

1. Predavanje

October 4, 2016

1 Uvod

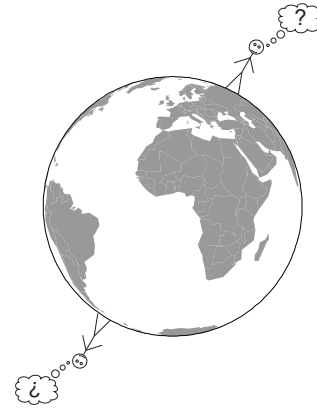
Fizika danas poznaje četiri interakcije: gravitacionu, elektromagnetnu, slabu nuklearnu i jaku nuklearnu. Usled gravitacione interakcije planete kruže oko sunca, zvezde kruže oko centra galaksije, itd. Takođe usled gravitacionog dejstva mesec-zemlja javlja se pojava plime i oseke, ali je i stabilisana sopstvena osa rotacije zemlje što ima za posledicu relativno stabilnu klimu u toku dugog vremenskog perioda. Celokupni život na zemlji je onakav kakav izgleda velikim delom zbog dejstva gravitacionog polja zemlje. Da bi se živo biće kretalo u gravitacionom polju mora savladavati ovu silu. Elektromagnetna interakcija odgovorna je za formiranje hemijskih veza, pojavu munja i gromova. Zbog elektromagnetne interakcije formiraju se čvrsta, tečna i gasovita faza. Usled elektromagnetne interakcije nemoguće je da prođemo kroz zid. Spoznajom zakona elektromagnetne interakcije u mogućnosti smo da konstruišemo razne aparate od praktičnog značaja od kojih najveće dostignuće u smislu kompleksnosti konstrukcije zauzimaju uređaji sa mikroprocesorima (računari, mobilni telefoni itd.). Slaba nuklearna sila odgovorna je za transformacije konstituenata jezgra atoma: neutroni se transformišu u protone i obrnuto. Slaba nuklearna interakcija izvor je sunčeve energije. Zahvaljujući izučavanju nuklearnih sila u mogućnosti smo da transformišemo nuklearnu energiju u toplotu, odnosno u mehaničku i električnu. Jaka nuklearna sila drži na okupu takozvane čestice "kvarkove" od kojih su sačinjeni protoni i neutroni, a njen rezidualni deo drži na okupu neutrone i protone u jezgru. Fizika je egzaktna nauka koja formuliše svoje zakone uz odgovarajuće matematičke relacije. U procesu nalaženja zakonitosti podrazumeva eksperimentalna i teorijska istraživanja. Formulisanjem opštih zakonitosti fizike moguće je objasniti pojedinačne fenomene.

Najtačniju teoriju gravitacije dao je Albert Ajnštajn koja se naziva opšta teorija relativnosti. Sa druge strane, elektromagnetna interakcija, slaba nuklearna i jaka nuklearna objašnjavaju se jednom teorijom zasnovanom na zakonima kvantne fizike koja se naziva standardni model. Problem pronalaženja jedinstvene teorije koja će obuhvatiti sve četiri interakcije zadatak je koji fizičari još nisu rešili. Dosta jasna slika o savremenim istraživanjima u fizici i mogućim implikacijama na budući razvoj tehnologije može se naći u odgovarajućoj popularnoj literaturi. Savremeni inženjeri upućeni su probleme kojim se bavi moderna fizika bar na popularnom nivou ako ne u toku studiranja onda kada za to bude vremena. Pre svega, u cilju da steknemo osećaj o značaju ali i težini spoznaje zakona fizike ovde ćemo krenuti od Njutnovog zakona gravitacije.

