а код погома са СМСМ то угао ротора θ. Коначно, скаларној једначини тока активне снаге ка мрежи (11) одговара у представи погона СМСМ скаларна једначина електромагнетног момента.

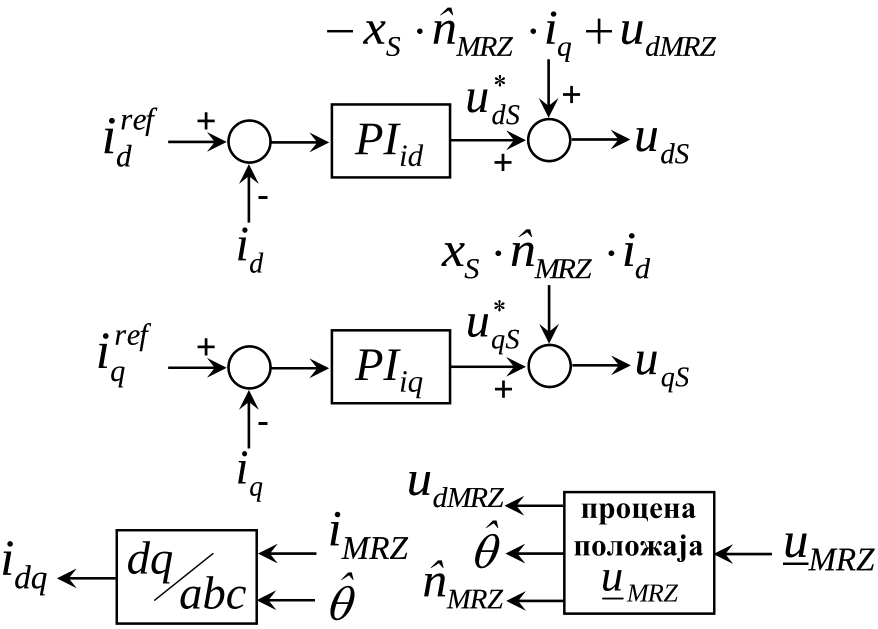
V.3. Алгоритам управљања радом оточно спрегнутог претварача са мрежом

Алгоритам управљања радом претварача има каскадну поставку где се подређене, унутрашње, регулационе петље по по струјама мреже, а надређена, или спољашња, регулациона петља по нивоу напона једносмерног кола. Изглед дела алгоритма који остварује управљање струјама мреже по *d* оси, i_d, и *q* оси, i_q, приказан је на слици 9. По раније примењеном приступу код управљања СМСМ, обе гране регулатора садрже распрежуће чланове:

$$u_{dS} = u_{dS}^{*} - x_S \cdot n_{MRZ} \cdot i_q + u_{dMRZ} \tag{12}$$

$$u_{qS} = u_{qS}^{*} + x_S \cdot n_{MRZ} \cdot i_d \, , \tag{13}$$

који омогућују да саки од *PI* регулатора делује само на промену дела струје коју регулише.

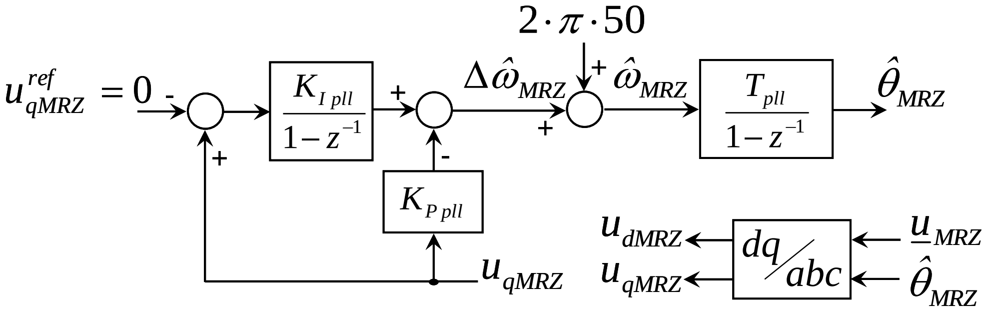


Слика 9. Блок дијаграм алгоритма управљања струјом мреже

Један од значајних задатака код управљања радом претварача на мрежи јесте одређивање угаоног положаја полифазора напона мреже $\underline{u}_{MRZ}$ према коме се поставља координатни систем. На овом месту најчешће се примењује подсклоп за процену положаја $\underline{u}_{MRZ}$, односно *phase-locked-loop (PLL)*. Један од начина његовог остваривања је дат на слици 10. Основу чини један *PI* регулатор. Управљана величина јесте део напона мреже који се очитава по *q* оси, u_{qMRZ}, који треба довести на задату нулту вредност, односно $u_{qMRZ}^{ref} = 0$. Када је то остварено управљачка величина, процењена вредност угла полифазора напона мреже $\hat{\theta}_{MRZ}$ одговара стварној вредности θ_{MRZ}, $\hat{\theta}_{MRZ} = \theta_{MRZ}$, и *dq* координатни систем је правилно постављен,. Процењено $\hat{\theta}_{MRZ}$ се добија дискретним интеграљењем помоћне променљиве $\hat{\omega}_{MRZ}$, тј. поцењене угаоне брзине полифазора напона $\underline{u}_{MRZ}$.

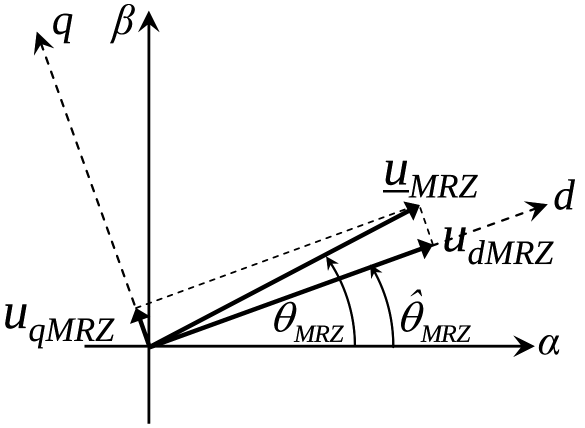
При укључењу уређаја почетна вредност $\hat{\omega}_{MRZ}$ је постављена на $2 \cdot \pi \cdot 50$. Међутим, ако је ред фаза мреже супротан од почетно узетог у алгоритму тада се мора дозволити да протекне прелазни процес у $\hat{\omega}_{MRZ}$ од $2 \cdot \pi \cdot 50$ до $-2 \cdot \pi \cdot 50$.

