

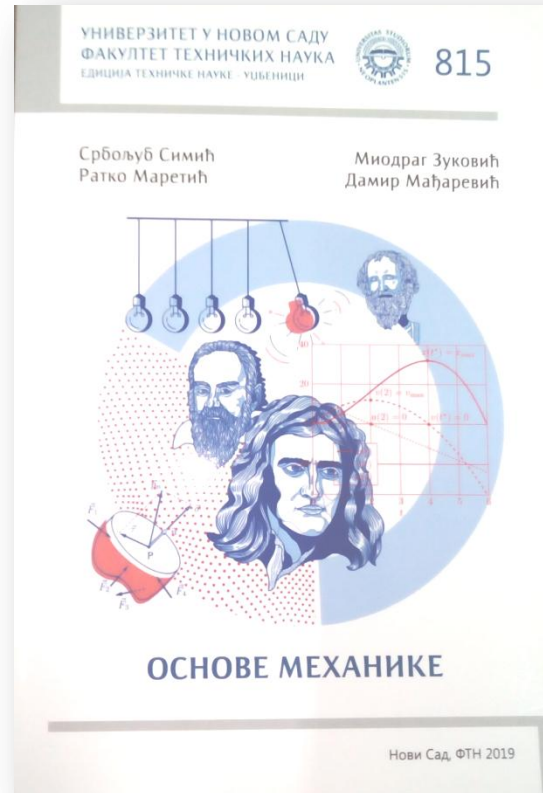
Динамика – II део

Енергија, рад, снага,... – 1. део – вежбе

Основе механике
Инжењерство заштите на раду
Миодраг Зуковић

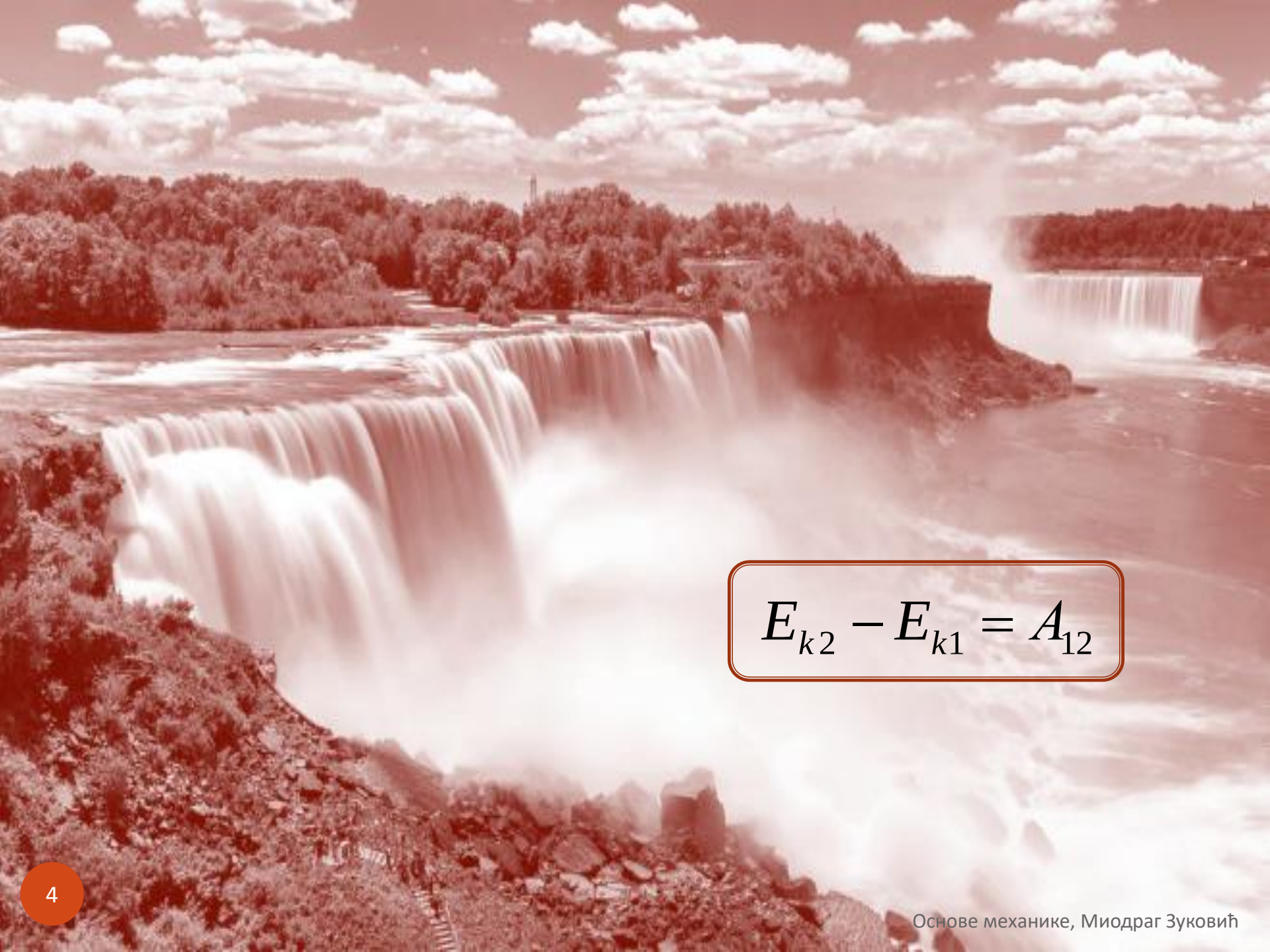
Литература

- Симић, Маретић, Зуковић, Мађаревић: **Основе механике**, ФТН издаваштво, Нови Сад, 2019.



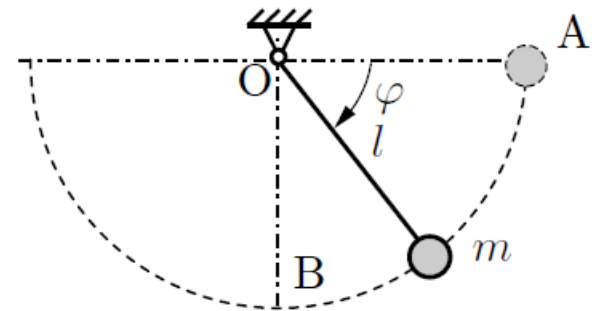
Шта ћемо научити?

- 37. Кинетичка енергија материјалне тачке.
Структура израза за кинетичку енергију.