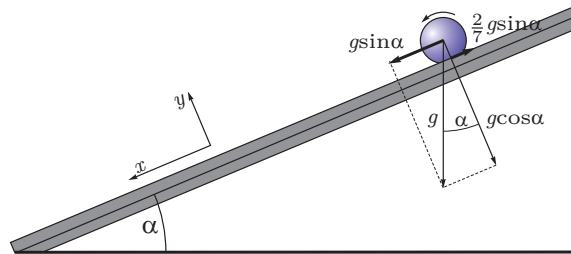
2 Njutnov zakon gravitacije

Problem gravitacije nas muči već od našeg detinjstva kada smo prvi put saznali da je zemlja okrugla. Kako to da na suprotnoj strani zemlje žive ljudi naopačke??? Međutim odgovor na ovo pitanje nije uopšte jednostavno dati.

Smatra se da je prva ozbiljna istraživanja o gravitacionom dejstvu radio Galileo Galilej (1564-1642). Puštajući kugle identičnih dimenzija ali različitih masa da slobodno padaju ustanovio je da u blizini zemljine površine sva tela padaju jednakim ubrzanjem. Ovaj ogled nije bio izvršen pred javnošću na krivom tornju u Pizi, već su kugle puštane na strmoj ravni, pri čemu je kretanje razlagao na horizontalnu i vertikalnu komponentu (Slika 2). Bez obzira, ovi eksperimenti su nagovestili da u odsustvu sile otpora vazduha ukoliko se dva tela različitih masa puste sa iste visine, vreme padanja će biti jednako. Ubrzanje koje Zemlja saopštava svim telima u blizini površine iznosi približno $g = 9,81 \text{ m/s}^2$.



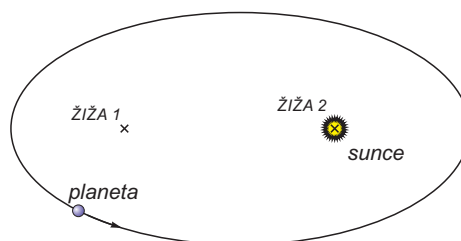
Slika 1. Gravitacija zemlje privlači sva tela ka njenom centru.



Slika 2. Galilejev žleb. Puštajući kuglice različitih masa pri različitim uglovima moguće je zaključiti da ubrzanje kuglica zavisi samo od ugla strme ravni. Za pune kugle pomoću Njutnovih zakona sledi da je ubrzanje: $a = \frac{5}{7}g \sin \alpha$, gde je g ubrzanje zemljine teže, a α ugao strme ravni. Pomoću ovih ogleda Galileo je našao da je pređeni put s pri konstantnom ubrzanju srazmeran kvadratu vremena $s \sim t^2$. Iz kinematike je danas vrlo dobro poznata relacija za pređeni put $s = \frac{at^2}{2}$.

Na malom modelu zemljine kugle u obliku jedne metalne lopte, ukoliko se postave tela sva će skliznuti i pasti na zemlju. Gravitacija ispoljava vidljivo dejstvo samo kad su u pitanju vrlo masivni objekti. Na osnovu ovih jednostavnih eksperimenata gotovo ništa se više nije moglo reći o osobini gravitacione interakcije. Da je kretanje planeta oko sunca posledica gravitacionog dejstva odnosno iste one sile koja može uzrokovati pad jabuke na tlo utvrdio je Isak Njutn (1643-1727). Međutim bez otkrića durbina i njegove upotrebe za posmatranje astronomskih pojava Njutn nebi mogao da formuliše zakon gravitacije. Danski astronom Tiho Brahe izvršio je veliki broj merenja o putanjama planeta oko sunca. Ove rezultate obradio je njegov asistent Johan Kepler i uspeo da formuliše tri zakona koja se odnose na kretanje planeta oko sunca. Ovi zakoni nazivaju se Keplerovi zakoni.

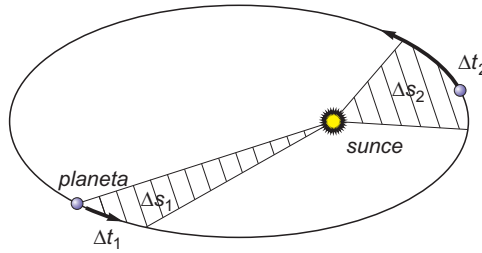
I Planete se kreću po eliptičnim putanjama u čijoj se jednoj žiži nalazi sunce.