Прикључење претварача на мрежу и покретање остатка алгоритма следи тек пошто је правилно процењен угао θ_{MRZ}.



Слика 10. Алгоритам за процену положаја фазора напона $\underline{u}_{MRZ}$

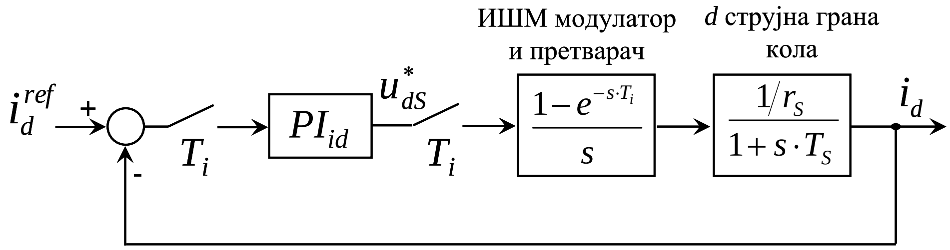
Слика 11 осликава рад овог кола. Ако, на пример, постоји одступање између стварне вредности угла θ_{MRZ} и процењене $\hat{\theta}_{MRZ}$, такво да је $90^{\circ}>\theta_{MRZ}-\hat{\theta}_{MRZ}>0$, добиће се $u_{qMRZ}>0$. После проласка кроз *PI* регулатор очитана вредност u_{qMRZ} довешће до повећања ω_{MRZ} а самим тиме и вредности $\hat{\theta}_{MRZ}$. Коначно, у наредном прорачуну вредности u_{qMRZ} добиће се да је она нижа од полазне. Интегрално дејство *PI* регулатора осигураће нулту вредност u_{qMRZ} у устаљеном стању.



Слика 11. Фазорски дијаграм рада дела за процену положаја фазора напона мреже

V.4. Прорачун регулатора струја мреже

На слици 10 приказана је регулациона петља струје i_d након примене распрежућих чланова, а потпуно истоветну поставку имала и регулацион петља по струји i_q. Такође, обе струјне регулационе петље обухватају истоветан објекат управљања (модел струјне гране кола).



Слика 10. Регулациона петља струје i_d

Стога су и и вредности параметара регулатора обе струје једнаки. Могу се одредити применом Дахлиновог поступка прорачуна на начин:

$$PI_{id}(z)=PI_{iq}(z)=K_{Pid}\cdot(1+\frac{K_{Iid}}{1-z^{-1}}) \tag{14}$$

$$K_{Pid}=K_{Piq}=\frac{(1-e^{-\lambda\cdot T_i})}{K\cdot(e^{T_i/T_d}-1)} \tag{15}$$

$$K_{Iid}=K_{Iiq}=e^{T_i/T_d}-1 \tag{16}$$

где су K_{Pid} и K_{Pid} пропорционално и интегрално дејство регулатора, K је укупно појачање у директној грани $(K=\frac{1}{r_S})$, T_i је периода одабирања петље, λ је параметар Дахлиновог прорачуна којим се задаје брзина одзива управљане промењљиве и T_S је временска константа струјног кола $(T_S=\frac{\tau_S}{r_S})$.

V.5. Прорачун регулатора напона једносмерног кола

Да би се добила регулациона петља у линеарном облику уместо напона једносмерног кола претварача u_{DC} регулише се проток енергије у једносмерно коло e_{DC} . Зависност између ових величина у апсолутним јединицама је:

$$e_{DC} = \frac{1}{2} \cdot C_{DC} \cdot u_{DC}^2 , \tag{17}$$

а након свођења у релативне јединице добија облик:

$$e_{DC} = \frac{1}{2} \cdot C'_{DC} \cdot u_{DC}^2 , \qquad C'_{DC} = C_{DC} \cdot Z_B . \tag{18}$$

Математичка представа једносмерног кола да та је изразом (19).

$$e_{DC} = \int p_{DC} \cdot dt \tag{19}$$

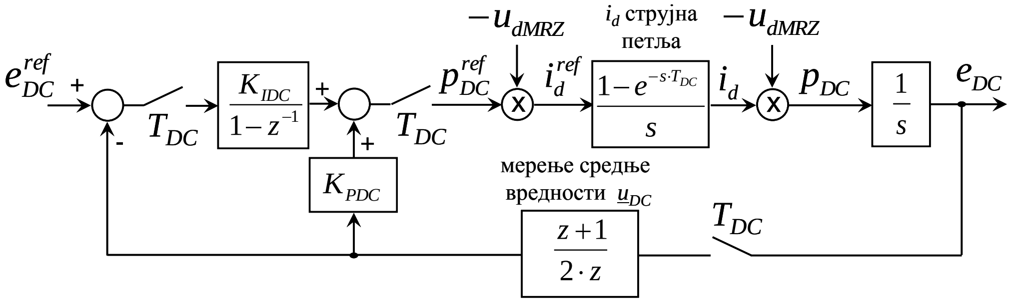
Ако се занемаре губици у претварачу у односу на ток снаге у једносмерно коло p_{DC} добија се:

$$e_{DC} = \int p_{DC} \cdot dt = \int p_{MRZ} \cdot dt \tag{20}$$

уз $p_{MRZ} = -i_d \cdot u_{dMRZ}$. Како се напон мреже u_{dMRZ} мало мења следи да ће регулациона петља по енергији e_{DC} бити надређена у односу на регулациону петљу по струји i_d, односно да је излаз регулатора енергије e_{DC} задата вредност за i_d, i_d^{ref} . Овде се може установити још једна сродност између начина рада овог уређаја и погона са СМСМ. У погону СМСМ угаон брзина ротора ω одговара интегралу електромагнетног момента m_{el} који је одређен струјом статора i_q ($m_{el} = \psi_{SM} \cdot i_q$); у склопу претварача спрегнутог са мрежом енергија e_{DC}

одговара интегралу снаге која се повлачи из мреже p_{DC}, а коју одређује струја мреже i_d ($p_{DC} = -u_{dMRZ} \cdot i_d$).