- 38. Рад и снага силе на праволинијском и криволинијском кретању.
- 39. Закон о промени кинетичке енергије.

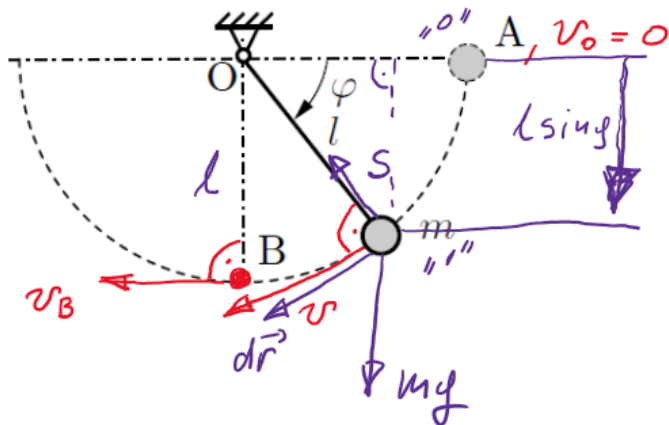

$$E_{k2} - E_{k1} = A_{12}$$

Пример

6.8. Терет масе m обешен је помоћу нерастегљивог конца дужине l за непокретну тачку O . Започео је кретање из положаја A без почетне брзине. Применом закона одржања енергије одредити брзину терета у функцији положаја, угла φ . Користећи добијени резултат одредити силу затезања ужета у најнижем положају B .