Slika 3. Uz prvi Keplerov zakon.

II Linija koja spaja sunce i planete prebriše u jednakim vremenskim intervalima Δt jednake površine ΔS .

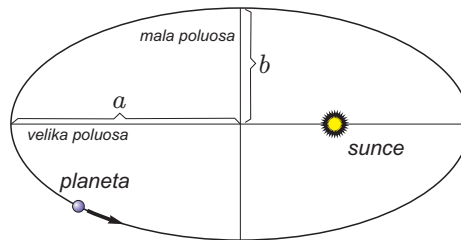
$$\Delta S_1 = \Delta S_2; \Delta t_1 = \Delta t_2$$



Slika 4. Uz drugi Keplerov zakon.

III Kvadrat perioda obilaska T bilo koje planete oko sunca proporcionalan je trećem stepenu velike poluose a .

$$T^2 = const. \cdot a^3$$



Slika 5. Uz treći Keplerov zakon.

U vreme Keplera bili su poznati podaci o srednjem rastojanju planeta oko sunca i periodi njihovih obilaska koji su dati u Tabeli 1. Kao što se vidi u četvrtoj koloni tabele rezultati su saglasni sa trećim keplerovim zakonom.

Tabela 1 Srednja rastojanja planeta-sunce r data su u odnosu na rastojanje Zemlja-Sunce. Period obilaska T je dat u godinama. Srednje rastojanje Zemlje od Sunca iznosi $r = 1,496 \cdot 10^8 km$.

Podaci o putanjama planeta			
Planeta	r	T	T^2/r^3
Merkur	0,387	0,241	1,000
Venera	0,723	0,615	1,000
Zemlja	1,000	1,000	1,000
Mars	1,524	1,881	1,001
Jupiter	5,203	11,86	1,001
Saturn	9,539	29,46	1,001

Ovim podacima raspolagao je i Isak Njutn. Da bi napravio konciznu teoriju nebeske mehanike Isak Njutn je u možda najvećem delu svih vremena "Matematički principi prirodne filozofije" razvio matematički aparat koji danas nazivamo matematičkom analizom. U ovom delu definisao je tri Njutnova zakona. Prvi se odnosi na princip inercije i vrlo je apstraktan.

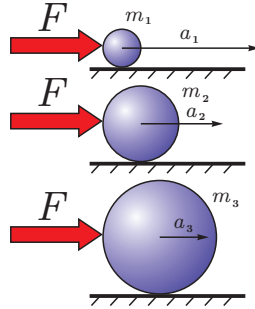
I Svako telo ostaje u stanju mirovanja ili ravnomernog pravolinijskog kretanja sve dok ga druga tela ne nateraju da to stanje promeni

Na Zemlji zakon je uočljiv pri minimizaciji sila trenja. Na primer klizač na ledu gotovo neprimetno menja brzinu prilikom pravolinijskog kretanja. Svemirska sonda koja se kreće u međuplanetarnom prostoru nema uključene motore jer je stekla odgovarajuću brzinu, a nema trenja koje se suprotstavlja kretanju.

II Ovaj zakon uspostavlja vezu između mase tela m (mera inercije), ubrzanja tela $\vec{a}$ i rezultantne sile $\vec{R} = \sum \vec{F}_i$:

$$m\vec{a} = \sum \vec{F}_i$$

Ubrzanje i sila su vektorske veličine, što znači da su određene ne samo brojnom vrednošću nego i pravcem i intenzitetom. Ukoliko se kretanje posmatra duž jednog pravca vektorske oznake se mogu izostaviti. Na slici 6 ilustrovan je uticaj mase na kretanje. Pri dejstvu iste sile F na tela različitih masa, ubrzanja će biti različita. Masivnija tela pri dejstvu iste sile dobijaju manje ubrzanje.