Сада се може поставити регулатор енергије e_{DC} као на слици 11 добијен по угледу на поставку регулатора угаоне брзине ω у погону са СМСМ.

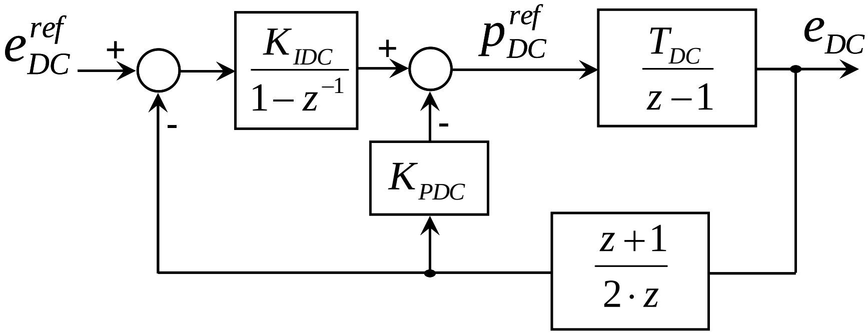


Слика 11. Регулациона петља напона једносмерног кола

Задата вредност за ток енергије e_{DC}^{ref} добија се на начин:

$$e_{DC}^{ref} = \frac{1}{2} \cdot C'_{DC} \cdot u_{DC}^2 \tag{21}$$

Параметри регулатора одређују се применом поступка оптимизације којим се остварује апериодичан облик одзива са највеће могуће брзине. Наиме, након што се представа регулационе петље (слика 11) преведе у дискретни облик, дат сликом 12, потребно је полове карактеристичне једначине склопа поставити тако да су сви реални и једнаки.



Слика 12. Регулациона петља по енергији кроз једносмерно коло e_{DC} у дискретном облику

Као решење добијају се параметри пропорционалног K_{PDC} и интегралног K_{IDC} дејства регулатора e_{DC} :

$$K_{PDC} = \frac{K_1}{K^*}, \quad K_{IDC} = \frac{K_2}{K^*}. \tag{21}$$

где су $K_1 = 0{,}203$, $K_2 = 0{,}035$ и $K^* = \frac{T_{DC}}{2}$.

VI. ПРИЛОГ

VI.1. Пресликавање координата

Пресликавање координата које одржава једнакост снага

а) пресликавање из стојећег *abc* координатног система у ротирајући *dq* систем и супротно:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} cos\theta & cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ -sin\theta & -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} cos\theta & -sin\theta & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ cos(\theta + \frac{2\pi}{3}) & -sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \\ x_0 \end{bmatrix}$$

б) пресликавање из стојећег *abc* координатног система у стојећи *αβ* систем и супротно:

$$\begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix}$$

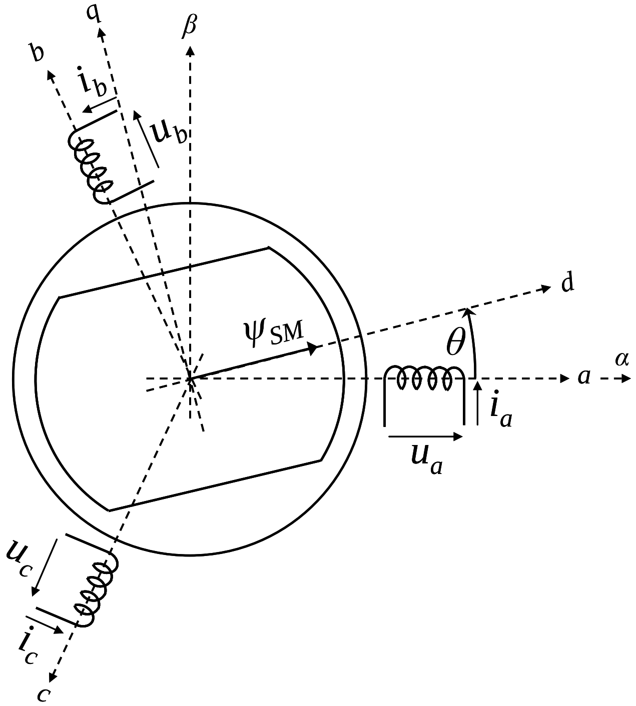
$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \\ x_0 \end{bmatrix}$$

в) пресликавање из стојећег $\alpha\beta$ координатног система у ротирајући dq систем и супротно:

$$\begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\,\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\,\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} x_\alpha \\ x_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} cos\,\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\,\theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_q \end{bmatrix}$$

VI.2. Модел синхроне машине са сталним магнетима

Слика 1 приказује положај стојећег *abc* координатног система, стојећег *αβ* координатног система и обртног *dq* координатног система у односу на положај намотаја на статору и положаја ротора. Флукс ψ_{SM} представља флукс сталних магнета на ротору обухваћен статорским намотајем.



Слика 1. Представа СМСМ са положајем *abc, αβ* и *dq* координатног система

Да би се дошло до матрице индуктивности, најпре су одређене магнетопобудне силе које развијају навоји машине и магнети на ротору у правцу одређене осе. Тако је магнетопобудна сила навоја *a* у правцу *d* осе:

$$F_{ad} = N_a \cdot i_a \cdot \cos\theta, \tag{1}$$

магнетопобудна сила навоја a у правцу q осе:

$$F_{aq} = N_a \cdot i_a \cdot cos(\theta + \frac{\pi}{2}) = -N_a \cdot i_a \cdot sin\theta\,, \tag{2}$$

магнетопобудна сила сталних магнета у правцу a осе:

$$F_{fa} = F_{SM} \cdot cos\,\theta \tag{3}$$

магнетопобудна сила сталних магнета у правцу b осе:

$$F_{fb} = F_{SM} \cdot cos(\theta - \frac{2\pi}{3}) \tag{4}$$

магнетопобудна сила сталних магнета у правцу c осе:

$$F_{fc} = F_{SM} \cdot cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\,. \tag{5}$$