Задаток 6.8



$$E_{k1} - E_{k0} = A_{01}^{m\vec{g}} + A_{01}^{\vec{S}} = 0$$

$$\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = + m g \cdot l \sin \varphi \quad \Bigg| \cdot \frac{2}{m}$$

$$v^2 = 2 g l \sin \varphi$$

$$v_{(\varphi)} = \sqrt{2 g l \sin \varphi}$$

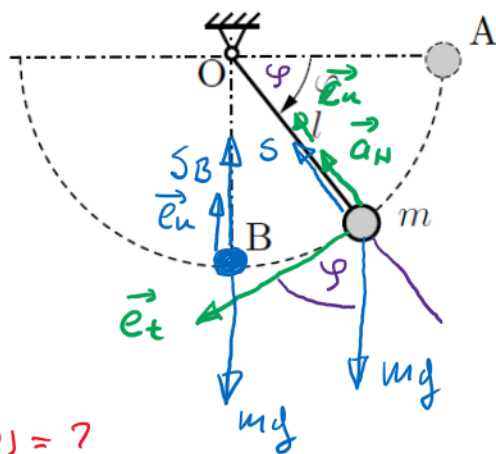
$$\frac{1}{2} m v_B^2 \quad B \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow v_B = v(\varphi = \frac{\pi}{2}) = \sqrt{2 g l \sin \frac{\pi}{2}}$$

$$\cancel{E_{kB} - E_{kA} = \frac{A_{AB}^{m\vec{g}}}{m g l} + \frac{A_{AA}^{\vec{S}}}{AA} = 0}$$

$$\underline{\underline{v_B = \sqrt{2 g l}}}$$

a) $v(\varphi) = ?$
 $v_B = ?$

$$\underline{R_K = l}$$



$$b) S(\varphi) = ?$$

$$S_B = ?$$

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{S}$$

$$m (\vec{a}_T + \vec{a}_N) = m \vec{g} + \vec{S} \quad / \cdot \vec{e}_n$$

$$\underline{m a_N = -mg \sin \varphi + S}$$

$$S = mg \sin \varphi + m a_N$$

$$S = mg \sin \varphi + m \cdot \frac{v^2}{l}$$

$$S = mg \sin \varphi + \frac{m}{\cancel{8}} (2g \cancel{8} \sin \varphi)$$

$$\underline{S_{(\varphi)} = 3mg \sin \varphi}$$

$$S_0 = ? \rightarrow B \rightarrow \varphi = \frac{\pi}{2} \rightarrow S_0 = S(\varphi = \frac{\pi}{2}) = 3mg \sin \frac{\pi}{2} = 3mg$$

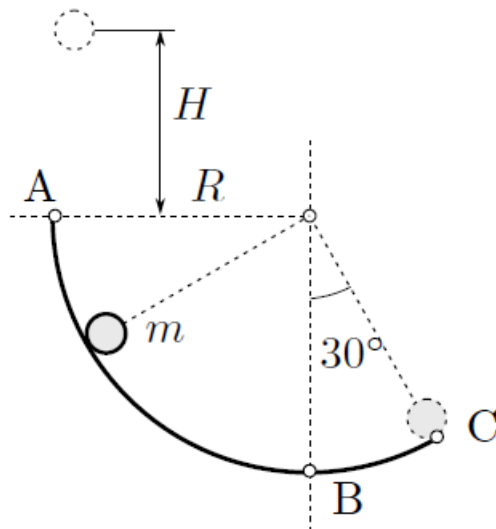
$$\underline{m \vec{a}_B = m \vec{g} + \vec{S}_B \quad / \cdot \vec{e}_n}$$