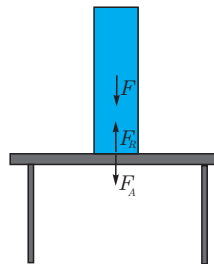
Slika 6. Uz drugi Njutnov zakon. S obzirom na mase $m_1 < m_2 < m_3$ slede odnosi između ubrzanja:

$$a_1 > a_2 > a_3.$$

III Ako neko telo deluje na drugo telo nekom silom onda će i drugo telo delovati na prvo telo silom jednakog intenziteta ali suprotnog smera. Obično se uzročna sila naziva silom akcije $\vec{F}_A$, a posledična sila silom reakcije $\vec{F}_R$.

$$\vec{F}_A = -\vec{F}_R$$

Ovaj zakon možemo ilustrovati na primeru knjige koja stoji na horizontalnoj ravni stola (Slika 7). Na knjigu deluje gravitaciona sila $\vec{F}$ usled čega ona pritiska podlogu silom koja se naziva težina tela $\vec{Q}$ i jednaka je gravitacionoj sili. Težina tela ovde je sila akcije $\vec{F}_A = \vec{Q}$. Saglasno zakonu akcije i reakcije, onda i sto deluje na knjigu silom reakcije $\vec{F}_R$ koja je jednaka po intenzitetu sili akcije ali suprotnog smera. Jasno je da na knjigu deluju dve sile. Sila gravitacije $\vec{F}$ i sila reakcije podloge $\vec{F}_R$ koje se poništavaju i u vertikalnom pravcu nema kretanja, tj. knjiga miruje na stolu. Da nema reakcije podloge knjiga bi propala kroz sto.

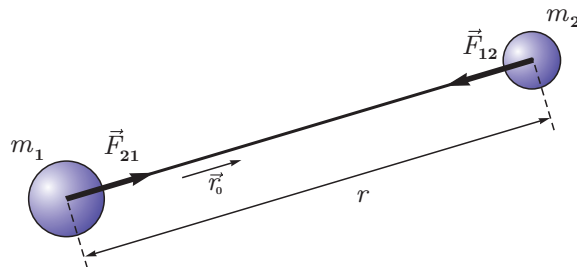


Slika 7. Uz treći Njutnov zakon. Uvodeći silu akcije i reakcije, jasan je uslov ravnoteže tela.

Kombinujući tri Njutnova zakona i tri Keplerova zakona Njutn je formulisao opšti zakon gravitacije u formi:

$$\vec{F}_{12} = -\gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{r}_0$$

Gravitaciona sila $\vec{F}_{12}$ kojom masa m_1 deluje na m_2 srazmerna je proizvodu njihovih masa, a obrnuto je proporcionalna kvadratu njihovih međusobnih rastojanja r . Znak minus ovde ukazuje da je sila uvek privlačna. Vektor $\vec{r}_0$ se naziva ort, nema dimenzije, služi samo da definiše referentni pravac i smer. Konstanta proporcionalnosti je obeležena sa γ i naziva se univerzalna gravitaciona konstanta.



Slika 8. Uz Njutnov zakon gravitacije.

Formulacija Njutnovog zakona u vektorskoj formi omogućava nam da odredimo pravac i smer sile. Kao što se vidi na Slici 8 sila kojom masa m_1 deluje na masu m_2 , F_{12} ima pravac koji spaja centre ovih masa i usmerena je od m_2 prema m_1 . Sila kojom masa m_2 deluje na m_1 istog je intenziteta ali suprotnog usmerenja saglasno III Njutnovom zakonu za akciju i reakciju.