Флукс проузрокован магнетопобудном силом F_{ad} износи:

$$\phi_{ad} = \chi_d \cdot F_{ad}\,, \tag{6}$$

где је χ_d магнетна проводност дуж d осе. Слично се добија за флукс проузрокован магнетопобудном силом F_{aq}:

$$\phi_{aq} = \chi_q \cdot F_{aq}\,, \tag{7}$$

Флукс проузрокован сталним магнетима у правцу a осе износи:

$$\phi_{fa} = \phi_{SM} \cdot cos\,\theta\,, \tag{8}$$

где је ϕ_{SM} флукс сталних магнета дуж d осе. По b и c оси се добија:

$$\phi_{fb} = \phi_{SM} \cdot cos(\theta - \frac{2\pi}{3})\,, \tag{9}$$

$$\phi_{fc} = \phi_{SM} \cdot cos(\theta + \frac{2\pi}{3})\,. \tag{10}$$

Флуксни обухват навоја *a* проузрокован флуксом ϕ_{aa} гласи:

$$\psi_{aa}=N_a\cdot\phi_{aa}=N_a\cdot(\phi_{ad}\cdot cos\theta+\phi_{aq}\cdot cos(\theta+\frac{\pi}{2}))=N_a\cdot(\phi_{ad}\cdot cos\theta-\phi_{aq}\cdot sin\theta)=$$
$$=N_a^2\cdot i_a\cdot(\chi_d\cdot cos^2\theta+\chi_q\cdot sin^2\theta)=N_a^2\cdot i_a\cdot(\frac{\chi_d+\chi_q}{2}+\frac{\chi_d-\chi_q}{2}\cdot cos2\theta)$$

(11)

Слично се добија и флуксни обухват навоја *b* проузрокован флуксом ϕ_{ab}:

$$\psi_{ab}=N_a\cdot\phi_{ab}=N_b\cdot(\phi_{ad}\cdot cos(\theta-\frac{2\pi}{3})-\phi_{aq}\cdot sin(\theta-\frac{2\pi}{3}))=$$
$$=N_a\cdot N_b\cdot i_a\cdot(-\frac{1}{2}\frac{\chi_d+\chi_q}{2}+\frac{\chi_d-\chi_q}{2}\cdot cos(2\theta-\frac{2\pi}{3}))$$

(12)

Флуксни обухват навоја *a* проузрокован флуксом сталних магнета ψ_{SM} износи:

$$\psi_{fa}=\psi_{SM}\cdot cos\theta\,. \tag{13}$$

Према изразима (9) и (10) на сличан начин се могу добити и флуксни обухвати по *b* и *c* оси.

У изразима (11) и (12) делови у заградама који су одређени геометријом склопа и магнатном проводношћу одређују међуиндуктивности између одређених навоја. Приказани у облику матрице међуиндуктивности у стојећем *abc* координатном систему гласе:

$$\underline{L}_{abc}=\begin{bmatrix}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos2\theta & -\frac{1}{2}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos(2\theta-\frac{2\pi}{3}) & -\frac{1}{2}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos(2\theta+\frac{2\pi}{3})\\ -\frac{1}{2}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos(2\theta-\frac{2\pi}{3}) & \frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos(2\theta-\frac{2\pi}{3}) & -\frac{1}{2}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos2\theta\\ -\frac{1}{2}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos(2\theta+\frac{2\pi}{3}) & -\frac{1}{2}\frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos2\theta & \frac{L_d+L_q}{2}+\frac{L_d-L_q}{2}\cdot cos(2\theta+\frac{2\pi}{3})\end{bmatrix}$$

(14)

Једначина напонске равнотеже за статорски намотај у стационарном *abc* координатном систему у матричном облику гласи:

[abc:]

$$\underline{u}_{abc} = \underline{R}_{abc} \cdot \underline{i}_{abc} + \frac{d}{dt}(\underline{L}_{abc} \cdot \underline{i}_{abc}) + \frac{d}{dt}(\underline{\psi}_{fabc}) \tag{15}$$

где је $\underline{R}_{abc}$ дијагонална матрица отпорности статорских навоја:

$$\underline{R}_{abc} = \begin{bmatrix} R_S & 0 & 0 \\ 0 & R_S & 0 \\ 0 & 0 & R_S \end{bmatrix} \tag{16}$$

Да би се прешло у двофазну представу склопа, тј. представу у стојећем *αβ* координатном систему, потребно је применити C и C^{-1} матрице пресликавања дефинисане на начин:

$$\underline{x}_{abc} = \underline{C} \cdot \underline{x}_{\alpha\beta}\,; \qquad C = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix} \tag{17}$$

$$\underline{x}_{\alpha\beta} = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{x}_{abc}; \qquad C^{-1} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{bmatrix}. \tag{18}$$

Њиховом применом модел машине у *abc* координатном систему (15) се пресликава у модел у стојећем *αβ* координатном систему на начин:

[αβ:]

$$\underline{u}_{\alpha\beta} = \underline{C}^{-1} \cdot \underline{R}_{abc} \cdot \underline{C} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt}(\underline{C}^{-1} \cdot \underline{L}_{abc} \cdot \underline{C} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta}) + \frac{d}{dt}(\underline{C}^{-1} \cdot \underline{\psi}_{fabc}) =$$

$$= \underline{R}_{\alpha\beta} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta} + \frac{d}{dt}(\underline{L}_{\alpha\beta} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta}) + \frac{d}{dt}(\underline{\psi}_{f\alpha\beta})$$

(19)

где су одговарајуће матрице параметара одређене са:

$$\underline{R}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} R_S & 0 \\ 0 & R_S \end{bmatrix};$$

$$\underline{L}_{\alpha\beta} = \frac{3}{2}\begin{bmatrix} \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} cos\, 2\theta & \frac{L_d - L_q}{2} sin 2\theta \\ \frac{L_d - L_q}{2} sin 2\theta & \frac{L_d + L_q}{2} + \frac{L_d - L_q}{2} cos\, 2\theta \end{bmatrix};$$

$$\underline{\psi}_{f\alpha\beta} = \sqrt{\frac{3}{2}} \begin{bmatrix} cos\,\theta \\ sin\theta \end{bmatrix} \cdot \psi_{SM} \qquad (20)$$

Пресликавање из стојећег *αβ* координатног система у обртни *dq* координатни систем омогућују матрице пресликавања *D* и D^{-1} дефинисане на начин:

$$\underline{x}_{\alpha\beta} = \underline{D} \cdot \underline{x}_{dq}; \qquad \underline{D} = \begin{bmatrix} cos\,\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\,\theta \end{bmatrix} \qquad (21)$$

$$\underline{x}_{dq} = \underline{D}^{-1} \cdot \underline{x}_{\alpha\beta}; \qquad \underline{D}^{-1} = \begin{bmatrix} cos\,\theta & sin\theta \\ -sin\theta & cos\,\theta \end{bmatrix} \qquad (22)$$

Применом ових матрица склоп описан једначином (19) се из стојећег *αβ* координатног система пресликава у $\underline{L}_{abc} = \underline{C} \cdot \underline{L}_{\alpha\beta} \cdot \underline{C}^{-1}$ према изразу (23).