$$m a_{NB} = -mg + S_B$$

$$S_B = mg + m a_{NB} = mg + m \frac{v_B^2}{l}$$

$$\underline{S_B = mg + \frac{m}{\cancel{8}} \cdot 2g \cancel{8} = 3mg}$$

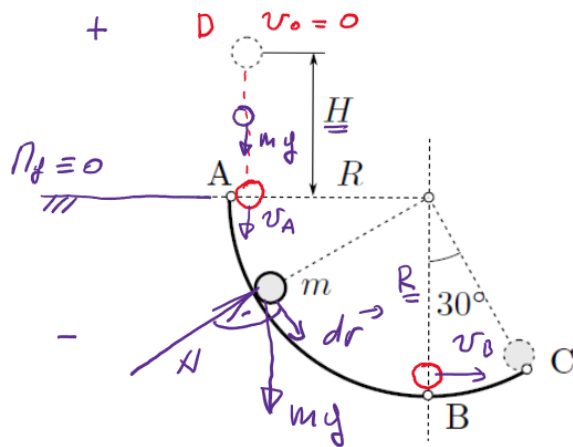
Пример



6.9. Тело масе m пуштено је да пада са висине H без почетне брзине. Од положаја А наставио је да се креће по унутрашњости глатког круга полупречника R .

- а) Одредити брзину тачке и реакцију круга у најнижем положају В.
- б) Којом брзином ће тачка напустити круг у положају С?

Задаток 6.9



- а) $v_A = ?$
 $v_B = ?$
 $v_C = ?$

„D-A“

$$E_{KA} - \cancel{E_{KD}} = A_{DA}^{mg}$$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = +mgH \rightarrow v_A = \sqrt{2gH}$$

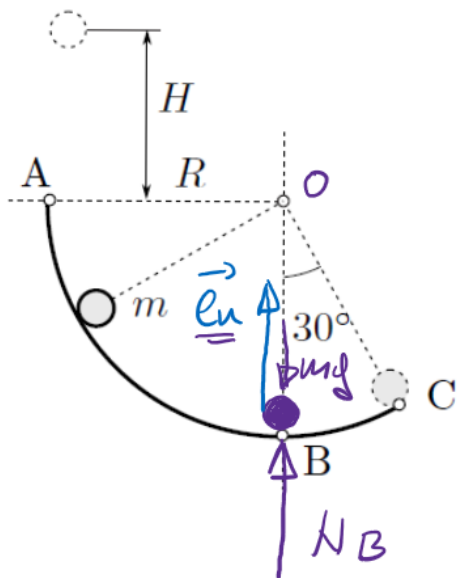
$E_k + \Pi = \text{const} \rightarrow E_{KA} + \cancel{\Pi_A} = \cancel{E_{KD}} + \Pi_D$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 = +mg \cdot H \rightarrow v_A = \sqrt{2gH}$$

„A-B“ $E_{KB} + \Pi_B = E_{KA} + \cancel{\Pi_A}$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - mgR = \frac{1}{2} m v_A^2$$

$$\underline{v_B^2 = v_A^2 + 2gR} \quad *$$



" A - C "