$$\vec{F}_{21} = \gamma \frac{m_2 \cdot m_1}{r^2} \vec{r}_0$$

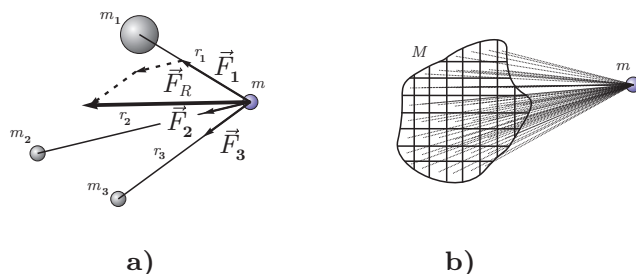
Ukoliko želimo da izračunamo samo intenzitet gravitacione sile, onda se vektorske oznake mogu izostaviti:

$$F = \gamma \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

Njutnov zakon omogućava da izračunamo gravitacionu silu ne samo između tačkastih objekata nego i između sferno simetričnih raspodela masa. Gravitaciona sila ima svojstvo aditivnosti, što znači da ukoliko imamo više tačkastih masa ukupnu gravitacionu silu na jednu masu nalazimo vektorskim zbirom svih gravitacionih sila koje deluju na tu masu. Ovo se može napisati u vidu formule:

$$\vec{F}_R = \sum_i \vec{F}_i,$$

a princip je primenljiv na izračunavanje ukupne sile za tela nepravilnih oblika. Princip je ilustrovan na Slici 9.



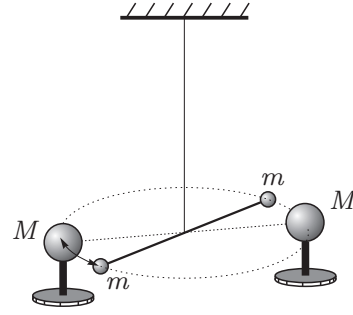
Slika 9. Princip aditivnosti gravitacione sile. a) Ukupna sila koja deluje na masu m računa se kao vektorski zbir svih gravitacionih sila koje potiču od masa m_1 , m_2 i m_3 . b) Ukupna gravitaciona sila na masu m od tela nepravilnog oblika mase M računa se tako što se nepravilno telo izdeli na mnogo malih tela koje se mogu smatrati tačkastim. Veća tačnost postiže se ukoliko se nepravilno telo izdeli na što više manjih tela.

Takođe znamo da se naš sunčev sistem sastoji iz više planeta, tako da za tačan opis putanje zemlje oko sunca ne možemo razmatrati samo međusobno gravitaciono privlačenje između zemlje i sunca, već se u cilju postizanja boljih tačnosti treba uzeti u obzir i prisustvo ostalih planeta.

Njutnov zakon je opšti zakon gravitacije. Dakle govori da između svih tela konačnih masa postoji privlačna sila. Ovo nagoveštava da univerzalna gravitaciona konstanta γ ima veoma malu vrednost, jer se gravitaciono dejstvo između lakih objekata ne uočava. Njutn nije znao koliko tačno iznosi ova konstanta. Tek kasnije genijalni Henri Kevendiš (1731-1810) uspeo je da smisli način da izmeri gravitacionu konstantu. Jasno je iz Njutnovog zakona gravitacije da je za njeno određivanje potrebno izmeriti silu između dve sferno simetrično raspodeljene mase, njihovo međusobno rastojanje, a zatim i njihove pojedinačne mase.

$$\gamma = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$$

Sila je merena pomoću takozvane torzione vage (Slika 10). Na tanku nit obešena je polugica na čijim krajevima se nalaze dva manja tela mase m . U prisustvu fiksiranih masa M usled gravitacionih sila dolazi do uvrtnja niti. Na osnovu ugla skretanja niti moguće je izmeriti gravitacionu silu. Tačnije merene su male oscilacije uzrokovane prisustvom velikih masa M . Danas je poznato da vrednost gravitacione konstante iznosi $\gamma = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$. Interesantno je da od Kevendišovog merenja, univerzalna gravitaciona konstanta nije mnogo bolje izmerena. Naime Kevendiš je dobio rezultat $\gamma = 6,75 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ što je za oko 1% veće od vrednosti koja se danas uzima. Razlog što gravitaciona konstanta nije bolje izmerena je usled nemogućnosti izolovanja gravitacionih uticaja zemlje. Takođe kao što je rečeno u uvodu, gravitacija još uvek nije dovedena u vezu sa ostalim interakcijama u prirodi.