[dq:]

$$\underline{u}_{dq} = \underline{D}^{-1}\cdot\underline{R}_{\alpha\beta}\cdot\underline{D}\cdot\underline{i}_{dq} + \underline{D}^{-1}\cdot\frac{d}{dt}(\underline{D}\cdot\underline{D}^{-1}\cdot\underline{L}_{\alpha\beta}\cdot\underline{D}\cdot\underline{i}_{dq}) + \underline{D}^{-1}\cdot\frac{d}{dt}(\underline{\psi}_{f\alpha\beta}) =$$

$$= \underline{R}_{dq}\cdot\underline{i}_{dq} + \underline{D}^{-1}\cdot\frac{d}{dt}(\underline{D})\cdot(\underline{L}_{dq}\cdot\underline{i}_{dq}) + \frac{d}{dt}(\underline{L}_{dq}\cdot\underline{i}_{dq}) + \underline{e}_{dq}$$

(23)

где је $\underline{e}_{dq}$ вектор електромоторне силе индуковане кретањем сталних магнета на ротору. Матрице параметара у (23) износе:

$$\underline{R}_{dq} = \begin{bmatrix} R_S & 0 \\ 0 & R_S \end{bmatrix}; \qquad \underline{L}_{dq} = \frac{3}{2}\begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix}; \qquad \underline{e}_{dq} = \sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\omega\cdot\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\cdot\psi_{SM} \ ;$$

$$\underline{\psi}_{fdq} = \sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\cdot\psi_{SM} \qquad (24)$$

а члан $\underline{D}^{-1}\cdot\frac{d}{dt}(\underline{D})$ је једнак:

$$\underline{D}^{-1}\cdot\frac{d}{dt}(\underline{D}) = \begin{bmatrix} 0 & -\omega \\ \omega & 0 \end{bmatrix} \qquad (25)$$

где је $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ угаона брзина обртања ротора, односно dq координатног система. Ако се параметари машине изразе преко њихових пофазних вредности, односно вредности које би одговарале двофазној представи машине, које износе:

$$R_S' = R_S \ ; \ L_d{}' = \frac{3}{2}\cdot L_d \ ; \ L_q{}' = \frac{3}{2}\cdot L_q \ ; \ \psi_{SM}{}' = \sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\psi_{SM} \qquad (26)$$

тада модел (23) добија облика:

[dq:]

$$\begin{bmatrix} u_d \\ u_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R'_S & 0 \\ 0 & R'_S \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -X_q{}' \\ X_d{}' & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_d{}' & 0 \\ 0 & L_q{}' \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} (\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix}) + \begin{bmatrix} 0 \\ \omega \cdot \psi_{SM}{}' \end{bmatrix}$$

. (27)

У извођењу израза за електромагнетни момент m_c поћи ћемо од једначине (28) у стојећем *abc* домену.

[abc:]

$$m_c = \frac{P}{2} (\underline{i}_{abc}^T \cdot \frac{d \underline{\psi}_{abc}}{d\theta} - \frac{d \underline{i}_{abc}^T}{d\theta} \cdot \underline{\psi}_{abc}) . \tag{28}$$

Вектор флуксног обухвата статора $\underline{\psi}_{abc}$ чине следећи чланови:

$$\underline{\psi}_{abc} = \underline{L}_{abc} \cdot \underline{i}_{abc} + \underline{\psi}_{fabc} . \tag{29}$$

Уврштавањем (29) у (28) и сматрајући да је матрица индуктивности $\underline{L}_{abc}$ симетрична, добија се израз за момент преко величина датих у *abc* домену:

$$m_c = \frac{P}{2} (\underline{i}_{abc}^T \cdot \frac{d \underline{L}_{abc}}{d\theta} \cdot \underline{i}_{abc} + \underline{i}_{abc}^T \cdot \frac{d \underline{\psi}_{fabc}}{d\theta} - \frac{d \underline{i}_{abc}^T}{d\theta} \cdot \underline{\psi}_{fabc}) . \tag{30}$$

Да би се прешло на величине изражене у $\alpha\beta$ домену потребно је применити матрицу пресликавања $\underline{C}$, тј. израз (17) и $\underline{L}_{abc} = \underline{C} \cdot \underline{L}_{\alpha\beta} \cdot \underline{C}^{-1}$:

$$m_c = \frac{P}{2} \{ (\underline{C} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta})^T \cdot \frac{d}{d\theta} (\underline{C} \cdot \underline{L}_{\alpha\beta} \cdot \underline{C}^{-1}) \cdot \underline{C} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta} + (\underline{C} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta})^T \cdot \frac{d}{d\theta} (\underline{C} \cdot \underline{\psi}_{f\alpha\beta}) - \frac{d}{d\theta} (\underline{C} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta})^T \cdot \underline{C} \cdot \underline{\psi}_{f\alpha\beta})$$

.