$$m \vec{a}_B = m \vec{g} + \vec{N}_B \quad / \cdot \vec{e}_n$$

$$m a_{NB} = -mg + N_B$$

$$N_B = mg + m a_{NB}$$

$$N_B = mg + m \frac{v_B^2}{R}$$

$$N_B =^* mg + \frac{m}{R} (v_A^2 + 2gR)$$

$$N_B = mg + \frac{m}{R} (2gH + 2gR)$$

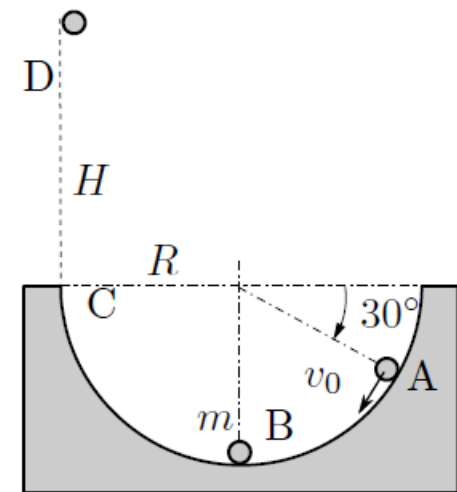
$$N_B = 3mg + 2mg \frac{H}{R}$$

b) $N_B = ?$

Пример

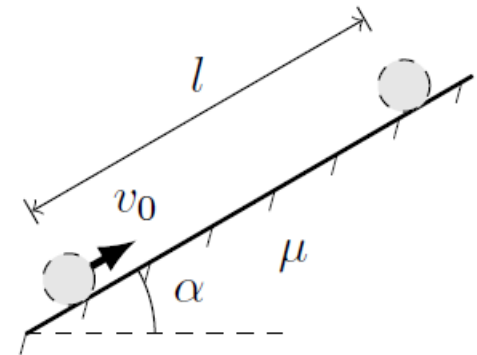
6.4. Материјална тачка масе m креће се по унутрашњости глатке цилиндричне површи полупречника R . Кретање је започела из положаја A почетном брзином v_0 , како је на слици показано. У положају C напустила је цилиндричну површ и наставила да се креће слободно.

- а) Колика је сила притиска тачке на цилиндричну површ у најнижем положају B ?
- б) На коју висину H ће тачка доспети после напуштања цилиндра?

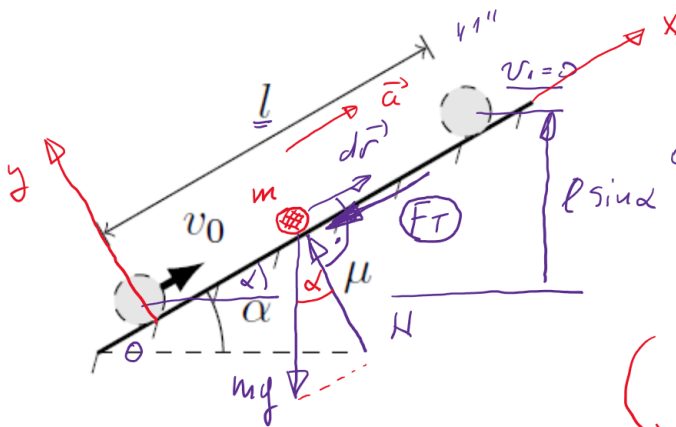


Пример

6.16. Материјална тачка масе m упућена је навише из подножја хрпаве стрме равни угла нагиба α почетном брзином v_0 . Тачка је до заустављања прешла пут дужине l . Колики је коефицијент динамичког трења μ између тачке и стрме равни? Одредити губитак механичке енергије током овог кретања.



Задача 6.16



$$E_{k1} + N_1 \neq E_{k0} + N_0$$

$$E_{k1} - E_{k0} = A_{01}^{\vec{m}\vec{g}} + A_{01}^{\vec{N}} + A_{01}^{\vec{F}_T}$$

$$* \left[-\frac{1}{2} m v_0^2 = -m g \cdot l \sin \alpha - \mu m g \cos \alpha \cdot l \right]$$

$$m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T \quad / \cdot \vec{f}$$

$$| F_T = \mu N = \mu m g \cos \alpha = \text{const} |$$

$$0 = -m g \cos \alpha + N \quad \rightarrow \quad N = m g \cos \alpha = \text{const}$$

$$\left| \begin{aligned} dA_{\vec{F}_T} &= \vec{F}_T \cdot d\vec{r} = (-F_T \cdot \vec{z}) \cdot (dx \cdot \vec{z} + dy \cdot \vec{j}) \\ A_{\vec{F}_T} &= \int_0^l dA_{\vec{F}_T} = -F_T \int_{x_0=0}^{x_1=l} dx = -F_T \cdot x \Big|_0^l = -F_T \cdot l \end{aligned} \right|$$

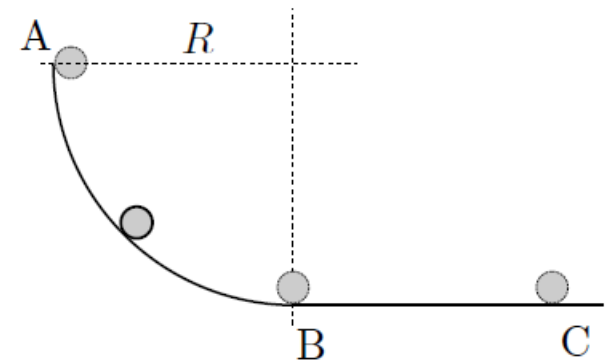
$$= -\mu m g \cos \alpha \cdot l \rightarrow *$$