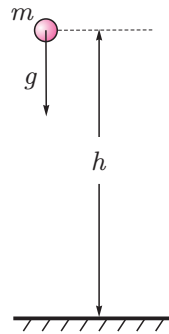


Slika 10. Torziona vaga za određivanje gravitacione konstante.

PRIMER 1

Njutnov zakon gravitacije u potpunosti je u saglasnosti sa Galilejevim principom da zemlja svim telima saopštava isto ubrzanje. Posmatrajmo neko telo mase m koje se nalazi na visini h u odnosu na površinu zemlje (Slika 11). Ako poluprečnik zemlje obeležimo sa R , masu zemlje sa M_Z , prema Njutnovom zakonu gravitacije sledi izraz za silu:

$$F = \gamma \frac{M_Z \cdot m}{(R+h)^2}$$



Slika 11. Slobodan pad tela sa visine h u gravitacionom polju zemlje.

Sa druge strane, prema II Njutnovom zakonu ukoliko znamo masu tela m i silu koja deluje na to telo (u ovom slučaju to je gravitaciona sila), možemo odrediti ubrzanje tog tela:

$$m \cdot a = F$$

Uobičajno je da se ubrzanje usled gravitacionog polja obeležava sa g , tj. $a = g$. Ako izjednačimo prethodna dva izraza nakon skraćivanja mase nalazimo:

$$g = \gamma \frac{M_Z}{(R+h)^2}$$

Kao što se vidi ubrzanje koje telima saopštava zemlja uopšte ne zavisi od njihovih masa. Sa druge strane, gravitaciono ubrzanje opada sa visinom. Međutim prosečan poluprečnik zemlje je $R = 6371 km$, tako da i na Mont Everestu (visina oko $h = 9 km$) planinari ne osećaju slabljenje gravitacionog ubrzanja.

PRIMER 2

Njutnov zakon gravitacije mora biti u saglasnosti i sa Keplerovim zakonima. Najjednostavnije je dokazati saglasnost sa III keplerovim zakonom. U tu svrhu razmatramo neku planetu koja kruži oko sunca. U cilju jednostavnosti smatramo da je putanja kružnica poluprečnika r , a ne elipsa (u stvarnosti putanje planeta vrlo malo odstupaju od kružne putanje). Prema Njutnovom zakonu gravitacije sila koja deluje na planetu je:

$$F = \gamma \frac{M_S \cdot M_P}{r^2},$$

gde je M_S masa sunca, a M_P masa planete. Usled ove sile planeta se kreće po kružnici. U tom slučaju planeta nema linijsko ubrzanje već takozvano centripetalno. Ovo ubrzanje uvek je usmereno ka centru kružnice i samo menja pravac vektora brzine ali ne i intenzitet. Dakle opet kombinujući II Njutnov zakon sa zakonom gravitacije nalazimo:

$$M_P \cdot a_{cp} = \gamma \frac{M_S \cdot M_P}{r^2},$$

pri čemu smo sa a_{cp} obeležili centripetalno ubrzanje. Izraz za centripetalno ubrzanje poznat je iz kinematike:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{r},$$

gde je v brzina kojom se telo kreće po kružnici, a r rastojanje tela od centra kružnice. Kombinujući navedene izraze nalazimo:

$$v^2 = \gamma \frac{M_S}{r}.$$

Saznajemo da brzina rotacije planete oko sunca zavisi samo od mase sunca i rastojanja planete od sunca. Period rotacije T planete oko sunca je vreme potrebno da planeta obiđe pun krug oko sunca. Rastojanje koje pri tome planeta pređe jednako je obimu kružnice $s = 2\pi r$. Sledi da se brzina može napisati preko rastojanja planete od sunca r i perioda rotacije T :

$$v = \frac{s}{T} = \frac{2\pi r}{T}$$

Ako sada zamenimo izraz za brzinu nalazimo:

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \gamma \frac{M_S}{r},$$

odnosno nakon sređivanja, sledi treći Keplerov zakon:

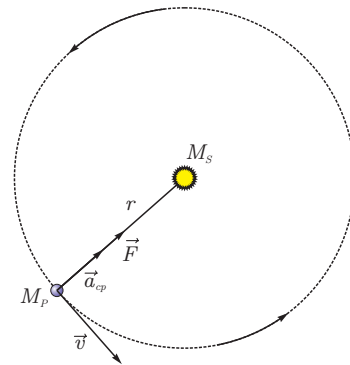
$$T^2 = \frac{4\pi^2}{\gamma M_S} r^3.$$

Poređenjem sa originalnim III Keplerovim zakonom vidimo da konstanta koja u njemu figuriše zavisi od univerzalne gravitacione konstante i mase sunca

$$const. = \frac{4\pi^2}{\gamma M_S}.$$

Očigledno u drugim sunčevim sistemima Keplerova konstanta ima druge vrednosti.

Njutnov zakon gravitacije nije poslednja reč fizike o gravitacionoj interakciji. Neko bi mogao postaviti pitanje: a kolikom se brzinom prostire dejstvo gravitacije između dva masivna objekta? Na to pitanje Njutnova teorija nema odgovor. Početkom dvadesetog veka (1915), Albert Ajnštajn je objavio Opštu Teoriju Relativnosti koja bolje opisuje gravitacione efekte. Ajnštajn je dao svoju teoriju ne izvedeći niti jedan eksperiment. Interesantno je i da u vreme kada je objavio svoju teoriju uopšte nije bilo interesa niti sumnje da treba naći bolju teoriju od Njutnove. Shodno tome, kako zbog matematičke složenosti i mnogih kontraverznih rezultata koja je ona davala, dugo vremena je prošlo dok teorija nije bila dokazana i opšte prihvaćena. Ova teorija ima značaj kada se tela nalaze u



Slika 12. Planeta koja se kreće po kružnoj putanji oko sunca.

blizini vrlo jakih gravitacionih polja. Na primer Merkur je planeta najbliža suncu i za tačan opis njene putanje mora se uzeti u obzir Teorija Opšte Relativnosti. Astronomi su raspolagali vrlo preciznim podacima o Merkurovoj orbiti. Njutnova teorija nije mogla da objasni rezultate sa zadovoljavajućom tačnosću, ali Ajnštajnova da. Vrlo skoro prvi put su detektovani gravitacioni talasi koje predviđa teorija opšte relativnosti. Ova teorija takođe pokazuje da časovnici ne kucaju istom brzinom ukoliko se nalaze na različitim visinama u odnosu na površinu zemlje. Gotovo nakon sto godina od Ajnštajnovog otkrića ovaj rezultat je našao svoju primenu u sinhronizaciji časovnika potrebnih u sistemu satelita za globalno pozicioniranje (GPS).

U fizici važi princip korespondencije. Naime, ne može se reći da Njutnova teorija nije tačna. Iz Ajnštajnovе teorije može se dobiti Njutnova ukoliko se razmatraju slabiji gravitacioni efekti. Opšta teorija relativnosti je samo tačnija teorija od Njutnove. Međutim danas je jasno čak da ni Ajnštajnova teorija nije konačna. Teorija Opšte Relativnosti ne može da da odgovor o gravitacionim efektima na vrlo malim dimenzijama. Ovaj problem je uočen pri istraživanju efekata u astro-objektima tzv. crnim rupama. Pronalaženje teorije gravitacije koja je primenljiva i na vrlo male objekte predmet je istraživanja savremene fizike.

Zadaci za samostalni rad: 1.1; 1.2; 1.3; 1.4.

Literatura: Tehnička Fizika, Ana Kozmidis Petrović.

Zbirka zadataka iz fizike - mašinski odsek, Ljuba Budinski-Petković, Ana Kozmidis-Petrović, Milica Vučinić Vasić, Ivana Lončarević, Aleksandra Mihailović, Dušan Ilić, Robert Lakatoš.

FTN Izdavaštvo, Novi Sad.