(31)

Како је $\frac{d\underline{C}}{d\theta} = 0$, $(\underline{C} \cdot \underline{x}_{\alpha\beta})^T = \underline{x}_{\alpha\beta}^T \cdot \underline{C}^T$ и $\underline{C}^T = \underline{C}^{-1}$ из претходног се добија израз за момент који користи величине изражене у $\alpha\beta$ координатном систему:

[αβ:]

$$m_c = \frac{P}{2}(\underline{i}_{\alpha\beta}^T \cdot \frac{d\underline{L}_{\alpha\beta}}{d\theta} \cdot \underline{i}_{\alpha\beta} + \underline{i}_{\alpha\beta}^T \cdot \frac{d\underline{\psi}_{f\alpha\beta}}{d\theta} - \frac{d\underline{i}_{\alpha\beta}^T}{d\theta} \cdot \underline{\psi}_{f\alpha\beta}) . \tag{32}$$

Пошто се ради о превођењу из трофазне представе на двофазну, обе у стојећем координатном систему, и за очекивати је било до по свом облику израз (32) одговара (30). У наредном кораку момент ће бити дат преко величина у обртном dq координатном систему. Потребно је применити пресликавање из $\alpha\beta$ простора у dq простор (21). Узимајући да је $\underline{L}_{\alpha\beta} = \underline{D} \cdot \underline{L}_{dq} \cdot \underline{D}^{-1}$ добија се да (32) прелази у:

$$m_c = \frac{P}{2}\{(\underline{D} \cdot \underline{i}_{dq})^T \cdot \frac{d}{d\theta}(\underline{D} \cdot \underline{L}_{dq} \cdot \underline{D}^{-1}) \cdot \underline{D} \cdot \underline{i}_{dq} + (\underline{D} \cdot \underline{i}_{dq})^T \cdot \frac{d}{d\theta}(\underline{D} \cdot \underline{\psi}_{fdq}) - \frac{d}{d\theta}(\underline{D} \cdot \underline{i}_{dq})^T \cdot \underline{D} \cdot \underline{\psi}_{fdq})$$

$$. \tag{33}$$

одакле се развијањем добија:

$$\begin{aligned} m_c = \frac{P}{2}\{\underline{i}_{dq}^T \cdot \underline{D}^T \cdot (\frac{d\underline{D}}{d\theta} \cdot \underline{L}_{dq}\underline{D}^{-1} + \underline{D} \cdot \frac{d\underline{L}_{dq}}{d\theta} \cdot \underline{D}^{-1} + \underline{D} \cdot \underline{L}_{dq} \cdot \frac{d\underline{D}^{-1}}{d\theta}) \cdot (\underline{D} \cdot \underline{i}_{dq}) + \\ + \underline{i}_{dq}^T \cdot \underline{D}^T \cdot (\frac{d\underline{D}}{d\theta} \cdot \underline{\psi}_{fdq} + \underline{D} \cdot \frac{d\underline{\psi}_{fdq}}{d\theta}) - (\frac{d\underline{i}_{dq}^T}{d\theta} \cdot \underline{D}^T + \underline{i}_{dq}^T \cdot \frac{d\underline{D}^T}{d\theta}) \cdot \underline{D} \cdot \underline{\psi}_{fdq}\} \end{aligned} \tag{34}$$

где је уважено да је $(\underline{D} \cdot \underline{x}_{dq})^T = \underline{x}_{dq}^T \cdot \underline{D}^T$. Како у dq координатном систему величине у колу и параметри склопа више нису зависни од угла ротора θ, пошто су изражени у координатном систему везаном за њега, следи да је: $\frac{d\underline{i}_{dq}}{d\theta} = 0$, $\frac{d\underline{\psi}_{fdq}}{d\theta} = 0$ и $\frac{d\underline{L}_{dq}}{d\theta} = 0$. Такође за матрицу трансформације $\underline{D}$ важи да је $\underline{D}^T = \underline{D}^{-1}$ па је израз (34) једнак следећем:

$$\begin{aligned} m_c = \frac{P}{2}\{ & \underline{i}_{dq}^T \cdot \underline{\underline{D}}^T \cdot \frac{d\underline{\underline{D}}}{d\theta} \cdot \underline{\underline{L}}_{dq} \cdot \underline{i}_{dq} + \underline{i}_{dq}^T \cdot \underline{\underline{L}}_{dq} \cdot \frac{d\underline{\underline{D}}^{-1}}{d\theta} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{i}_{dq} + \\ & + \underline{i}_{dq}^T \cdot \underline{\underline{D}}^T \cdot \frac{d\underline{\underline{D}}}{d\theta} \cdot \underline{\psi}_{fdq} - \underline{i}_{dq}^T \cdot \frac{d\underline{\underline{D}}^T}{d\theta} \cdot \underline{\underline{D}} \cdot \underline{\psi}_{fdq} \} \end{aligned} \qquad (35)$$

Користећи (24) и следећих једнакости:

$$\underline{\underline{D}}^{-1} \cdot \frac{d\underline{\underline{D}}}{d\theta} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad \frac{d\underline{\underline{D}}^{-1}}{d\theta} \cdot \underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

коначно се за електромагнетни момент m_c, изражен у dq координатном систему, добија

[dq:]

$$m_c = P \cdot \{ i_d \cdot i_q \cdot (L_d - L_q) + i_q \cdot \psi_{SM} \} . \qquad (36)$$

Потпун модел синхроне машине са сталним магнетима и моторским смером снага изражен у скаларном облику у dq координатном систему гласи:

[dq:]

$$L_d \cdot \frac{di_d}{dt} = -R_S \cdot i_d + L_q \cdot \omega \cdot i_q + u_d \qquad (1)$$

$$L_q \cdot \frac{di_q}{dt} = -R_S \cdot i_q - L_d \cdot \omega \cdot i_d - e_q + u_q, \qquad e_q = \psi_{SM} \cdot \omega \qquad (2)$$

$$m_{el} = P \cdot (\psi_{SM} \cdot i_q + (L_d - L_q) \cdot i_d \cdot i_q) \qquad (3)$$

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = m_c - m_{meh} \qquad (4)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega \qquad (5)$$

У поступку превођења модела у представу са електричним, магнетним и механичким величинама израженим у релативним јединицама користиће се следеће основне базне вредности:

$$U_B = U_{LN},\ I_B = \sqrt{3} \cdot I_N,\ \omega_B = \omega_N$$

где су U_{LN} називни линијски напон машине, I_N називна струја и ω_N називна електрична угаона брзина. На основу њих добијају се изведене базне врдности импедансе, флуксног обухвата и момента:

$$Z_B = \frac{U_B}{I_B},\ \psi_B = \frac{U_B}{\omega_B},\ M_B = P \cdot \frac{U_B \cdot I_B}{\omega_B}.$$