$$* \rightarrow \mu = \dots$$

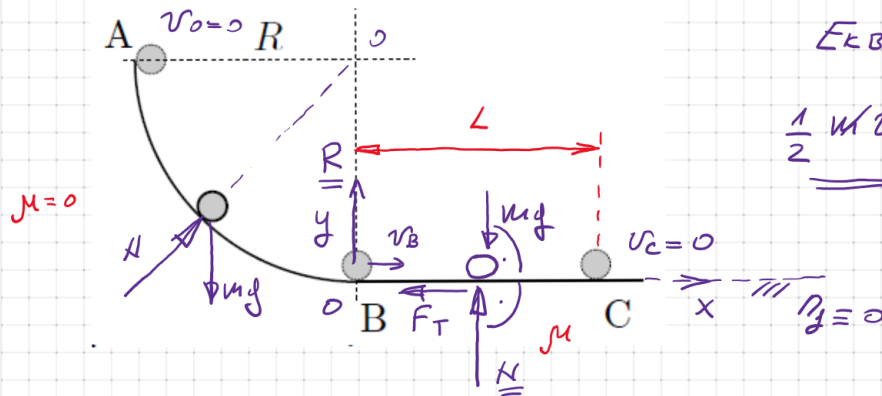
$$\left. \begin{aligned} \Delta E_k &= A_{01} \\ E_{k1} - E_{k0} &= A_{01} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \Delta E &= A_{01}^* \rightarrow \Delta E = A_{01}^* = A_{01}^{\vec{F}_T} = -\mu m g \cos \alpha \cdot l \\ E_1 - E_0 &= A_{01}^* \\ (E_{k1} + N_1) & (E_{k0} + N_0) \end{aligned}$$

Пример

6.14. Тачка масе m пуштена је из положаја A без почетне брзине да се креће по глаткој цилиндричној површи радијуса R . У положају B тачка напушта ову површ и наставља да се креће по храпавој хоризонталној равни. Коефицијент динамичког трења између тачке и равни је μ . Одредити пут који ће тачка прећи по равни до заустављања и губитак механичке енергије током кретања од положаја A до зауставног положаја C .



G.14



$v_B = ?$
 $L = ?$
 $\Delta E_{AC} = ?$

"A-B"

$$E_{KB} + \cancel{p_B} = \cancel{E_{KA}} + \cancel{p_A}$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 = + m g \cdot R \rightarrow v_B = \sqrt{2 g R}$$

"B-C"

$$E_{KC} + p_C \neq E_{KB} + p_B$$

$$\cancel{E_{KC}} - \cancel{E_{KB}} = \cancel{A_{BC}^{mg}} + \cancel{A_{BC}^N} + A_{BC}^{\vec{F}_T}$$

$$-\frac{1}{2} m v_B^2 = -\mu m g \cdot L \quad *$$

II Н.3. $m \vec{a} = m \vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_T \quad / \cdot \vec{g}$

$$0 = -m g + N \rightarrow \underline{N = m g = \text{const}}$$

$$\underline{F_T = \mu N = \mu m g = \text{const}} \rightarrow \underline{A_{BC}^{\vec{F}_T} = -F_T \cdot L = -\mu m g L}$$

$$* \rightarrow \underline{L = \frac{v_B^2}{2 \mu g} = \frac{2 g R}{2 \mu g} = \frac{R}{\mu}}$$

$$\Delta E_{AC} = \cancel{\Delta E_{AB}} + \Delta E_{BC} = A_{BC}^* = A_{BC}^{\vec{F}_T} = -\mu m g \cdot L = -\mu m g \cdot \frac{R}{\mu}$$

Шта смо научили?

- 37. Кинетичка енергија материјалне тачке.
Структура израза за кинетичку енергију.
- 38. Рад и снага силе на праволинијском и криволинијском кретању.
- 39. Закон о промени кинетичке енергије.

Динамика – II део

Енергија, рад, снага,... – 1. део – вежбе

Основе механике
Инжењерство заштите на раду
Миодраг Зуковић