Сведена у релативне јединице представа машине добија следећи облик:

$$\tau_d \cdot \frac{di_d}{dt} = -r_S \cdot i_d + x_q \cdot n \cdot i_q + u_d \tag{6}$$

$$\tau_q \cdot \frac{di_q}{dt} = -r_S \cdot i_q - x_d \cdot n \cdot i_d - u_{EMS} + u_q, \qquad u_{EMS} = \psi_{SM} \cdot n \tag{7}$$

$$m_{el} = \psi_{SM} \cdot i_q + (x_d - x_q) \cdot i_d \cdot i_q \tag{8}$$

$$\tau_{meh} \cdot \frac{dn}{dt} = m_{el} - m_{meh} \tag{9}$$

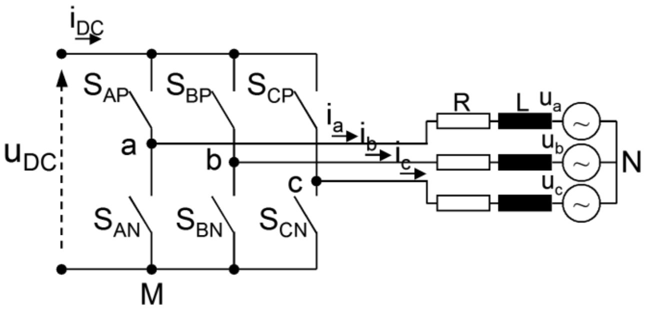
$$\frac{1}{\omega_B} \frac{d\theta}{dt} = n \tag{10}$$

За напоне, струје статора и електромагнетни и момент оптерећења задржане су претходне ознаке, док је са n означена сведена електрична угаона брзина ротора. Овде особине машине описују τ_d период реактансе по подужној и τ_q попречној оси, r_S сведена отпорност статорског намотаја, сведене реактансе x_d и x_q, сведени флукс сталних магнета ψ_{SM}, механичка временска констамта τ_{meh}. Угаони положај ротора остаје изражен у апсолутним јединицама. Сведене особине машине добијају се на следећи начин:

$$r_S = \frac{R_S}{Z_B},\ \tau_d = \frac{L_d}{Z_B},\ \tau_q = \frac{L_q}{Z_B},\ x_d = \frac{\omega_B \cdot L_d}{Z_B},\ x_q = \frac{\omega_B \cdot L_q}{Z_B},\ \psi_{SM} = \frac{\omega_B \cdot \Psi_{SM}}{U_B},$$

$$\tau_{meh} = \frac{\omega_B \cdot J}{P \cdot M_B}.$$

VI.3. Usrednjen model invertora vezanog na mrežu



Slika 1. Električna šema sistema

1. Prekidački model

a) Definicija prekidačkih funkcija faza

Ako su S_a, S_b, S_c prekiačke funkcije grana definisane sa:

$$Sa = \begin{cases} 1, & S_{ap} = on \\ 0, & S_{an} = on \end{cases} \tag{1}$$

tada se naponi u_{aM}, u_{bM}, u_{cM} mogu izraziti kao:

$$\begin{bmatrix} u_{aM} \\ u_{bM} \\ u_{cM} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a \\ S_b \\ S_c \end{bmatrix} \cdot u_{DC}\,, \tag{2}$$

a međufazni naponi u_{ab}, u_{bc}, u_{ca} kao:

$$\begin{bmatrix} u_{ab} \\ u_{bc} \\ u_{ca} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_a - S_b \\ S_b - S_c \\ S_c - S_a \end{bmatrix} \cdot u_{DC}\,. \tag{3}$$

Pod uslovom da je zbir napona između faznih priključaka invertora i neutralne tačke N jednak nuli ($u_{aN}+u_{bN}+u_{cN}=0$) ovi, fazni naponi invertora se mogu izraziti u funkciji međufaznih napona:

$$\begin{bmatrix} u_{aN} \\ u_{bN} \\ u_{cN} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} u_{ab} - u_{ca} \\ u_{bc} - u_{ab} \\ u_{ca} - u_{bc} \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Kombinujući (3) i (4) fazni naponi invertora se mogu izraziti preko prekidačkih funkcija faza S_{aN}, S_{bN}, S_{cN} na način:

$$\begin{bmatrix} u_{aN} \\ u_{bN} \\ u_{cN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{aN} \\ S_{bN} \\ S_{cN} \end{bmatrix} \cdot u_{DC} \tag{5}$$

gde su prekidačke funkcije faza definisane sa:

$$\begin{bmatrix} S_{aN} \\ S_{bN} \\ S_{cN} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 \cdot S_a - S_b - S_c \\ 2 \cdot S_b - S_a - S_c \\ 2 \cdot S_c - S_a - S_b \end{bmatrix}, \tag{6}$$

ili tabelarno u formi:

Tabela 1. Definicija prekidačkih funkcija faza

S_a	S_b	S_c	S_{aN}
0	0	0	0
0	0	1	-1/3
0	1	0	-1/3
0	1	1	-2/3
1	0	0	2/3
1	0	1	1/3
1	1	0	1/3
1	1	1	0

Veza između faznih struja i_a, i_b, i_c i struje jednosmernog kola i_{DC} data je relacijom:

$$i_{DC} = \begin{bmatrix} S_a & S_b & S_c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}. \tag{7}$$

Uvažavajući da je $i_a+i_b+i_c=0$ i kombinujući (7) sa (6) dobija se izraz za i_{DC} u finkciji prekidačkih funkcija faza i faznih struja:

$$i_{DC} = \begin{bmatrix} S_{aN} & S_{bN} & S_{cN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{8}$$

b) Model sistema u obliku jednačina prostora stanja

Na osnovu slike 1 i jednačina (5) i (8) model sistema se može predstaviti u obliku:

$$L \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = -R \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aN} \\ S_{bN} \\ S_{cN} \end{bmatrix} \cdot u_{DC} - \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \tag{9}$$

$$i_{DC} = \begin{bmatrix} S_{aN} & S_{bN} & S_{cN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{10}$$

c) Normalizacija modela sistema

Usvajajući sledeće bazne veličine: I_B, U_B, ω_B i izvedenu baznu veličinu: Z_B, model sistema (9), (10) u normalizovanom obliku izgleda kao:

$$\tau_{el} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} = -r \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} S_{aN} \\ S_{bN} \\ S_{cN} \end{bmatrix} \cdot u_{DC} - \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \\ u_c \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$i_{DC} = \begin{bmatrix} S_{aN} & S_{bN} & S_{cN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} \tag{12}$$

gde su:

$\tau_{el} = \dfrac{L}{Z_B}$	vremenska konstanta
r	normalizovana otpornost; $r=R/Z_B$
i_{abc}	normalizovane fazne struje; $i_{abc}=i_{abc}/I_B$
u_{abc}	normalizovani fazni naponi mreže; $u_{abc}=u_{abc}/U_B$
u_{DC}	normalizovan napon DC kola; $u_{DC}=u_{DC}/U_B$
i_{DC}	normalizovana struja DC kola; $i_{DC}=i_{DC}/I_B$

2. Usrednjen model sistema

Primenjujući usrednjavanje promenljivih u modelu sistema (11), (12) na način: $\overline{x} = \dfrac{1}{T_{PWM}} \int\limits_{t-T_{PWM}}^{t} x(\tau)d\tau$ ($x= i_{abc}, u_{abc}, u_{DC}, i_{DC}, S_{abcN}$), gde je T_{PWM} perioda prekidanja, dobija se usrednjen model sistema:

$$\tau_{el} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \overline{i_a} \\ \overline{i_b} \\ \overline{i_c} \end{bmatrix} = -r \cdot \begin{bmatrix} \overline{i_a} \\ \overline{i_b} \\ \overline{i_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_{aN} \\ d_{bN} \\ d_{cN} \end{bmatrix} \cdot \overline{u_{DC}} - \begin{bmatrix} \overline{u_a} \\ \overline{u_b} \\ \overline{u_c} \end{bmatrix}, \tag{13}$$

$$\overline{i_{DC}} = \begin{bmatrix} d_{aN} & d_{bN} & d_{cN} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i_a} \\ \overline{i_b} \\ \overline{i_c} \end{bmatrix} \tag{14}$$

gde je d_{abcN} faktor ispune prekidačkih funkcija faza: $d_{abcN} = \overline{S_{abcN}}$.

3. Transformacija koordinata

Transformacija modela iz stacionarnog koordinatnog sistema (13), (14) u sinhroni koordinatni sistem vezan za mrežni fazni napon definisan je sledećim preslikavanjem:

$$x_{dq0}=T\cdot x_{abc} \qquad x_{abc}=T^{-1}\cdot x_{dq0} \tag{15}$$

gde je x neka od promenljivih modela, a matrica transformacije T i njena inverzija T^{-1} data sa:

$$T=\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\begin{bmatrix} cos(\omega_S t) & cos(\omega_S t-\frac{2\pi}{3}) & cos(\omega_S t+\frac{2\pi}{3}) \\ -sin(\omega_S t) & -sin(\omega_S t-\frac{2\pi}{3}) & -sin(\omega_S t+\frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{16}$$

$$T^{-1}=\sqrt{\frac{2}{3}}\begin{bmatrix} cos(\omega_S t) & -sin(\omega_S t) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ cos(\omega_S t-\frac{2\pi}{3}) & -sin(\omega_S t-\frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ cos(\omega_S t+\frac{2\pi}{3}) & -sin(\omega_S t+\frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}.$$

ω_S je kružna učestanost mrežnog napona. Takođe važi: $T\cdot T^{-1}=I$, $T^{-1}=T^T$, gde je I jedinična matrica. Prilikom transformacije izraza (13) i (14) u sinhroni koordinatni sistem sledeće treba iskoristiti:

$$T\cdot\frac{dT^{-1}}{dt}=\begin{bmatrix} 0 & -\omega_S & 0 \\ \omega_S & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \tag{17}$$

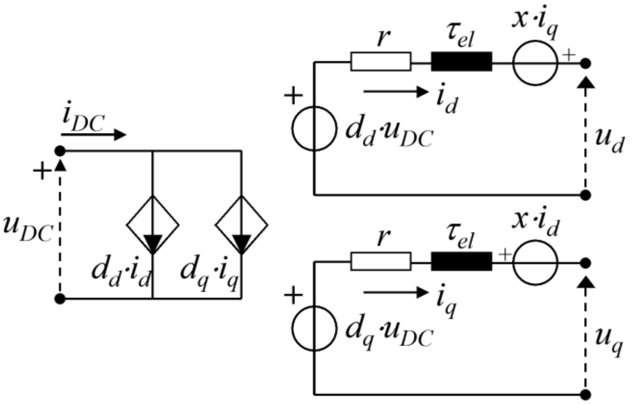
a ako se smatra da nulta komponenta napona i struja ne postoji, ekvivalentno kolo usrednjenog modela se dobija u sledećem obliku:

$$\tau_{el} \cdot \frac{d}{dt}\begin{bmatrix} \overline{i_d} \\ \overline{i_q} \end{bmatrix} = -r \cdot \begin{bmatrix} \overline{i_d} \\ \overline{i_q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & x \\ -x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i_d} \\ \overline{i_q} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} d_d \\ d_q \end{bmatrix} \cdot \overline{u_{DC}} - \begin{bmatrix} \overline{u_d} \\ \overline{u_q} \end{bmatrix} \tag{18}$$

$$\overline{i_{DC}} = \begin{bmatrix} d_d & d_q \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \overline{i_d} \\ \overline{i_q} \end{bmatrix}, \tag{19}$$

gde je $x = \omega_S \cdot L/Z_B$, $\omega_S = \omega_B$.

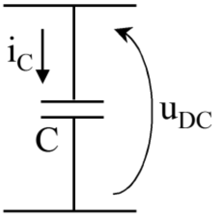
(18) i (19) se mogu predstaviti ekvivalentnim kolom datim na slici 2.



Slika 2. Ekvivalentno kolo usrednjenog modela sistema u sinhronom koordinatnom sistemu

VII.Model DC kola

Šema DC kola:



Naponska jednačina kola u apsolutnim jedinicama:

$$u_{DC} = \frac{1}{C} \int i_C dt$$

Normalizovana naponska jednačina:

$$u_{DC} = \frac{1}{C \cdot Z_B} \int i_C dt$$